



Université de Ghardaïa

N° d'ordre :  
N° de série :

Faculté des Sciences et Technologies  
Département des Sciences et Technologie

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de

## MASTER

Domaine : *Sciences et Technologies*

Filière : **Hydraulique**

Spécialité : *Ressources Hydriques*

Par : **M<sup>r</sup> Benras Moussa**

## Thème

**Etude théorique du ressaut hydraulique dans les canaux  
prismatique a pente variable**

Soutenu publiquement le : ..../05/2018

Devant le jury :

<b>OULEDBELKHEIR CHIEKH</b>	.....	Univ. Ghardaïa	<b>Président</b>
<b>MECHRI BACHIR</b>	.....	Univ. Ghardaïa	<b>Examineur</b>
<b>BOULAMAIZ TAYEB</b>	.....	Univ. Ghardaïa	<b>Examineur</b>
<b>KATEB SAMIR</b>	.....	Univ. Ghardaïa	<b>Encadreur</b>

Année universitaire..... 2017/2118.

## *Liste des tableaux*

<b>Tableau N°7.1.1</b> : Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	48
<b>Tableau N°7.1.2</b> : Valeurs des paramètres a et b	48
<b>Tableau N°7.1.3</b> : Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	52
<b>Tableau N°7.1.4</b> : Valeurs des paramètres a et b	52
<b>Tableau N°8.1.1</b> : Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	58
<b>Tableau N°8.1.2</b> : Valeurs des paramètres a et b	58
<b>Tableau N°8.1.3</b> : Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	62
<b>Tableau N°8.1.4</b> : Valeurs des paramètres a et b	62
<b>Tableau N°9.1.1</b> : Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	68
<b>Tableau N°9.1.2</b> : Valeurs des paramètres a et b	68
<b>Tableau N°9.1.3</b> : Mesures théorique pour pente négative ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	72
<b>Tableau N°9.1.4</b> : Valeurs des paramètres a et b	72
<b>Tableau N°9.1.5</b> : Mesures théorique pour pente négative ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	75
<b>Tableau N°9.1.6</b> : Valeurs des paramètres a et b	75
<b>Tableau N°9.1.7</b> : Mesures théorique pour pente négative ayant servi au traçage des courbes de $Y=f(F1)$	81
<b>Tableau N°9.1.8</b> : Valeurs des paramètres a et b	81
<b>Tableau N° :10.1</b> : caractéristiques de la section avantageuse	89
<b>Tableau N°10.2</b> : Caractéristiques de la section avantageuse (Cas de pente nulle $i = 0,003$ )	90
<b>Tableau N°10.3</b> : Caractéristiques de la section avantageuse (Cas de pente positive $i = + 5\%$ )	90
<b>Tableau N°10.4</b> : Caractéristiques de la section avantageuse (Cas de pente négative $i = - 20\%$ )	91

## Liste des figures

<b>Etude bibliographique</b>	
<b>Figure 1.1:</b> ressaut hydraulique classique	4
<b>Figure 1.2:</b> forme de ressaut selon classification de BRADLEY et PETERKA (1957)	5
<b>Figure 2.1 :</b> Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince	7
<b>Figure 2.2 :</b> Variation du rapport $Y_S = f(IF_1)$ dans un canal triangulaire. (---) Ressaut classique. (o) Ressaut contrôlé par seuil à paroi mince	7
<b>Figure 2.3 :</b> Variation expérimentale de $Y_S = f(S)$ lors du contrôle d'un ressaut triangulaire. ( $\Delta$ ) Points expérimentaux. (---) Courbe tracée selon la relation : $Y_S = 1 + S..$	8
<b>Figure 2.4 :</b> Variation expérimentale de la hauteur relative $S$ du seuil à paroi mince, en fonction du nombre de Froude $IF_1$ . (—) Courbe tracée selon la relation : $S=s/h_1= 4Ln[(IF_1+4)/5]$ . (o) Points expérimentaux.	9
<b>Figure 2.5 :</b> Variation de $(S+IF_1^{0,4})$ en fonction de la position relative $X/h_1$ du seuil à paroi mince lors du contrôle d'un ressaut triangulaire : $X/Lj=1, S=s/h_1$ . (—) Courbe tracée selon la relation : $S+IF_1^{0,4}=0,127.(X/h_1)+1,269$ . ( $\Delta$ ) points expérimentaux	10
<b>Figure 3.1 :</b> Illustration schématique des directions principales de l'écoulement pour un ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal. ( ) courants de surface, (- - ) courant de fond.	11
<b>Figure 3.2 :</b> Variation du nombre de Froude $F1$ en fonction du rapport $Y$ des hauteurs du ressaut et du coefficient de forme $M$ . $0 < M < \quad$ : profil trapézoïdal ; $M=0$ : profil rectangulaire, $M \quad$ : profil triangulaire	12
<b>Figure 3.3:</b> schéma de définition	13
<b>Figure 3.4 :</b> caractéristique principale du rouleau de fond: a) distance d'approche, b) longueur maximale	13
<b>Figure 3.5 :</b> hauteur maximale.	14
<b>Figure 3.6:</b> longueur relative $j$ du ressaut en fonction de $F1$ et de $M$ [	14
<b>Etude Théorique</b>	
<b>Figure 4.1 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente positive	16
<b>Figure 4.2 :</b> a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.	18
<b>Figure 4.3 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale à pente nulle Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut	19
<b>Figure 4.4 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente négative	21
<b>Figure 4.5 :</b> a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.	22
<b>5.1 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente positive	24
<b>Figure 5.2 :</b> a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.	25
<b>Figure 5.3 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente nulle Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut	28
<b>Figure 5.4 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente négative	30
<b>Figure 5.5:</b> a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.	31
<b>Figure 6.1 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente positive	34
<b>Figure 6.2 :</b> a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.	35
<b>Figure 6.3 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente nulle a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut	38
<b>Figure 6.4 :</b> Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente négative	40
<b>Figure 6.5 :</b> a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut. b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.	41

## *Analyse Théorique*

<b>Figure 7.1.1</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 0\%$ ,	45
<b>Figure 7.1.2</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 2\%$ ,	46
<b>Figure 7.1.3</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 5\%$ ,	46
<b>Figure 7.1.4</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 8\%$ ,	46
Figure 7.1.5 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 10\%$ ,	47
<b>Figure 7.1.6</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 12\%$ ,	47
<b>Figure 7.1.7</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 15\%$	47
<b>Figure 7.1.8</b> : Variation du Coefficient 'a' en fonction de $\text{tang}(\ )$	48
<b>Figure 7.1.9</b> : Variation du Coefficient 'b' en fonction du Coefficient 'a'	49
<b>Figure 7.1.10</b> : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique et ajusté par la méthode de moindre carrée	49
<b>Figure 7.1.11</b> : Variation du rapport F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée	49
<b>Figure 7.1.12</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -5\%$ ,	50
<b>Figure 7.1.13</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -10\%$ ,	50
<b>Figure 7.1.14</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -15\%$ ,	51
<b>Figure 7.1.15</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -20\%$	51
<b>Figure 7.1.16</b> : Variation du Coefficient 'a' en fonction de $\text{tang}(\ )$	52
<b>Figure 7.1.17</b> : Variation du Coefficient 'b' en fonction de $\text{tang}(\ )$	53
<b>Figure 7.1.18</b> : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée	53
<b>Figure 7.1.19</b> : Variation du rapport F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée	53
<b>Figure 7.1.20</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = [+2\%, +5\%, +8\%, +10\%, +12\%, +15\%, +10\%, -5\%, -10\%, -15\%, -20\%$	54
<b>Figure 8.1.1</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 0\%$ ,	55
<b>Figure 8.1.2</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 2\%$ ,	56
<b>Figure 8.1.3</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 5\%$ ,	56
<b>Figure 8.1.4</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 8\%$ , (O) points théoriques ; ( ) courbes d'ajustement .	56
<b>Figure 8.1.5</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 10\%$ ,	57
<b>Figure 8.1.6</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 12\%$ ,	57
<b>Figure 8.1.7</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = 15\%$ ,	57
<b>Figure 8.1.8</b> : Variation du Coefficient 'b' en fonction de $\text{tang}(\ )$	58
<b>Figure 8.1.9</b> : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique et ajusté par la méthode de moindre carrée	59
<b>Figure 8.1.10</b> : Variation du rapport F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée	59
<b>Figure 8.1.11</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -5\%$ ,	60
<b>Figure 8.1.12</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -10\%$ ,	60
<b>Figure 8.1.13</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -15\%$ ,	61
<b>Figure 8.1.14</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = -20\%$	61
<b>Figure 8.1.15</b> : Variation du Coefficient 'a' en fonction de $\text{tang}(\ )$	62
<b>Figure 8.1.16</b> : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée	63
<b>Figure 8.1.17</b> : Variation du rapport F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée	63
<b>8.1.18</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\ ) = [+2\%, +5\%, +8\%, +10\%$ ,	64

	+12% , +15% , +10% , -5%° , -10%° , -15%° , -20%°	
<b>Figure 9.1.1</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 0\%$ ,	65
<b>Figure 9.1.2</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 2\%$ ,	66
<b>Figure 9.1.3</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 5\%$ ,	66
<b>Figure 9.1.4</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 8\%$ ,	66
<b>Figure 9.1.5</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 10\%$ ,	67
<b>Figure 9.1.6</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 12\%$ ,	67
<b>Figure 9.1.7</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 15\%$ ,	67
<b>Figure 9.1.8</b>	: Variation du Coefficient 'a' en fonction de $\text{Tang}(\alpha)$	68
<b>Figure 9.1.10</b>	: Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique et ajusté par la méthode de moindre carrée	69
<b>Figure 9.1.11</b>	: Variation du rapport F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée	69
<b>Figure 9.1.12</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = -5\%$ ,	70
<b>Figure 9.1.13</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = -10\%$ ,	70
<b>Figure 9.1.14</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = -15\%$ ,	71
<b>Figure 9.1.15</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = -20\%$	71
<b>Figure 9.1.16</b>	: Variation du Coefficient 'a' en fonction de $\text{tang}(\alpha)$	72
<b>Figure 9.1.18</b>	: Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée	73
<b>Figure 9.1.19</b>	: Variation du rapport F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée	73
<b>Figure 9.1.20</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $b = 0.3 \text{ m}$ ,	74
<b>Figure 9.1.21</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $b = 0.4 \text{ m}$ ,	74
<b>Figure 9.1.22</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $b = 0.5 \text{ m}$ ,	74
<b>Figure 9.1.23</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $b = 0.6 \text{ m}$ ,	75
<b>Figure 9.1.24</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $b = 0.7 \text{ m}$ ,	75
<b>Figure 9.1.25</b>	: Variation du Coefficient 'a' en fonction de <b>Largeur 'b'</b>	76
<b>Figure 9.1.26</b>	: Variation du Coefficient 'a' en fonction de <b>Largeur 'b'</b>	76
<b>Figure 9.1.27</b>	: Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée (cas $b = 0.5 \text{ m}$ )	77
<b>Figure 9.1.28</b>	: Variation du F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée (cas $b = 0.5 \text{ m}$ )	77
<b>Figure 9.1.29</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $b = \ll 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 \text{ m}$	78
<b>Figure 9.1.30</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\alpha = 15^\circ$	79
<b>Figure 9.1.31</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\alpha = 30^\circ$	79
<b>Figure 9.1.32</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\alpha = 45^\circ$	80
<b>Figure 9.1.33</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\alpha = 60^\circ$	80
<b>Figure 9.1.34</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\alpha = 75^\circ$	80
<b>Figure 9.1.35</b>	: Variation du Coefficient 'b' en fonction de	81
<b>Figure 9.1.36</b>	: Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée (cas $\alpha = 45^\circ$ )	82
<b>Figure 9.1.37</b>	: Variation du F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée (cas $\alpha = 45^\circ$ )	82
<b>Figure 9.1.38</b>	: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour cinq valeurs de l'angle di talus $\alpha = \ll 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ \gg$	83

## *Etude comparative*

<b>Figure 10.1.1</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 0\%$ ,	84
<b>Figure 10.1.2</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 8\%$ ,	84
<b>Figure 10.1.3</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = 12\%$	85
<b>Figure 10.1.4</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = -10\%$ ,	85
<b>Figure 10.1.5</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour $\text{tang}(\alpha) = -5\%$ ,	85
<b>Figure 10.1.6</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour largeur du canal 'b'=0.3 m	86
<b>Figure 10.1.7</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour largeur du canal 'b'=0.7 m	86
<b>Figure 10.1.8</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour angle du talus $\alpha = 30^\circ$	87
<b>Figure 10.1.9</b> : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour angle du talus $\alpha = 75^\circ$	87
<b>Figure 10.1.10</b> : Variation de la section avantageuse en fonction de débit Q (m <sup>3</sup> /s) cas de pente nulle I = 0,003	91
<b>Figure 10.1.11</b> : Variation de la section avantageuse en fonction de débit Q (m <sup>3</sup> /s) cas de pente positive I = 5 %	92
<b>Figure 10.1.12</b> : Variation de la section avantageuse en fonction de débit Q (m <sup>3</sup> /s) cas de pente négative I = - 20 %	92

## PRINCIPALES NOTATIONS

A1	L'aire de la section mouillée initiale .....	[m <sup>2</sup> ]
A2	L'aire de la section mouillée finale .....	[m <sup>2</sup> ]
A(x)	L'aire de la section mouillée correspondant à x .....	[m <sup>2</sup> ]
b	Base du canal trapézoïdal .....	[m]
IF1	Nombre de Froude incident .....	[-]
P1	Force de pression s'exerçant sur la section mouillée à l'amont du ressaut.....	[N]
P2	Force de pression s'exerçant sur la section mouillée à l'aval du ressaut .....	[N]
g	Accélération de la pesanteur .....	[m.s <sup>-2</sup> ]
h1	Hauteur initiale du ressaut .....	[m]
h2	Hauteur finale du ressaut.....	[m]
h2*	Hauteur finale du ressaut classique rectangulaire .....	[m]
h(x)	Profondeur de l'eau à la distance x du pied du ressaut .....	[m]
hb	hauteur maximal du rouleau de fond .....	[m]
Lr	Longueur du rouleau .....	[m]
Lj	Longueur du ressaut .....	[m]
Lr*	Longueur du rouleau classique rectangulaire.....	[m]
Lj*	Longueur du ressaut classique rectangulaire.....	[m]
Lu	la distance du pied du ressaut au début du rouleau de fond .....	[m]
Lb	longueur du rouleau de fond.....	[m]
m	cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du canal par rapport à l'horizontale .....	[-]
M	coefficient de forme .....	[-]
Q	Débit volume .....	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
Re	Nombre de Reynolds .....	[-]
Rh	Rayon hydraulique correspondant au profil triangulaire .....	[-]
Sf	Gradient de perte de charge.....	[-]
Wx	Force de frottement agissant sur le volume de liquide .....	[N]
V	Volume d'eau inscrit entre les deux sections initiale et finale .....	[m <sup>3</sup> ]
v1	Vitesse moyenne dans la section mouillée initiale .....	[m.s <sup>-1</sup> ]
v2	Vitesse moyenne dans la section mouillée finale .....	[m.s <sup>-1</sup> ]
x	La coordonnée longitudinal comptée à partir du début du ressaut .....	[m]
X	La coordonnée	
Y*	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique .....	[-]
Ys	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut contrôlé par seuil .....	[-]
v	Viscosité cinématique .....	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
λj	longueur relative du ressaut .....	[-]
λr	longueur relative du rouleau .....	[-]
λb	longueur relative du rouleau de fond .....	[-]
λu	longueur relative du distance d'approche .....	[-]
ω	Poids spécifique du liquide .....	[N.m <sup>-3</sup> ]
ρ	Masse volumique du liquide.....	[kg.m <sup>-3</sup> ]
η	Rendement du ressaut .....	[-]
α	Angle d'inclinaison du fond du canal par rapport à l'horizontal.....	[rd]
θ	Angle d'inclinaison des parois du canal par rapport à l'horizontal.....	[rd]

# *Remerciement*

- *Au terme de ce modeste mémoire je tiens à remercier mon promoteur Mr Samir Kateb, qui m'a aidé, orienté tout au long de période de la préparation de ce mémoire.*
- *Je remercie aussi vivement tous les enseignants qui ont contribué à compléter ma formation de Master en hydraulique.*
- *Je remercie infiniment les membres de jure pour la discussion de mon mémoire*
- *Je remercie en fin tous mes amis qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.*



**SOMMAIRE**  
**INTRODUCTION GENERALE**  
**PREMIERE PARTIE**

**Etude BIBLIOGRAPHIQUE**

INTRODUCTION .....	3
<b>Chapitre I RESSAUT HYDRAULIQUE CLASSIQUE EN CANAL RECTANGULAIRE</b>	
I.1 DESCRIPTION DU RESSAUT CLASSIQUE.....	4
I.2 Types de ressaut.....	4
I.3. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.....	5
I.4. Longueurs caractéristiques du ressaut .....	6
<b>Chapitre II RESSAUT HYDRAULIQUE EN CANAL TRIANGULAIRE</b>	<b>7</b>
II.1. Approche de Achour et Debabeche (2003) .....	7
II.1.1 Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.....	7
II.1.2 Hauteur relative du seuil en fonction du nombre de Froude.....	8
II.1.3. Relation générale régissant le contrôle du ressaut.....	9
<b>Chapitre III RESSAUT HYDRAULIQUE EN CANAL TRAPEZOIDAL</b>	<b>11</b>
III.1 Approche de Hager et Wanoschek (1989) .....	11
III.1.1. Description des essais .....	11
III.1.2. Description du ressaut.....	11
III.1.3. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.....	12
III.1.4. Longueurs caractéristiques du ressaut.....	12
III.1.4.1. longueur du rouleau de fond.....	13
III.1.4.2. Longueur du ressaut .....	14

## DEUXIEME PARTIE

### Etude Théorique Du Ressaut évolué dans des Canaux Trapézoïdal, Rectangulaire et Triangulaire.

INTRODUCTION .....	15
<b>Chapitre IV. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAPEZOIDAL</b>	<b>16</b>
IV.1. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Trapézoïdal à pente positive.....	16
IV.1. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	16
IV.2. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Trapézoïdal à pente nulle.....	19
IV.2. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	19
IV.3. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Trapézoïdal à pente négative .....	21
IV.3. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	21
<b>Chapitre V. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAIANGULAIRE</b>	<b>24</b>
V.1. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Triangulaire à pente positive.....	24
V.1. 1. Equation de la quantité de mouvement .....	24
V.1.2. Nombre de Froude.....	26
V.2. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Triangulaire à pente nulle.....	28
V.2. 1 Equation de la quantité de mouvement.....	28
V.2.2. Nombre de Froude.....	28
V.3. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Triangulaire à pente négative .....	30
V.3. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	30
V.3.3. Nombre de Froude.....	32
<b>Chapitre VI. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE</b>	<b>34</b>
VI.1. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Rectangulaire à pente positive.....	34
VI.1. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	34
VI.1.2. Nombre de Froude.....	36
VI.2. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Rectangulaire à pente nulle.....	38
VI.2. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	38
VI.2.2. Nombre de Froude.....	38
VI.3. Etude théorique du ressaut hydraulique dans un canal Rectangulaire à pente négative .....	40
VI.3. 1. Equation de la quantité de mouvement.....	40
VI.3.2. Nombre de Froude.....	42

## TROISIEME PARTIE

### Analyse Théorique Du Ressaut évolué dans des Canaux Trapézoïdal, Rectangulaire et Triangulaire.

INTRODUCTION A LA PARTIE ANALYSE THEORIQUE.....	44
<b>Chapitre VII. ANALYSE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE</b>	<b>45</b>
VII.1. Introduction.....	45
VII. 2. Effet de la pente sur le ressaut hydraulique.....	45
VII.2.1. Effet de la pente positive sur le ressaut hydraulique .....	45
VII.2.2. Effet de la pente négative sur le ressaut hydraulique .....	50
<b>Chapitre VIII. ANALYSE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRIANGULAIRE</b>	<b>55</b>
VIII.1. Introduction.....	55
VIII.2. Effet de la pente sur le ressaut hydraulique.....	55
VIII.2.1. Effet de la pente positive sur le ressaut hydraulique .....	55
VIII.2. 2.Effet de la pente négative sur le ressaut hydraulique.....	60
<b>Chapitre IX. ANALYSE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAPEZOIDAL</b>	<b>65</b>
IX.1. Introduction.....	65
IX. 2. Effet de la pente sur le ressaut hydraulique.....	65
IX.2.1. Effet de la pente positive sur le ressaut hydraulique .....	65
IX.2.2. Effet de la pente négative sur le ressaut hydraulique .....	70
IX.3. Effet de la largeur de fond du canal 'b' sur le ressaut hydraulique.....	74
IX 4. Effet de la largeur de l'angle du talus ' ' sur le ressaut hydraulique.....	79
<b>Chapitre X. ETUDE COMPARATIVE</b>	<b>84</b>
X. 1. Effet de la pente sur la variation de F1 en fonction de Y .....	84
X.2. Effet de la largeur du fond du canal 'b' sur la variation de F1 en fonction de Y.....	86
X.3. Effet de l'angle du talus canal ' ' sur la variation de F1 en fonction de Y.....	87
X.4. La section avantageuse .....	88
X.4.1.Définition.....	88
X.4.2. Démonstration de la section avantageuse.....	88
<b>CONCLUSION GENERAL</b>	<b>93</b>

# INTRODUCTION GENERALE

## INTRODUCTION GENERALE :

Dans les constructions hydrauliques, il est très souvent question de restituer l'eau à un cours d'eau après l'avoir utilisée. Cette restitution ne peut pas se faire sans autre : si l'eau est rejetée avec de grandes vitesses, elle risque d'engendrer une érosion pouvant causer d'importants dégâts. Ainsi apparaît la nécessité de réaliser un bassin d'amortissement pour briser les effets dévastateurs de l'eau libérée avec force.

Le ressaut hydraulique a fait l'objet de nombreuses études, aussi bien théoriques qu'expérimentales. C'est surtout le canal rectangulaire qui a attiré l'attention de nombreux chercheurs, en raison sans doute de sa simplicité géométrique et de la facilité de sa mise en œuvre. L'expérimentation a montré qu'en règle générale, le ressaut est bien régi par l'équation de la quantité de mouvement quelque soit la forme du canal considéré. Cette équation a pour but de déterminer le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique évoluant dans des profils prismatiques

L'étude a également concerné le ressaut évoluant en fonction de l'équation de la quantité de mouvement pour évaluer le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude incident  $IF_1$  caractérisant l'écoulement à l'amont.

La longueur minimale du bassin amortisseur correspond en règle générale à la longueur  $L_j$  du ressaut défini comme étant la longueur au-delà de laquelle aucune protection du bassin n'est nécessaire. Dans cette section la profondeur  $h_2$  du ressaut correspond à la hauteur finale du ressaut. Aucun développement théorique n'a pu mener à l'établissement d'une relation analytique permettant d'évaluer la longueur  $L_j$  ; seul les essais expérimentaux.

Ce travail est résumé en trois parties:

- La première partie est une synthèse bibliographique sur le ressaut hydraulique dans des canaux prismatiques nécessite trois chapitres. Une description de ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire suit par des études homologues dans ce domaine dans un canal triangulaire et trapézoïdal.

- La deuxième partie est une étude théorique du ressaut hydraulique, évoluant dans des canaux prismatique (Trapézoïdal, triangulaire et, rectangulaire)
- La troisième partie est une étude analytique et comparative entre ressaut hydraulique évolué en canaux prismatique (Trapézoïdal, triangulaire et, rectangulaire) sur les caractéristiques de ressaut hydraulique.
- Conclusion :  
Dans cette partie de la conclusion nous cherchons la section du canal avantageuse pour dissiper l'énergie dans le bassin amortissement, après avoir comparé les trois canaux entre eux.

## **PREMIERE PARTIE**

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre I : Ressaut hydraulique classique en canal rectangulaire

Chapitre II : Ressaut hydraulique en canal triangulaire

Chapitre III : Ressaut hydraulique en canal trapézoïdal

## INTRODUCTION

L'étude bibliographique est une partie nécessaire avant de commencer notre étude Théorique afin de passer en revue les travaux précédents qui intéressent notre sujet de ressaut hydraulique classique en canal de section droite triangulaire et rectangulaire, et trapézoïdal.

On va prendre trois chapitres dans cette partie présentés comme suit :

- Le premier chapitre aura trait au ressaut hydraulique classique en canal rectangulaire, où nous décrirons le ressaut hydraulique classique sa forme, ses types et ses caractéristiques selon des travaux de BRADLEY et PETERKA(1957), et HAGER (1990). [3]
- Le second chapitre Nous examinerons dans ce chapitre l'étude de Achour et Debabeche (2003), qui a pour objectif d'expérimenter le ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince, dans un canal triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ . L'étude se proposera de trouver des relations fonctionnelles liant les caractéristiques du ressaut hydraulique.
- Le troisième chapitre et le dernier chapitre de cette première partie sera intéressé au ressaut hydraulique en canal trapézoïdal.



## Chapitre I. RESSAUT HYDRAULIQUE EN CANAL RECTANGULAIRE

### I. 1. DESCRIPTION DU RESSAUT CLASSIQUE :

Le ressaut classique est défini comme la transition d'un écoulement torrentiel à un écoulement fluviale dans un canal prismatique presque horizontal de section rectangulaire, sans obstacle ni chicane .cette transition est caractérisée par une zone d'eau "saine" et un rouleau de surface avec une forte turbulence et entrainement d'air, et est le siège d'une dissipation d'énergie considérable. C'est ce dernier aspect qui est importe et qui est exploité dans les constructions hydraulique.

Le ressaut est caractériser par ses hauteurs initiale  $h_1$  et finale  $h_2$ , sa longueur ainsi que la longueur de son rouleau, et que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale, cette équation qui exprime le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude  $F_1$  à l'amont du ressaut. [8]



**Figure1.1:** *ressaut hydraulique classique* [8]

### I.2. Types de ressaut:

Selon la classification de BRADLEY et PETERKA (1957) on distingue :

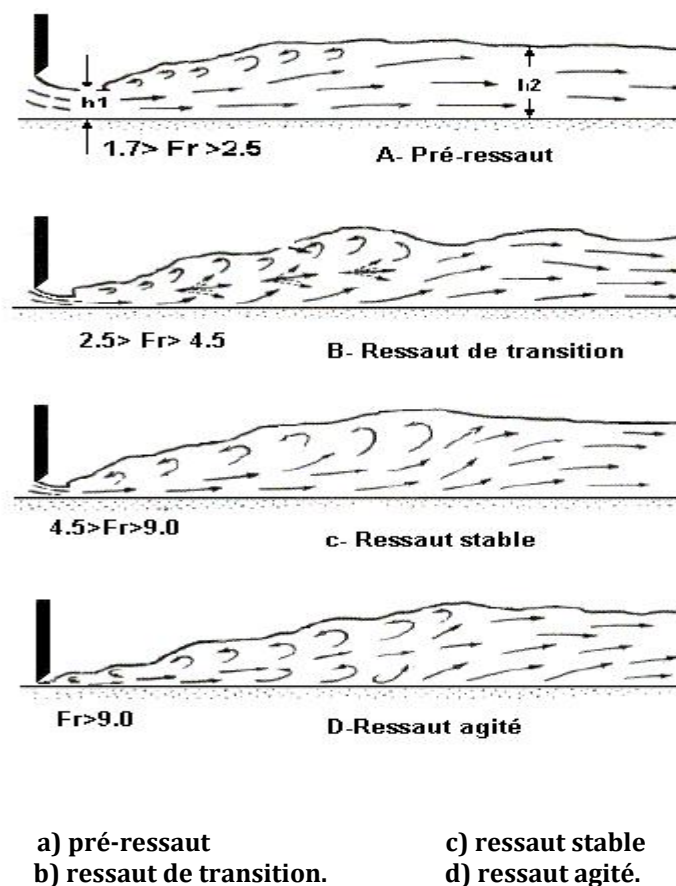
**A- Pré-ressaut :** Lorsque le nombre de Froude amont est comprise entre 1,7 et 2,5, un rouleau commence à apparaître, de plus en plus intense que l'augmentation du nombre de Froude. C'est la gamme pré-ressaut avec une perte d'énergie très faible. Les eaux de surface est bien lisse, la vitesse tout au long de l'uniforme de section, et la perte d'énergie de l'ordre de 20 pour cent.

**B- Ressaut de transition:** de saut se produit pour les nombres de Froude compris entre 2,5 et 4,5. Le jet de flux entrants, à tour de rôle vers le bas, puis le long de la

surface. Il en résulte des ondes de surface répréhensibles qui peuvent causer des problèmes d'érosion en aval du saut.

**C- Ressaut stable:** bien équilibrée et stable se produit lorsque le débit entrant nombre de Froude est supérieur à 4,5. La turbulence des fluides est principalement concentrée dans le saut, et pour des nombres de Froude jusqu'à 9,0 la surface de l'eau en aval est relativement lisse. Allier perte d'énergie de 45 à 70 pour cent peuvent être attendus.

**D- Ressaut agité :** Avec un nombre de Froude est supérieur à 9,0, on obtient un saut très efficace, mais la surface de l'eau brute peut entraîner des problèmes d'érosion en aval. [3]



**Figure 1.2:** forme de ressaut selon classification de BRADLEY et PETERKA (1957) [8]

### I.3. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut

Le canal de section droite rectangulaire constante est un cas particulier du canal trapézoïdal pour lequel l'angle d'inclinaison du talus par rapport à l'horizontal est de  $90^\circ$ ; ceci correspond donc à  $m = \cotg 90^\circ = 0$ , ou bien à  $M = 0$ .

$$IF_1^2 = Q^2 / (g \cdot b^2 \cdot h_1^3) \quad [3] \quad (1.1)$$

$$Y^* = h_2^*/h_1 = 0,5 [\sqrt{1 + 8 IF_1^2} - 1] \quad (1.2) \quad [8]$$

La relation (1.2) est connue sous le nom d'équation de Bélanger et permet d'évaluer le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude  $F_1$ . Hager et Sinniger (1985) proposent une relation approchée applicable pour le nombre de Froude  $F_1 > 2$ :

$$Y^* = h_2^*/h_1 = \sqrt{2} \cdot IF_1 - 1/2 \quad (1.6) \quad [3]$$

#### I.4. Longueurs caractéristiques du ressaut

La première caractéristique du ressaut est la longueur  $L_j^*$  sur laquelle il s'étend, ceci n'a pas pu être quantifiée que par voie expérimentale et sa définition varie d'un auteur à un autre. En effet, on estime que la longueur  $L_j^*$  doit être mesurée toujours entre le pied du ressaut et la section aval de sorte que :

1. la surface libre est pratiquement horizontale.
2. la surface de turbulence du rouleau est faible.
3. les grosses bulles d'air dues à la présence du rouleau de surface sont inexistantes.
4. l'écoulement graduellement varié apparaît à l'extrémité aval du rouleau. [8]

La longueur relative du ressaut est estimée d'après les essais HAGER et al. (1990) par la relation suivant:

$$L_j^*/h_1 = 220 \cdot \text{Tgh} [(IF_1 - 1)/22] \quad [3]$$

#### I.5. Longueur du rouleau

Les essais effectués par HAGER et al. (1990) montrent que, la longueur relative du rouleau  $\lambda_r^* = L_r/h_1$  dépend du nombre de Froude  $IF_1$  et du rapport d'aspect  $w = h_1/b$ . selon les relations suivantes :

$$\lambda_r^* = -12 + 160 \text{Tgh}(IF_1/20) \text{ pour } w = h_1/b < 0,1 \quad (1.7)$$

$$\lambda_r^* = -12 + 100 \text{Tgh}(IF_1/12,5) \text{ pour } 0,1 < w < 0,7 \quad (1.8)$$

« Tgh » désigne la tangente hyperbolique. [8]

Les auteurs notent que pour  $IF_1 < 8$ , les relations (1.7) et (1.8) peuvent être remplacées par une droite de pente 8, d'équation :

$$\lambda_r^* = L_r^*/h_1 = 8 \cdot (IF_1 - 1,5) \quad , \quad 2,5 < IF_1 < 8 \quad (1.9) \quad [8]$$

**CHAPITRE II.****RESSAUT HYDRAULIQUE EN CANAL TRIANGULAIRE****II.1. Approche de Achour et Debabeche (2003) :**

L'étude de Achour et Debabeche (2003), qui a pour objectif d'expérimenter le ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince, dans un canal triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$ . L'étude se proposera de trouver des relations fonctionnelles liant les caractéristiques du ressaut hydraulique.

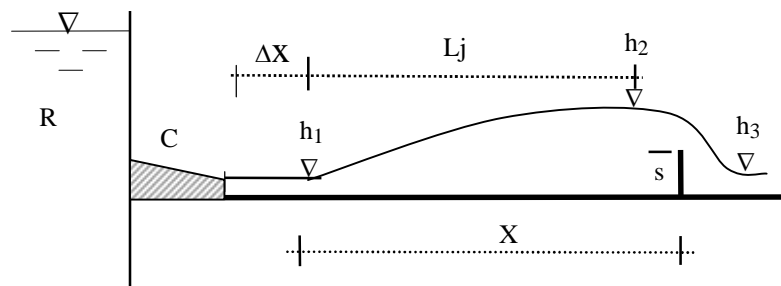
**II.1.1 Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut**

Figure 2.1 : Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince. [13]

Lors du contrôle du ressaut, la mise en place du seuil à l'aval n'a théoriquement aucun effet réducteur sur le rapport  $Y^*$  des hauteurs conjuguées du ressaut classique. Sous les mêmes conditions de l'écoulement amont, c'est à dire sous la condition de l'identité des débits volumes et des hauteurs initiales du ressaut, la hauteur finale  $h_2^*$  du ressaut classique est théoriquement égale à celle du ressaut contrôlé par un seuil.

La figure 2.2 montre à la fois la variation de  $Y^*$  et de  $Y_s$  en fonction du nombre de Froude  $IF_1$  caractérisant l'écoulement incident.

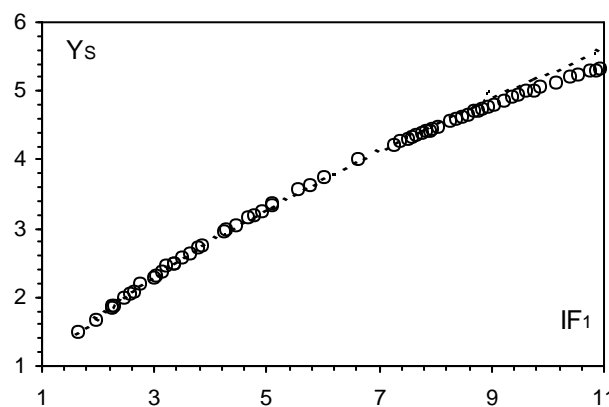


Figure 2.2 : Variation du rapport  $Y_s = f(IF_1)$  dans un canal triangulaire. (---) Ressaut classique. (o) Ressaut contrôlé par seuil à paroi mince. [13]

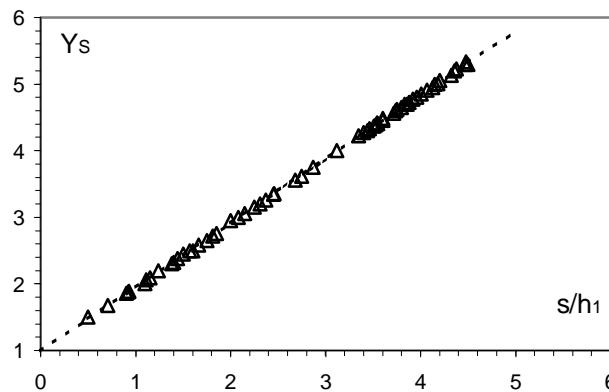
La figure 2.2 montre que l'égalité  $Y^* = Y_s$  n'est vérifiée que pour une certaine gamme de valeurs du nombre de Froude  $IF_1$ . L'influence du seuil à paroi mince se manifeste à des valeurs du nombre de Froude  $IF_1$  supérieures à 7,5.

Cette influence s'accroît au fur et à mesure que  $IF_1$  augmente, mais ne semble pas être significative.

La représentation graphique des points expérimentaux des rapports  $Y_s$  en fonction de la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil a abouti à une courbe unique, comme l'indique la figure 2.3.

Celle-ci montre clairement que les points expérimentaux obtenus s'alignent suivant une droite passant par le point (0,1). Suite à un ajustement linéaire Achour et Debabeche (2003) ont déterminé la relation suivante :

$$Y_s = 1 + S \quad (2.1) \quad [13]$$



**Figure 2.3** : Variation expérimentale de  $Y_s = f(S)$  lors du contrôle d'un ressaut triangulaire. ( $\Delta$ ) Points expérimentaux. (---) Courbe tracée selon la relation :  $Y_s = 1 + S$ . [13]

### II.1.2 Hauteur relative du seuil en fonction du nombre de Froude

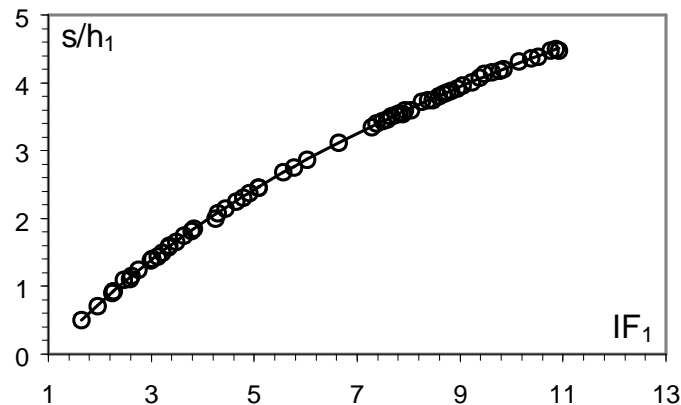
Achour et Debabeche (2003) ont montré précédemment que l'influence du seuil sur la hauteur finale du ressaut, et de même pour le rapport  $Y$ , n'était pas significative. Il a trouvé également qu'une relation unique existe entre la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil et le rapport  $Y_s$  des hauteurs conjuguées du ressaut. Ces considérations laissent l'auteur penser qu'une relation unique peut être obtenue entre la hauteur relative  $S=s/h_1$  du seuil et le nombre de Froude  $IF_1$ .

La figure 2.4 montre en effet que les points expérimentaux obtenus suivent, dans leur totalité, la variation d'une courbe unique de type logarithmique.

L'ajustement des couples de valeurs  $(IF_1, S)$ , suivant la méthode des moindres carrés non linéaires, à donner la relation :

$$S=s/h_1 = 4 \text{Ln}[(IF_1 + 4)/5] \quad (2.2) \quad [8]$$

« Ln » désigne le logarithme népérien.



**Figure 2.4 :** Variation expérimentale de la hauteur relative  $S$  du seuil à paroi mince, en fonction du nombre de Froude  $IF_1$ . ( $\emptyset$ ) Courbe tracé selon la relation :  $S=s/h_1= 4Ln[(IF_1+4)/5]$ . (o) Points expérimentaux. [8]

La relation ci-dessus, ainsi que la tendance des points expérimentaux représentés par la figure 3.4, montre que pour  $IF_1 = 1$  la hauteur relative  $S$  du seuil est nulle.

Comparée à la courbe expérimentale du ressaut contrôlé par un seuil mince dans un canal rectangulaire, la figure 2.4 indique que pour le cas du ressaut triangulaire la hauteur relative  $s/h_1$  ne dépend nullement de la position  $X/h_2$  du seuil.

En outre, le contrôle du ressaut rectangulaire nécessite des hauteurs relatives  $s/h_1$  beaucoup plus importantes, pour un même nombre de Froude  $IF_1$ .

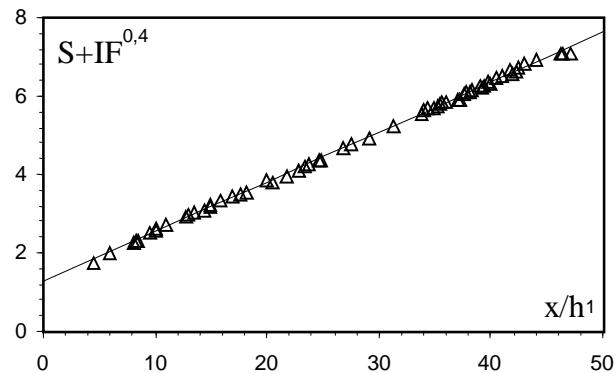
### II.1.3. Relation générale régissant le contrôle du ressaut :

Achour et Debabeche (2003) ont montré, d'après l'analyse de leurs mesures expérimentales, qu'une relation générale peut exprimer les paramètres  $IF_1$ ,  $s/h_1$  et  $X/h_1$ . Cette relation peut s'écrire sous la forme  $f(s/h_1, IF_1, X/h_1)=0$ .

L'analyse des mesures expérimentales obtenues a montré que la meilleure représentation graphique adimensionnelle de la fonction  $f$  est celle indiquée par la figure 3.5. Les points expérimentaux se situent en fait, pour  $X/h_1 \geq 4$  (condition largement réalisée dans la pratique), sur une droite d'équation :  $(S+IF_1^{0,4})=a.(X/h_1)+b$ . Les valeurs des constantes  $a$  et  $b$  ont été obtenues par un ajustement linéaire.

Ainsi, la relation générale régissant le contrôle du ressaut triangulaire en présence d'un seuil à paroi mince s'écrit :

$$S + IF_1^{0,4} = 0,127.( X/h_1 + 10 ) , X/h_1 \geq 4 \quad (2.3) [8]$$



**Figure 2.5** : Variation de  $(S+IF_1^{0,4})$  en fonction de la position relative  $X/h_1$  du seuil à paroi mince lors du contrôle d'un ressaut triangulaire :  $X/Lj=1$ ,  $S=s/h_1$ . (○) Courbe tracée selon la relation :  $S+IF_1^{0,4}=0,127.(X/h_1)+1,269$ . (Δ) points expérimentaux [13]

L'expérimentation a eu pour objectif de corréler les différents paramètres régissant le contrôle du ressaut. L'étude de Achour et Debabeche (2003) montre que ces paramètres sont en nombre de cinq, et pouvant former trois produits adimensionnels  $S=s/h_1$ ,  $IF_1$  et  $X/h_1$  ;  $S$  est la hauteur relative du seuil et  $X/h_1$  sa position relative. L'analyse des résultats expérimentaux obtenus a pu mener à l'établissement de relations simples à l'emploi, liant les trois variables adimensionnelles ci-dessus citées, pour les deux types de seuils considérés.

### Chapitre III.      **RESSAUT HYDRAULIQUE EN CANAL TRAPEZOIDAL**

#### **III.1 Approche de Hager et Wanoschek (1989)**

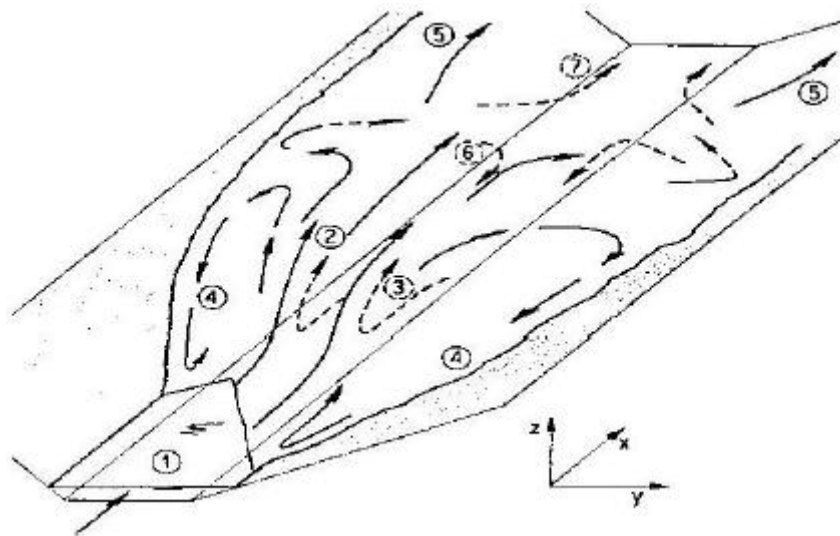
##### **III.1.1. Description des essais :**

Les essais de Hager et Wanoschek (1989) ont été menés dans un canal trapézoïdal symétrique, la pente des parois latérales est de  $45^\circ$  ( $m=1$ ), de largeur de fond 0,2 m, de largeur de la grande base 1,6 m, de profondeur 0,7 m et une longueur de 8m. Les valeurs de  $h_1=20\text{mm}$ , 40mm, 60mm et 80mm ont été examinés, pour lesquels  $M=0,1; 0,2; 0,3$  et  $0,4$  respectivement [3]

##### **III.1.2. Description du ressaut :**

Selon les travaux de Hager, la configuration d'écoulement du ressaut dans les canaux trapézoïdaux est tout à fait différente, par rapport aux canaux rectangulaires, tel que le ressaut est caractérisé par un écoulement de fond à grande vitesse et un rouleau de surface qui les recouvre.

La figure suivante montre le schéma des différentes zones et directions principales de l'écoulement



**Figure 3.1 :** Illustration schématique des directions principales de l'écoulement pour un ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal. ( — ) courants de surface, ( - - ) courant de fond. [3]

Ces zones sont définies comme suit :

1. La grande vitesse de l'écoulement.
2. La zone éclaboussures
3. La zone de séparation de fond
4. les zones de retour latérales de l'écoulement.
5. Une partie reste à la surface et poursuit vers l'aval.



6. Une partie plonge le long des parois latérales en pente et alimente le rouleau de fond.
7. Dans cette zone le courant continue directement vers l'aval.

### III.1.3. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut

Le ressaut est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. En effet, la variation de la quantité de mouvement entre les sections 1 et 2 est égale à la somme des forces extérieures agissant sur l'écoulement. L'application de cette loi nécessite quatre hypothèses simplificatrices:

1. la répartition des pressions dans la section finale et initiale est hydrostatique;
2. la distribution des vitesses est uniforme;
3. la perte de charge par frottement est négligeable;
4. la résistance de l'air est négligeable.

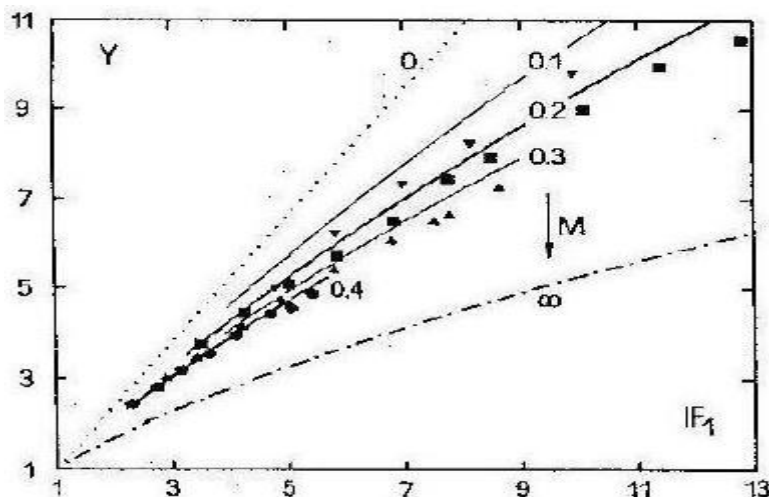
Le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est comme suit :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 b(1+2M)}{g(b \cdot h_1 (1+M))^3}, \quad Y = \frac{h_2}{h_1}, \quad M = \frac{mh_1}{b} \quad (3.1)$$

$$IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \left[ \left( Y^2 \left( 1 + \frac{2}{3} M \cdot Y \right) - \left( 1 + \frac{2}{3} M \right) \right) \right] \quad (3.2) \quad [3]$$

La relation (2) exprime la variation du nombre de Froude à l'amont du ressaut en fonction du rapport Y des hauteurs conjuguées et du coefficient de forme M.

La figure 3.2 montre Variation du nombre de Froude F1 en fonction du rapport Y des hauteurs du ressaut et du coefficient de forme M.



**Figure 3.2 :** Variation du nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport Y des hauteurs du ressaut et du coefficient de forme M.  $0 < M < \infty$  : profil trapézoïdal. ;  $M=0$  : profil rectangulaire,  $M \rightarrow \infty$  : profil triangulaire. [3]

### III.1.4. Longueurs caractéristiques du ressaut

#### III.1.4.1. longueur du rouleau de fond

Le ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal est caractérisé par l'apparition d'un rouleau de fond, la figure 3.3 montre une esquisse de définition tel que :

- $L_u$  : la distance du pied du ressaut au début du rouleau de fond.
- $L_b$  : longueur du rouleau de fond et  $h_b$  la hauteur maximal du rouleau de fond.

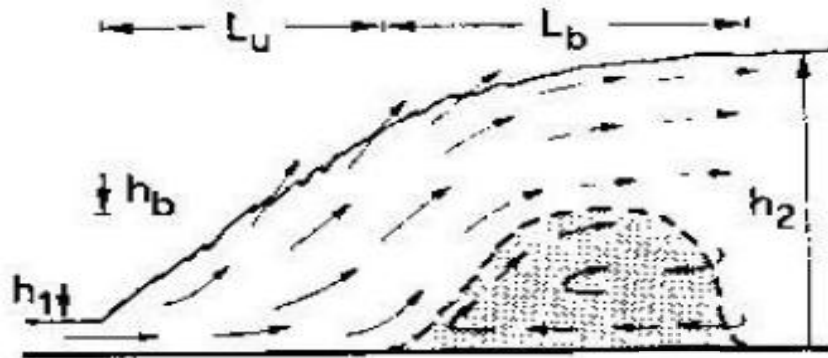


Figure 3.3: schéma de définition [8]

Les figures 3.3 et 3.4 suivantes montre la variation des rapports relatifs  $\lambda_u = L_u/h_2$ ,  $\lambda_b = L_b/h_2$ , et le rapport des hauteurs conjuguées  $h_b/h_2$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  pour diverses  $M$ .

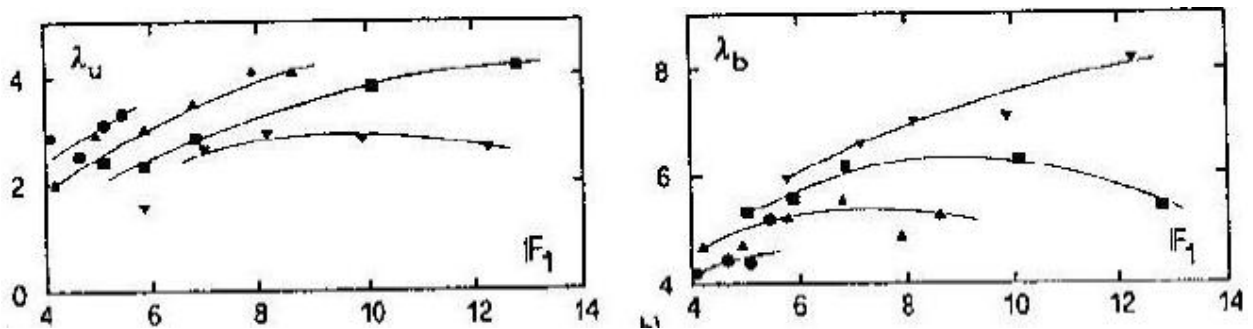


Figure 3.4 : caractéristique principale du rouleau de fond: a) distance d'approche, b) longueur maximale [8]

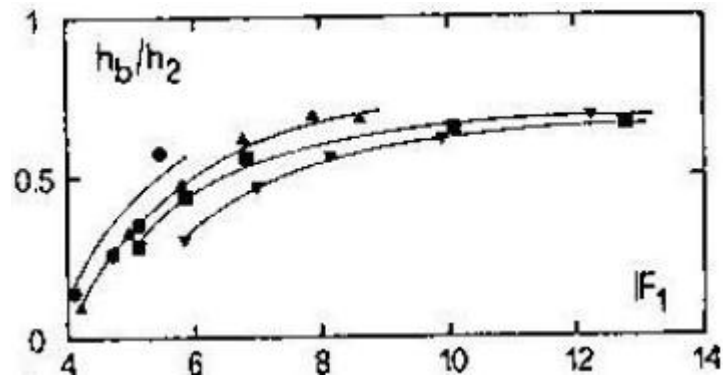


Figure 3.5 : hauteur maximale.

### III.1.4.2. Longueur du ressaut :

Longueur du ressaut  $L_j$  doit être mesurée toujours entre le pied du ressaut et la section aval de sorte que :

1. la surface libre est pratiquement horizontale.
2. la surface de turbulence du rouleau est faible.
3. les grosses bulles d'air dues à la présence du rouleau de surface sont inexistantes.
4. l'écoulement graduellement varié apparaît à l'extrémité aval du rouleau. [3]

La figure 3.5 représente les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1989) ( $m=1$ ) concernant la longueur relative  $j = L_j/h_2$  en fonction du nombre de Froude  $F_1$  et de  $M$ .

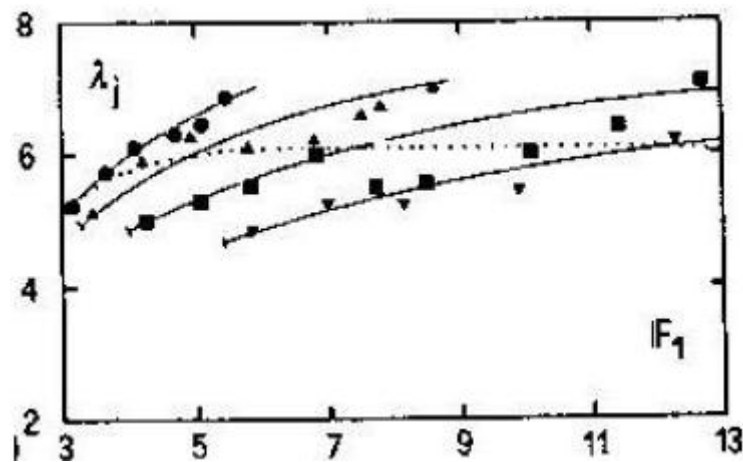


Figure 3.6: longueur relative  $\lambda_j$  du ressaut en fonction de  $F_1$  et de  $M$  [8]

## **DEUXIEME PARTIE**

ETUDE THEORIQUE :

Chapitre I : Etude théoriques du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal

Chapitre II : Etude théoriques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire

Chapitre III : Etude théoriques du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire

## INTRODUCTION:

Dans cette partie d'étude nous allons traiter les développements théoriques du ressaut hydraulique évoluant dans des canaux prismatiques à pente positive, négative et nulle.

Trois chapitres dans cette partie présentée comme suites:

Le premier chapitre aura traité le développement théorique du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal

Le second chapitre aura traité le développement théorique du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire

Le troisième chapitre et le dernier chapitre de cette deuxième partie sera intéressé au ressaut hydraulique en canal rectangulaire.

Ces développements théoriques montreront que le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident peut être exprimé en fonction de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontal, du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées du ressaut, et de la longueur relative  $j=L/h_1$  du ressaut, tel que :  $F_1 = f(Y, j, \theta)$ .

## CHAPITRE IV. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAPEZOIDAL

### IV.1. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAPEZOIDAL A PENTE POSITIVE

#### IV.1. 1. Equation de la quantité de mouvement

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale, à pente positive est donnée comme suit :

$$\rho QV_1^{\rightarrow} - \rho QV_2^{\rightarrow} = \sum F_{ext}^{\rightarrow} \quad (4..1)$$

Tel que :  $F_{ext}$ : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

Donc La relation (4.1) s'écrit :  $Qv_1 + P_1 + G\sin = Qv_2 + P_2$  (4.2)

La figure 4.1 montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale, incliné d'une pente positive

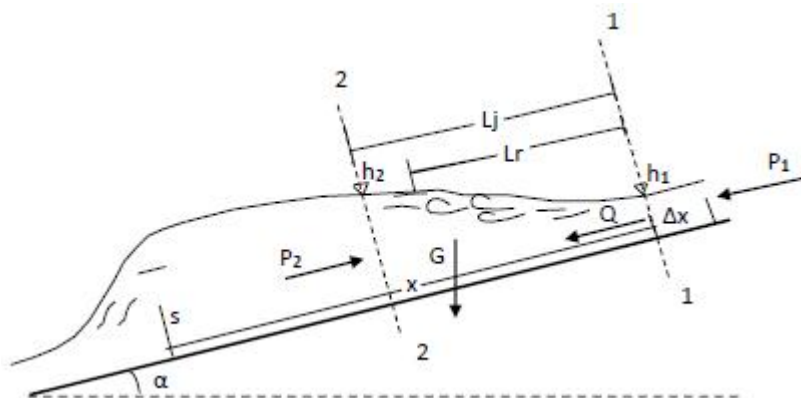


Figure 4.1 : Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente positive

Figure 4.1 : Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente positive

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, respectivement aux centres de gravité des sections trapézoïdales 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut.

Les forces de Pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique :  $P_1 = \omega h_1^- \cdot A_1$ ,  $P_2 = \omega h_2^- \cdot A_2$ , et  $G = \omega V$ .

$$P_1 = \omega h_1^- \cdot A_1, P_2 = \omega h_2^- \cdot A_2 \text{ et } G = \omega V$$

Où :  $\gamma = g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $h_1^-$ ,  $h_2^-$  représentent respectivement. Les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;

$$h_1^- = \cos \alpha \cdot \frac{h_1^2}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_1}{A_1} = \frac{bh_1^2}{6} \cos \alpha \cdot \left( \frac{3b + 2mh_1}{A_1} \right) \cdot \frac{1}{b} = \frac{bh_1^2}{6} \cos \alpha \cdot \left( \frac{3 + 2M}{A_1} \right)$$

$$h_2^- = \cos \alpha \cdot \frac{h_2^2}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_2}{A_2} = \frac{bh_1^2}{6} \cdot \frac{h_2^2}{h_1^2} \cos \alpha \cdot \left( \frac{3 + \frac{2mh_1 \cdot h_2}{b \cdot h_1}}{A_2} \right) = \frac{bh_1^2}{6} \cdot Y^2 \cos \alpha \cdot \left( \frac{3 + 2M \cdot Y}{A_2} \right)$$

..... (4.3)

$A_1$ ,  $A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

Tel que :

$$A_1 = b \cdot h_1 + m h_1^2 = b \cdot h_1 \left( 1 + \frac{m h_1}{b} \right) = b \cdot h_1 \left( 1 + \frac{m h_1}{b} \right), \text{ donc :}$$

$$A_1 = b \cdot h_1 ( 1 + M).$$

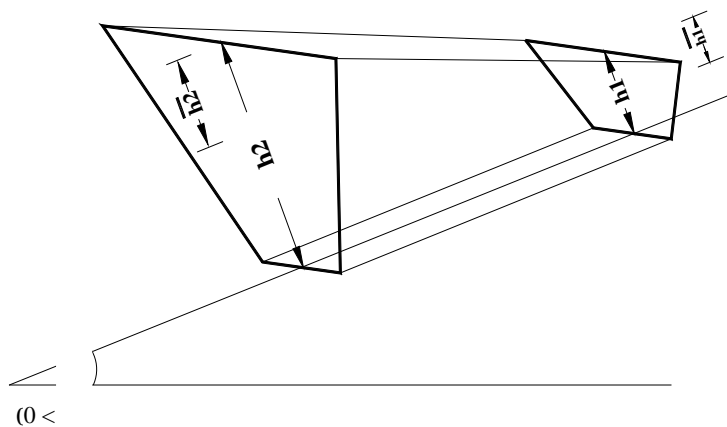
$$A_2 = b \cdot h_2 + m h_2^2 = b \cdot h_1 \cdot \left( \frac{b \cdot h_2}{b \cdot h_1} + m \frac{h_2^2}{b \cdot h_1} \right)$$

Donc :

$$A_2 = b \cdot h_1 \cdot \left( Y + m \frac{h_1 \cdot h_2^2}{b \cdot h_1 \cdot h_1} \right) = b \cdot h_1 (Y + MY^2) \dots \dots \dots (4.4)$$

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2 est comme suit :

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] \times L_j = b \cdot h_1 \left[ \frac{(1+M) + (Y+MY^2)}{2} \right] \times L_j \quad (4.5)$$



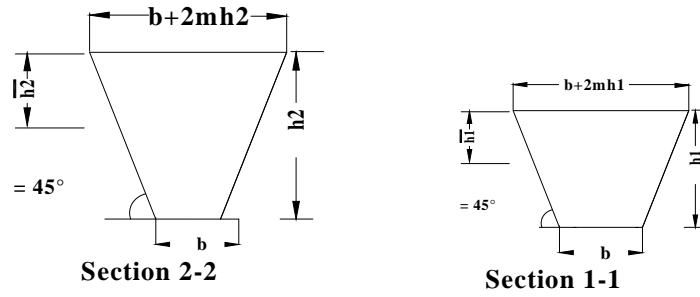


Figure 4.2 : a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

En tenant compte des relations (4.3), (4.4), (4.5) à la relation (2.4) deviennent :

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left( \frac{(b \cdot h_1 (1+M))^2}{b(1+2M)} \right) + \frac{bh_1^2}{6} \cos \alpha \cdot (3 + 2M) + b \cdot h_1 \left[ \frac{(1+M) + (Y+MY^2)}{2} \right] \times L_j \times \sin \alpha \\ = IF_1^2 \cdot bh_1^2 \cdot \frac{(1+M)^3}{(1+2M)(Y+MY^2)} + \frac{bh_1^2}{6} \cdot Y^2 \cos \alpha (3 + 2M \cdot Y) \quad (4.6) \end{aligned}$$

Le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident pour une section trapézoïdal s'écrit alors  
Comme suit :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{gA_1^3} = \frac{Q^2 b(1+2M)}{g(b \cdot h_1 (1+M))^3}$$

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left( \frac{(b \cdot h_1 (1+M))^2}{b(1+2M)} \right) \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] + \frac{bh_1^2}{6} \cos \alpha \cdot [(3 + 2M) - Y^2 \cdot (3 + 2M \cdot Y)] \\ = - \frac{bh_1^2}{h_1} \left[ \frac{(1+M) + (Y+MY^2)}{2} \right] \times L_j \times \sin \alpha \quad (4.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \\ \left[ \frac{1}{6} \cos \alpha \cdot [Y^2 \cdot (3 + 2M \cdot Y) - (3 + 2M)] - \frac{L_j}{h_1} \cdot \left[ \frac{(1+M) + (Y+MY^2)}{2} \right] \cdot \sin \alpha \right] \times \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \quad (4.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \\ \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \left[ \left( Y^2 \left( 1 + \frac{2}{3} M \cdot Y \right) - \left( 1 + \frac{2}{3} M \right) \right) - \lambda \tan \alpha \left[ (1+M) + (Y+MY^2) \right] \right] \quad (4.9) \end{aligned}$$

Tel que :  $\lambda = \frac{L_j}{h_1}$

La relation (4.9) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative  $=L_j/h_1$



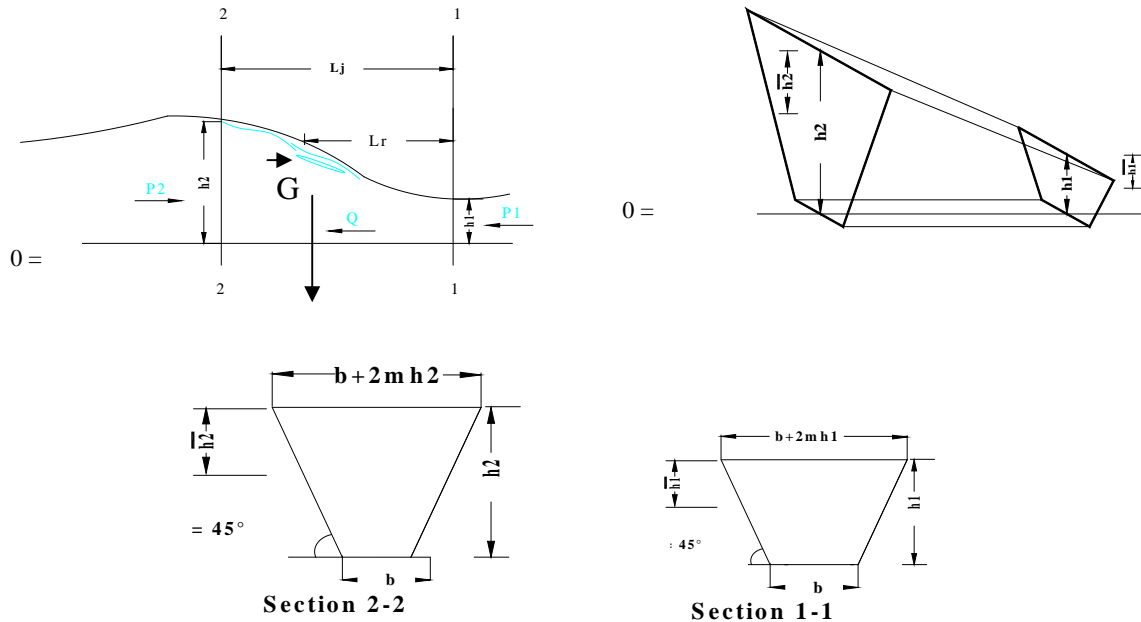
**IV.2. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAPEZOIDALE A PENTE NULLE**

**IV.2. 1. Equation de la quantité de mouvement :**

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale, a pente nulle est donnée comme suit :

$$Qv_1 + h_1 A_1 = Qv_2 + h_2 A_2 \quad (4.1)$$

Selon la (Figure 4.3) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section trapézoïdale a pente nulle



*Figure 4.3 : Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale à pente nulle  
Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut*

Comme nous avons touché auparavant l'étude du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdale a pente positif, Nous allons compléter les mêmes étapes dans cette partie, en remplaçant =0 dans la relation (4.7)

Le nombre de Froude F1 de l'écoulement incident pour une section trapézoïdal s'écrit alors Comme suit :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{gA_1^3} = \frac{Q^2 b(1 + 2M)}{g(b \cdot h_1 (1 + M))^3}$$

$$IF_1^2 \cdot \left( \frac{(b \cdot h_1 (1+M))^2}{b(1+2M)} \right) + \frac{bh_1^2}{6} \cdot (3 + 2M) = IF_1^2 \cdot bh_1^2 \cdot \frac{(1+M)^3}{(1+2M)(Y+MY^2)} + \frac{bh_1^2}{6} \cdot Y^2 (3 + 2M \cdot Y) \dots\dots\dots(4.2)$$

$$IF_1^2 \cdot \left( \frac{(b \cdot h_1 (1+M))^2}{b(1+2M)} \right) \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = -\frac{bh_1^2}{6} \cdot [(3 + 2M) - Y^2 \cdot (3 + 2M \cdot Y)] \quad (4.3)$$

$$IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \left[ \frac{1}{6} \cdot [Y^2 \cdot (3 + 2M \cdot Y) - (3 + 2M)] \right] \times \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \quad (4.4)$$

$$IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \left[ \left( Y^2 \left( 1 + \frac{2}{3} M \cdot Y \right) - \left( 1 + \frac{2}{3} M \right) \right) \right] \quad (4.5)$$

Donc :  $IF_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \left[ \left( Y^2 \left( 1 + \frac{2}{3} M \cdot Y \right) - \left( 1 + \frac{2}{3} M \right) \right) \right] / \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] \quad (4.6)$

### IV.3. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRAPEZOÏDAL A PENTE NEGATIVE

#### IV.3. 1. Equation de la quantité de mouvement

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale, à pente négative est donnée comme suit :

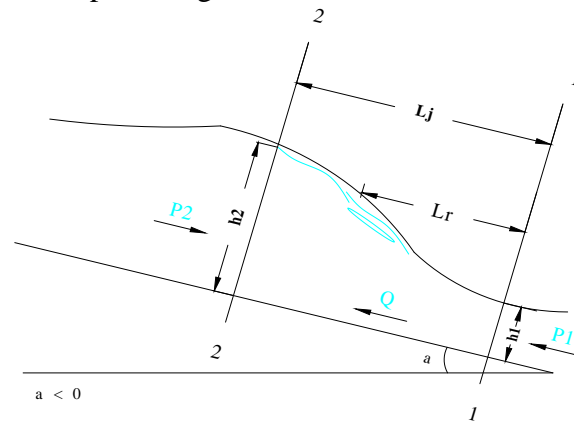
$$\rho QV_1^{\rightarrow} - \rho QV_2^{\rightarrow} = \sum F_{ext}^{\rightarrow} \quad (4.1)$$

Tel que :  $F_{ext}$ : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

Donc La relation (4.1) s'écrit :  $QV_1 + P_1 - G \sin = QV_2 + P_2$  (4.2)

La figure 4.1 montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale, incliné d'une pente négative



**Figure 4.1** : Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente négative

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, respectivement aux centres de gravité des sections trapézoïdales 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut.

Les forces de Pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique :  $P_1 = \omega h_1 A_1$ ,  $P_2 = \omega h_2 A_2$ , et  $G = \omega V$ .

$$P_1 = \omega h_1^- \cdot A_1, P_2 = \omega h_2^- \cdot A_2 \text{ et } G = \omega V$$

Où :  $\omega = g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $h_1^-$ ,  $h_2^-$  représentent respectivement. Les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;

$$h^{-}_1 = \cos \alpha \cdot \frac{h^2_1}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_1}{A_1} = \frac{bh^2_1}{6} \cos \alpha \cdot \left( \frac{3b + 2mh_1}{A_1} \right) \cdot \frac{1}{b} = \frac{bh^2_1}{6} \cos \alpha \cdot \left( \frac{3 + 2M}{A_1} \right)$$

$$h^{-}_2 = \cos \alpha \cdot \frac{h^2_2}{6} \cdot \frac{3b + 2mh_2}{A_2} = \frac{bh^2_1}{6} \cdot \frac{h^2_2}{h^2_1} \cos \alpha \cdot \left( \frac{3 + \frac{2mh_1 \cdot h_2}{h_1}}{A_2} \right) = \frac{bh^2_1}{6} \cdot Y^2 \cos \alpha \cdot \left( \frac{3 + 2M \cdot Y}{A_2} \right)$$

..... (4.3)

A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et V représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

Tel que :

$$A_1 = b \cdot h_1 + m h_1^2 = b \cdot h_1 \left( 1 + \frac{m h_1}{b} \right) = b \cdot h_1 \left( 1 + \frac{m h_1}{b} \right), \text{ donc :}$$

$$A_1 = b \cdot h_1 ( 1 + M).$$

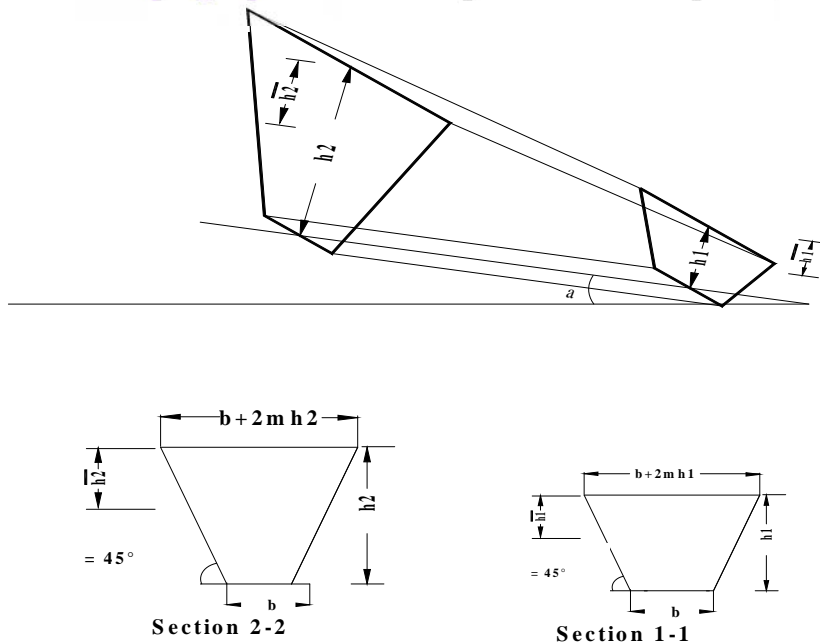
$$A_2 = b \cdot h_2 + m h_2^2 = b \cdot h_1 \cdot \left( \frac{b \cdot h_2}{b \cdot h_1} + m \frac{h_2^2}{b \cdot h_1} \right)$$

Donc :

$$A_2 = b \cdot h_1 \cdot \left( Y + m \frac{h_1}{b \cdot h_1} \frac{h_2^2}{h_1} \right) = b \cdot h_1 (Y + MY^2) \dots \dots \dots (4.4)$$

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2 est comme suit :

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] \times L_j = b \cdot h_1 \left[ \frac{(1+M) + (Y+MY^2)}{2} \right] \times L_j \quad (4.5)$$



**Figure 4.2 :** a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
 b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

En tenant compte des relations (4.3), (4.4), (4.5) à la relation (2.4) deviennent :

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left( \frac{(b \cdot h_1 (1+M))^2}{b(1+2M)} \right) + \frac{bh_1^2}{6} \cos \alpha \cdot (3 + 2M) - b \cdot h_1 \left[ \frac{(1+M)+(Y+MY^2)}{2} \right] \times L_j \times \sin \alpha \\ = IF_1^2 \cdot bh_1^2 \cdot \frac{(1+M)^3}{(1+2M)(Y+MY^2)} + \frac{bh_1^2}{6} \cdot Y^2 \cos \alpha (3 + 2M \cdot Y) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident pour une section trapézoïdal s'écrit alors

Comme suit :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} = \frac{Q^2 b(1+2M)}{g(b \cdot h_1 (1+M))^3}$$

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left( \frac{(b \cdot h_1 (1+M))^2}{b(1+2M)} \right) \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] + \frac{bh_1^2}{6} \cos \alpha \cdot [(3 + 2M) - Y^2 \cdot (3 + 2M \cdot Y)] \\ = + \frac{bh_1^2}{h_1} \left[ \frac{(1+M)+(Y+MY^2)}{2} \right] \times L_j \times \sin \alpha \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \\ \left[ \frac{1}{6} \cos \alpha \cdot [Y^2 \cdot (3 + 2M \cdot Y) - (3 + 2M)] + \frac{L_j}{h_1} \cdot \left[ \frac{(1+M)+(Y+MY^2)}{2} \right] \cdot \sin \alpha \right] \times \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{(1+M)}{(Y+MY^2)} \right] = \\ \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \left[ \left( Y^2 \left( 1 + \frac{2}{3} M \cdot Y \right) - \left( 1 + \frac{2}{3} M \right) \right) + \lambda \tan \alpha \left[ (1+M) + (Y+MY^2) \right] \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Tel que :  $\lambda = \frac{L_j}{h_1}$

La relation (4.9) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative

$$= L_j/h_1$$

## CHAPITRE V. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRIANGULAIRE

### V.1. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRIANGULAIRE A PENTE POSITIVE

#### V.1. 1. Equation de la quantité de mouvement :

Selon la (Figure 5.1) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section triangulaire incliné d'une pente positive par rapport à l'horizontale

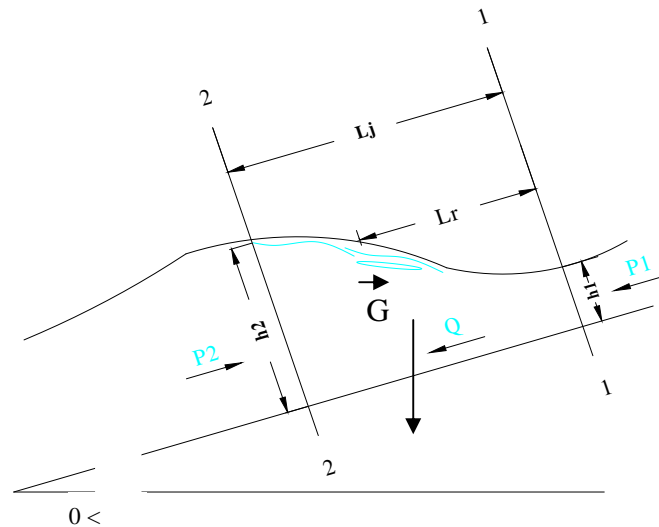


Figure 5.1 : Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente positive

$$\rho QV_1 - \rho QV_2 = \sum F_{ext} \quad (2.1)$$

$F_{ext}$ : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

La relation (2.1) s'écrit :

$$Qv_1 + P_1 + G \sin \alpha = Qv_2 + P_2 \quad (2.2)$$

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, selon la figure (2.2), respectivement aux centres de gravité des sections triangulaire 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut. Les forces de Pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique :  $P_1 = \gamma h_1 A_1$ ,  $P_2 = \gamma h_2 A_2$ , et  $G = \gamma V$ .

$$P_1 = \gamma h_1 \bar{A}_1, P_2 = \gamma h_2 \bar{A}_2 \text{ et } G = \gamma V$$

Où :  $\gamma = g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $h_1$ ,  $h_2$  représentent respectivement

Les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;  $A_1, A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

En remplaçant les expressions de  $P_1, P_2,$  et  $G$  dans la relation (2.2), on obtient :

$$Qv_1 + h_1 A_1 + V \sin \alpha = Qv_2 + h_2 A_2 \quad (2.3)$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit, en fonction du débit volume  $Q$  et de l'aire de la section mouillée  $A$  :  $v = Q/A$ . Par conséquent, les vitesses moyennes de l'écoulement  $v_1$  et  $v_2$  respectivement aux sections amont et aval du ressaut s'expriment :  $v_1 = Q/A_1$  et  $v_2 = Q/A_2$ .

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (2.3) peut s'écrire, en divisant tous ses membres par  $g$  :

$$\frac{Q^2}{gA_1} = h_1^{-1} \cdot A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} = h_2^{-1} \cdot A_2 \quad (2.4)$$

Mais à cause de l'inclinaison du canal d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal, la hauteur initiale et finale s'écrit  $h_1$  et  $h_2$

Les sections initiale et finale sont :

$$A_1 = mh_1^2$$

$$A_2 = mh_2^2$$

Les centres de gravité des sections initiales et finales sont :

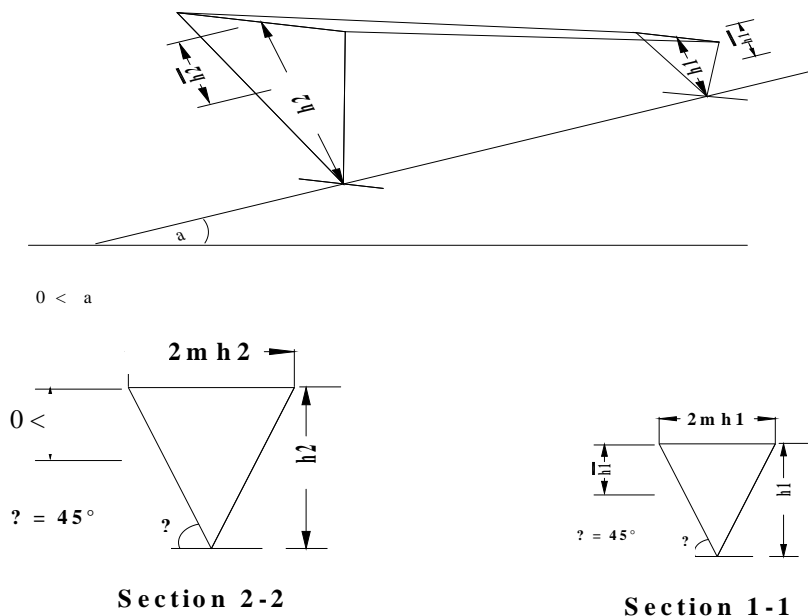


Figure 5.2 : a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

$$h_1^- = \frac{1}{3} \cos \alpha \frac{mh_1^3}{A_1} \quad h_2^- = \frac{1}{3} \cos \alpha \frac{mh_2^3}{A_2}$$

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] \times L_j \quad (2.5)$$

Tels que :  $Y = h_2/h_1$

$$A_1 = mh_1^2$$

$$A_2 = mh_2^2 = mh_1^2 \times Y^2$$

$$V = \left[ \frac{mh_1^2 + (mh_1^2 \times Y^2)}{2} \right] \times L_j = \frac{mh_1^2}{2} \times [1 + Y^2] \times L_j \quad (2.6)$$

### V.1.2. Nombre de Froude :

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique qui va nous servir de base à notre étude théorique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale 1-1, c'est-à-dire au pied du ressaut. Ce nombre s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation (2.7) :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} \quad (2.7)$$

La relation (2.7) montre que le nombre de Froude  $F$  est une fonction de quatre paramètres :

- $Q$  représente le débit volume de l'écoulement ;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur ;
- $A_1$  est l'aire de la section transversal mouillée au pied de ressaut ;

$\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$  Représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée  $A_1$  au pied du ressaut

par rapport à la hauteur  $h_1$ . Pour notre cas, il s'agit d'une section triangulaire et par conséquent :

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = 2mh_1 \quad \text{donc} \quad IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} = \frac{Q^2 (2mh_1)}{g (mh_1^2)^3} = \frac{2Q^2}{g (m^2 h_1^5)} \quad (2.8)$$

$$IF_2^2 = \frac{2Q^2}{g (m^2 h_2^5)} = \frac{2Q^2}{g (m^2 (h_1 \times Y)^5)} = \frac{1}{Y^5} \times F_1^2 \quad (2.9)$$

En tenant compte des relations (2.6), (2.7), (2.8) (2.9) à la relation (2.4) devient :

$$\frac{Q^2}{g A_1} + h_1^- A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{g A_2} + h_2^- A_2$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente positif et évoluant dans un canal de section droite triangulaire mène à écrire la relation suivant (2.10) ; cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- la pente du canal par rapport à l'horizontal (l'angle  $\alpha$ ).



- La longueur Lj du ressaut.

Un arrangement de cette relation (2.10) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1}A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1}A_2$$

- $\frac{Q^2}{gA_1} = \frac{Q^2}{gA_1} \cdot \frac{2mh_1}{(mh_1^2)^2} \cdot \frac{(mh_1^2)^2}{2mh_1} = \frac{1}{2} \cdot F_1^2 \cdot mh_1^3$
- $h_1^{-1} \cdot A_1 = \frac{1}{3} \cos \alpha \frac{mh_1^3}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3$
- $V \sin \alpha = \frac{mh_1^2}{2} \times [1 + Y^2] \times L_j \times \sin \alpha$
- $\frac{Q^2}{gA_2} = \frac{Q^2}{gA_2} \cdot \frac{2mh_2}{(mh_2^2)^2} \cdot \frac{(mh_2^2)^2}{2mh_2} = \frac{1}{2} \cdot F_2^2 \cdot mh_2^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^5} \times F_1^2 \right) m(Y \cdot h_1)^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^5} \times F_1^2 \right) mh_1^3$
- $h_2^{-1} \cdot A_2 = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 \cdot Y^3$  Donc

$$\frac{1}{2} \cdot IF_1^2 \cdot mh_1^3 + \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 + \frac{mh_1^2}{2} \times [1 + Y^2] \times L_j \times \sin \alpha =$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^5} \times IF_1^2 \right) mh_1^3 + \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 \cdot Y^3 \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{2} \cdot IF_1^2 \cdot \left[ mh_1^3 - \frac{1}{Y^2} \cdot mh_1^3 \right] = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 \left[ Y^3 - 1 - \frac{3}{2} \cdot [1 + Y^2] \times \frac{L_j}{h_1} \times \tan \alpha \right]$$

$$\frac{1}{2} \cdot IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{Y^2} \right] = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot \left[ Y^3 - 1 - \frac{3}{2} \cdot [1 + Y^2] \times \frac{L_j}{h_1} \times \tan \alpha \right] / \lambda = \frac{L_j}{h_1}$$

$$IF_1^2 = \frac{2}{3} \cos(\alpha) \times \left( (Y^3 - 1) - \frac{3}{2} \times (1 + Y^2) \times \lambda \times \tan(\alpha) \right) / \left( 1 - \frac{1}{Y^2} \right) \dots\dots\dots (2.10)$$

La relation (2.10) exprime le nombre de Froude IF<sub>1</sub> en fonction du rapport Y des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative =Lj/h<sub>1</sub> d'un ressaut hydraulique à pente positif, évoluant dans un canal de section droite triangulaire.

**V.2.ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRIANGULAIRE A PENTE NULLE**

**V.2. 1 Equation de la quantité de mouvement :**

Selon la (Figure 5.3) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section triangulaire a pente nulle

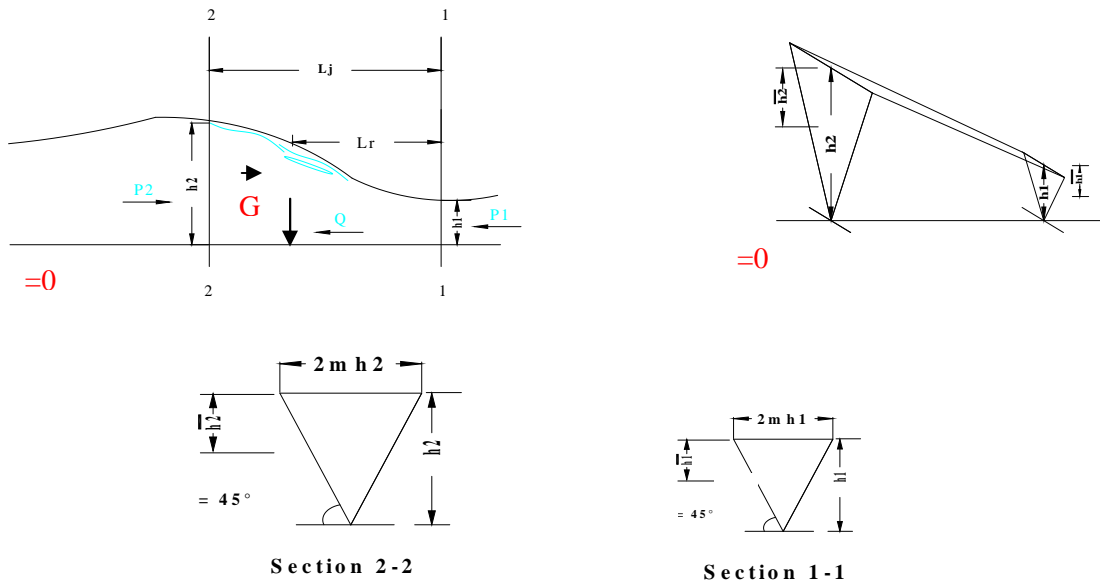


Figure 5.3 : Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente nulle  
 Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
 Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut

L'équation de quantité de mouvement devient :

$$Qv_1 + h_1 A_1 = Qv_2 + h_2 A_2 \quad (2.1)$$

En divisant tous ses membres de l'équation (2.3) par g :

Nous trouvons  $\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1} \cdot A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1} \cdot A_2 \quad (2.2)$

**V.2.2. Nombre de Froude :**

Le nombre de Froude s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} \quad \text{tel que ; } \frac{\partial A_1}{\partial h_1} = 2mh_1$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = 2mh_1 \quad \text{donc } IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} = \frac{Q^2 (2mh_1)}{g(mh_1^2)^3} = \frac{2Q^2}{g(m^2 h_1^5)} \quad (2.3)$$

$$IF_2^2 = \frac{2Q^2}{g(m^2 h_2^5)} = \frac{2Q^2}{g(m^2 (h_1 \times Y)^5)} = \frac{1}{Y^5} \times IF_1^2 \quad (2.4)$$

La relation (2.2) devient :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1} A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1} A_2$$

$$\blacksquare \frac{Q^2}{gA_1} = \frac{Q^2}{gA_1} \cdot \frac{2mh_1}{(mh_1^2)^2} \cdot \frac{(mh_1^2)^2}{2mh_1} = \frac{1}{2} \cdot IF_1^2 \cdot mh_1^3$$

$$\blacksquare h_1^- \cdot A_1 = \frac{1}{3} \frac{mh_1^3}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{3} \cdot mh_1^3$$

$$\blacksquare \frac{Q^2}{gA_2} =$$

$$\frac{Q^2}{gA_2} \cdot \frac{2mh_2}{(mh_2^2)^2} \cdot \frac{(mh_2^2)^2}{2mh_2} = \frac{1}{2} \cdot F_2^2 \cdot mh_2^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^5} \times IF_1^2 \right) m(Y \cdot h_1)^3 =$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^2} \times IF_1^2 \right) mh_1^3$$

$$\blacksquare h_2^- \cdot A_2 = \frac{1}{3} \cdot mh_1^3 \cdot Y^3$$

$$\text{Donc } \frac{1}{2} \cdot IF_1^2 \cdot mh_1^3 + \frac{1}{3} \cdot mh_1^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^2} \times IF_1^2 \right) mh_1^3 + \frac{1}{3} \cdot mh_1^3 \cdot Y^3$$

$$\frac{1}{2} \cdot F_1^2 \cdot \left[ mh_1^3 - \frac{1}{Y^2} \cdot mh_1^3 \right] = \frac{1}{3} \cdot mh_1^3 [Y^3 - 1]$$

$$\frac{1}{2} \cdot IF_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{Y^2} \right] = \frac{1}{3} \cdot [Y^3 - 1] \quad \text{Donc} \quad IF_1^2 = \frac{2}{3} \cdot Y^2 \cdot \frac{[Y^3 - 1]}{[Y^2 - 1]} \quad (2.5)$$

### V.3. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRIANGULAIRE A PENTE NEGATIVE

#### V.3. 1. Equation de la quantité de mouvement :

Selon la (Figure 5.4) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section triangulaire incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale

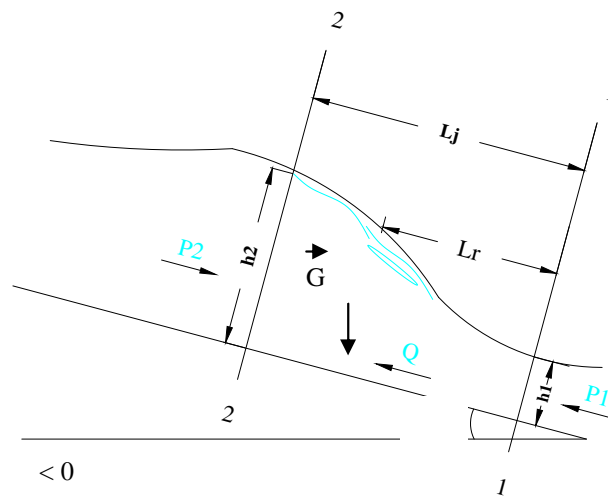


Figure 5.4 : Ressaut hydraulique dans un canal triangulaire à pente négative

$$\rho QV_1^{\vec{}} - \rho QV_2^{\vec{}} = \sum F_{ext}^{\vec{}} \quad (2.1)$$

$F_{ext}$ : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

La relation (2.1) s'écrit :

$$Qv_1 + P_1 - G \sin = Qv_2 + P_2 \quad (2.2)$$

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, selon la figure (2.2), respectivement aux centres de gravité des sections triangulaire 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut. Les forces de Pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique :  $P_1 = h_1 A_1$ ,  $P_2 = h_2 A_2$ , et  $G = \omega V$ .

$$P_1 = \omega h_1^- \cdot A_1, \quad P_2 = \omega h_2^- \cdot A_2 \quad \text{et} \quad G = \omega V$$

Où :  $\omega = g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $h_1$ ,  $h_2$  représentent respectivement

Les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;  $A_1, A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

En remplaçant les expressions de  $P_1, P_2,$  et  $G$  dans la relation (2.2), on obtient :

$$Qv_1 + h_1 A_1 - V \sin \alpha = Qv_2 + h_2 A_2 \quad (2.3)$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit, en fonction du débit volume  $Q$  et de l'aire de la section mouillée  $A$  :  $v = Q/A$ . Par conséquent, les vitesses moyennes de l'écoulement  $v_1$  et  $v_2$  respectivement aux sections amont et aval du ressaut s'expriment :

$$v_1 = Q/A_1 \text{ et } v_2 = Q/A_2.$$

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (2.3) peut s'écrire, en divisant tous ses membres par  $g$  :

$$\frac{Q^2}{gA_1} = h_1^{-1} \cdot A_1 - V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} = h_2^{-1} \cdot A_2 \quad (2.4)$$

Mais à cause de l'inclinaison du canal d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal, la hauteur initiale et finale s'écrit  $h_1$  et  $h_2$

Les sections initiale et finale sont :

$$A_1 = mh_1^2$$

$$A_2 = mh_2^2$$

Les centres de gravité des sections initiales et finales sont :

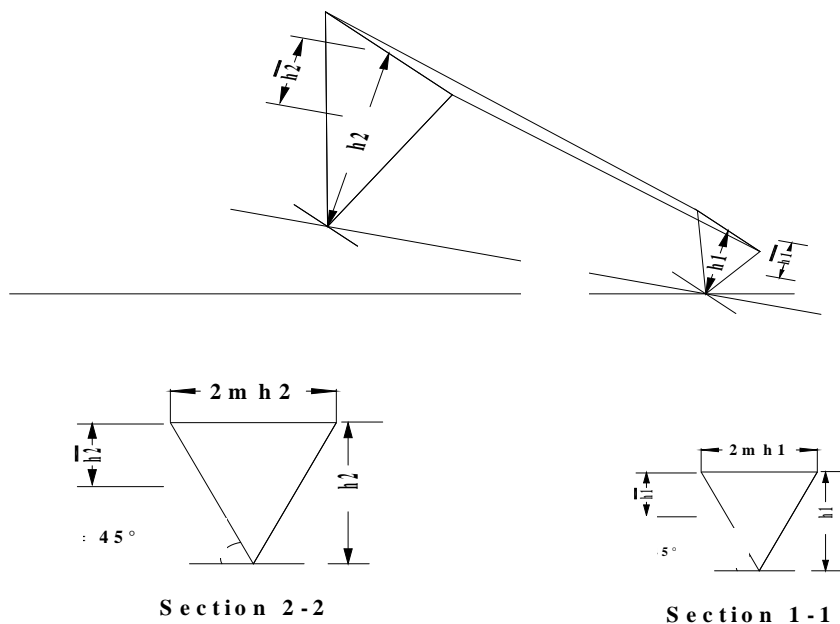


Figure 5.5: a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

$$h^{-1} = \frac{1}{3} \cos \alpha \frac{mh_1^3}{A_1} \quad h^{-2} = \frac{1}{3} \cos \alpha \frac{mh_2^3}{A_2}$$

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] \times L_f \quad (2.5)$$

Tels que :  $Y = h_2/h_1$

$$A_1 = mh_1^2$$

$$A_2 = mh_2^2 = mh_1^2 \times Y^2$$

$$V = \left[ \frac{mh_1^2 + (mh_1^2 \times Y^2)}{2} \right] \times L_f = \frac{mh_1^2}{2} \times [1 + Y^2] \times L_f \quad (2.6)$$

### V.3.3. Nombre de Froude :

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique qui va nous servir de base à notre étude théorique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale 1-1, c'est-à-dire au pied du ressaut. Ce nombre s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation (2.7) :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} \quad (2.7)$$

La relation (2.7) montre que le nombre de Froude  $F_1$  est une fonction de quatre paramètres :

- $Q$  représente le débit volume de l'écoulement ;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur,
- $A_1$  est l'aire de la section transversal mouillée au pied de ressaut ;

$\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$  Représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée  $A_1$  au pied du ressaut

par rapport à la hauteur  $h_1$ . Pour notre cas, il s'agit d'une section triangulaire et par conséquent :

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = 2mh_1 \quad \text{donc} \quad IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} = \frac{Q^2 (2mh_1)}{g (mh_1^2)^3} = \frac{2Q^2}{g (m^2 h_1^5)} \quad (2.8)$$

$$IF_2^2 = \frac{2Q^2}{g (m^2 h_2^5)} = \frac{2Q^2}{g (m^2 (h_1 \times Y)^5)} = \frac{1}{Y^5} \times F_1^2 \quad (2.9)$$

En tenant compte des relations (2.6), (2.7), (2.8) (2.9) à la relation (2.4) devient :

$$\frac{Q^2}{g A_1} + h_1^{-1} A_1 - V \sin \alpha = \frac{Q^2}{g A_2} + h_2^{-1} A_2$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente négative évoluant dans un canal de section droite triangulaire mène à écrire la relation suivant (2.10) ; cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- la pente du canal par rapport à l'horizontal (l'angle  $\alpha$ ).

- La longueur  $L_j$  du ressaut.

Un arrangement de cette relation (2.10) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^- A_1 - V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^- A_2 \quad \text{Tel que :}$$

- $\frac{Q^2}{gA_1} = \frac{Q^2}{gA_1} \cdot \frac{2mh_1}{(mh_1^2)^2} \cdot \frac{(mh_1^2)^2}{2mh_1} = \frac{1}{2} \cdot F_1^2 \cdot mh_1^3$
- $h_1^- \cdot A_1 = \frac{1}{3} \cos \alpha \frac{mh_1^3}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3$
- $V \sin \alpha = \frac{mh_1^2}{2} \times [1 + Y^2] \times L_j \times \sin \alpha$
- $\frac{Q^2}{gA_2} = \frac{Q^2}{gA_2} \cdot \frac{2mh_2}{(mh_2^2)^2} \cdot \frac{(mh_2^2)^2}{2mh_2} = \frac{1}{2} \cdot F_2^2 \cdot mh_2^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^5} \times F_1^2 \right) m(Y \cdot h_1)^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^2} \times F_1^2 \right) mh_1^3$
- $h_2^- \cdot A_2 = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 \cdot Y^3$

$$\text{Donc } \frac{1}{2} \cdot F_1^2 \cdot mh_1^3 + \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 - \frac{mh_1^2}{2} \times [1 + Y^2] \times L_j \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Y^2} \times F_1^2 \right) mh_1^3 + \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 \cdot Y^3$$

$$\frac{1}{2} \cdot F_1^2 \cdot \left[ mh_1^3 - \frac{1}{Y^2} \cdot mh_1^3 \right] = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot mh_1^3 \left[ Y^3 - 1 + \frac{3}{2} \cdot [1 + Y^2] \times \frac{L_j}{h_1} \times \tan \alpha \right]$$

$$\frac{1}{2} \cdot F_1^2 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{Y^2} \right] = \frac{1}{3} \cos \alpha \cdot \left[ Y^3 - 1 + \frac{3}{2} \cdot [1 + Y^2] \times \frac{L_j}{h_1} \times \tan \alpha \right] / \lambda = \frac{L_j}{h_1} \quad (2.10)$$

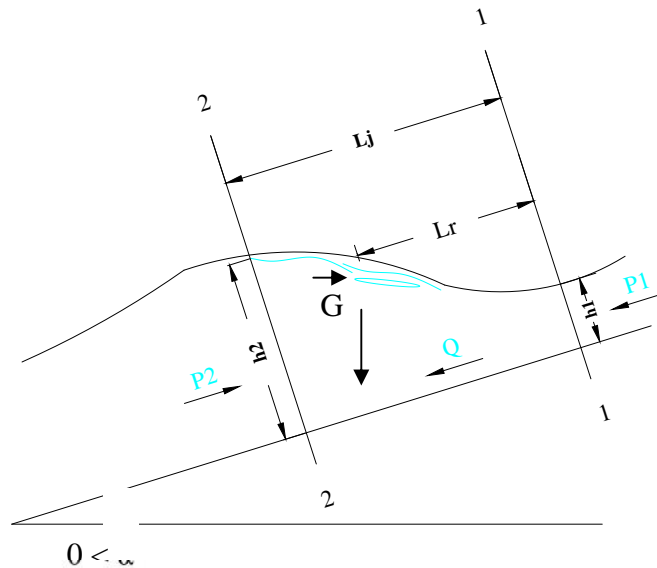
La relation (2.10) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative  $L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente positif, évoluant dans un canal de section droite triangulaire.

## **CHAPITRE VI. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE**

### **VI.1. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE A PENTE POSITIF**

#### **VI.1. 1. Equation de la quantité de mouvement :**

Selon la (Figure 6.1) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section **rectangulaire** incliné d'une pente positive par rapport à l'horizontale.



*Figure 6.1 : Ressaut hydraulique dans un canal **rectangulaire** à pente positive*

$$\rho QV_1^{\vec{}} - \rho QV_2^{\vec{}} = \sum F_{ext}^{\vec{}} \quad (2.1)$$

$F_{ext}$ : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

La relation (2.1) s'écrit :

$$Qv_1 + P_1 + G\sin \alpha = Qv_2 + P_2 \quad (2.2)$$

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, selon la figure (2.2), respectivement aux centres de gravité des sections triangulaire 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut. Les forces de Pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique :  $P_1 = \omega h_1 A_1$ ,  $P_2 = \omega h_2 A_2$ , et  $G = \omega V$ .

$$P_1 = \omega h_1 \bar{h}_1 A_1, P_2 = \omega h_2 \bar{h}_2 A_2 \text{ et } G = \omega V$$

Où :  $\omega = g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $h_1$ ,  $h_2$  représentent respectivement



Les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;  $A_1$ ,  $A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

En remplaçant les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$ , et  $G$  dans la relation (2.2), on obtient :

$$Qv_1 + h_1 A_1 + V \sin \alpha = Qv_2 + h_2 A_2 \quad (2.3)$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit, en fonction du débit volume  $Q$  et de l'aire de la section mouillée  $A$  :  $v = Q/A$ . Par conséquent, les vitesses moyennes de l'écoulement  $v_1$  et  $v_2$  respectivement aux sections amont et aval du ressaut s'expriment :  $v_1 = Q/A_1$  et  $v_2 = Q/A_2$ .

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (2.3) peut s'écrire, en divisant tous ses membres par  $\rho g$  :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1 A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2 A_2 \quad (2.4)$$

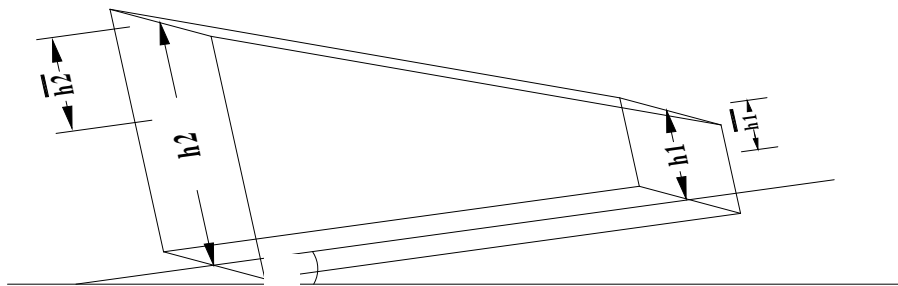
Mais à cause de l'inclinaison du canal d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal, la hauteur initiale et finale s'écrit  $h_1 \cos \alpha$  et  $h_2 \cos \alpha$

Les sections initiale et finale sont :

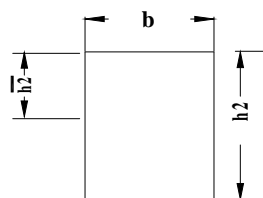
$$A_1 = bh_1$$

$$A_2 = bh_2 = bh_1 \cdot Y \quad \text{tel que : } Y = h_2 / h_1$$

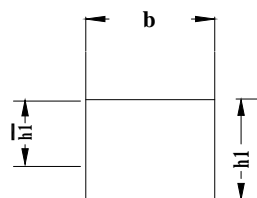
Les centres de gravité des sections initiales et finales sont :



0 <



Section 2-2



Section 1-1

**Figure 6.2 :** a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

$$h^{-1} = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_1^2 b}{A_1} \quad h^{-2} = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_2^2 \cdot b}{A_2} = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_1^2 \cdot Y^2 \cdot b}{A_1}$$

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] \times L_j \quad (2.5)$$

Tels que :  $Y = h_2/h_1$

$$A_1 = bh_1$$

$$A_2 = bh_2 = bh_1 \cdot Y \quad \text{tel que : } Y = h_2/h_1$$

$$V = \left[ \frac{bh_1 + (bh_1 \cdot Y)}{2} \right] \times L_j = \frac{bh_1}{2} \times [1 + Y] \times L_j \quad (2.6)$$

### VI.1.2. Nombre de Froude :

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique qui va nous servir de base à notre étude théorique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale 1-1, c'est-à-dire au pied du ressaut. Ce nombre s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation (2.7) :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} \quad (2.7)$$

La relation (2.7) montre que le nombre de Froude  $IF$  est une fonction de quatre paramètres :

- $Q$  représente le débit volume de l'écoulement ;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur ;
- $A_1$  est l'aire de la section transversal mouillée au pied de ressaut ;

$\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$  Représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée  $A_1$  au pied du ressaut

par rapport à la hauteur  $h_1$ . Pour notre cas, il s'agit d'une section **rectangulaire** et par conséquent :

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = b \quad \text{donc} \quad IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{g A_1^3} = \frac{Q^2 (b)}{g (bh_1)^3} \quad (2.8)$$

$$IF_2^2 = \frac{Q^2 (b)}{g (bh_2)^3} = \frac{Q^2 (b)}{g (b(h_1 Y))^3} = \frac{1}{Y^3} \times IF_1^2 \quad (2.9)$$

En tenant compte des relations (2.6), (2.7), (2.8) (2.9) à la relation (2.4) deviennent :

$$\frac{Q^2}{g A_1} + h_1^{-1} A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{g A_2} + h_2^{-1} A_2$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente positif et évoluant dans un canal de section droite **rectangulaire** mène à écrire la relation suivante (2.10) ; cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- la pente du canal par rapport à l'horizontal (l'angle  $\alpha$ ).
- La longueur  $L_j$  du ressaut.

Un arrangement de cette relation (2.10) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1} A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1} A_2 \quad \text{Tel que :}$$

- $\frac{Q^2}{gA_1} = \frac{Q^2}{gA_1} \cdot \frac{b}{(bh_1)^2} \cdot \frac{(bh_1)^2}{b} = IF_1^2 \cdot bh_1^2$
- $h_1^{-1} \cdot A_1 = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_1^2 b}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 b$
- $V \sin \alpha = \frac{bh_1}{2} \times [1 + Y] \times L_j \times \sin \alpha$
- $\frac{Q^2}{gA_2} = \frac{Q^2}{gA_2} \cdot \frac{b}{(bh_2)^2} \cdot \frac{(bh_2)^2}{b} = IF_2^2 \cdot bh_2^2 = \frac{1}{Y^3} \times IF_1^2 \cdot bh_2^2 = \frac{1}{Y^3} \times IF_1^2 \cdot bh_1^2 \cdot Y^2 = \frac{1}{Y} \times IF_1^2 \cdot bh_1^2$
- $h_2^{-1} \cdot A_2 = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_2^2 b}{A_2} \times A_2 = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_2^2 b = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 Y^2 b$

Donc

$$IF_1^2 \cdot bh_1^2 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 b + \frac{bh_1}{2} \times [1 + Y] \times L_j \times \sin \alpha = \frac{1}{Y} \times IF_1^2 \cdot bh_1^2 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 Y^2 b$$

$$bh_1^2 \cdot \left[ IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) \right] = bh_1^2 \left[ \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot Y^2 - \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} [1 + Y] \times \frac{L_j}{h_1} \times K \times \sin \alpha \right] \quad \text{On prend}$$

$$\lambda = \frac{L_j}{h_1}$$

$$IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot Y^2 - \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} [1 + Y] \times \lambda \times \sin \alpha$$

$$IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot (Y^2 - 1) - \frac{1}{2} [1 + Y] \times \lambda \times \sin \alpha$$

$$IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot (Y - 1)(Y + 1) - \frac{1}{2} [1 + Y] \times \lambda \times \sin \alpha$$

$$IF_1^2 \left( \frac{Y-1}{Y} \right) = \frac{(Y-1)}{2} \left[ (Y + 1) \cos \alpha - \frac{(Y+1)}{(Y-1)} \times \lambda \times \sin \alpha \right]$$

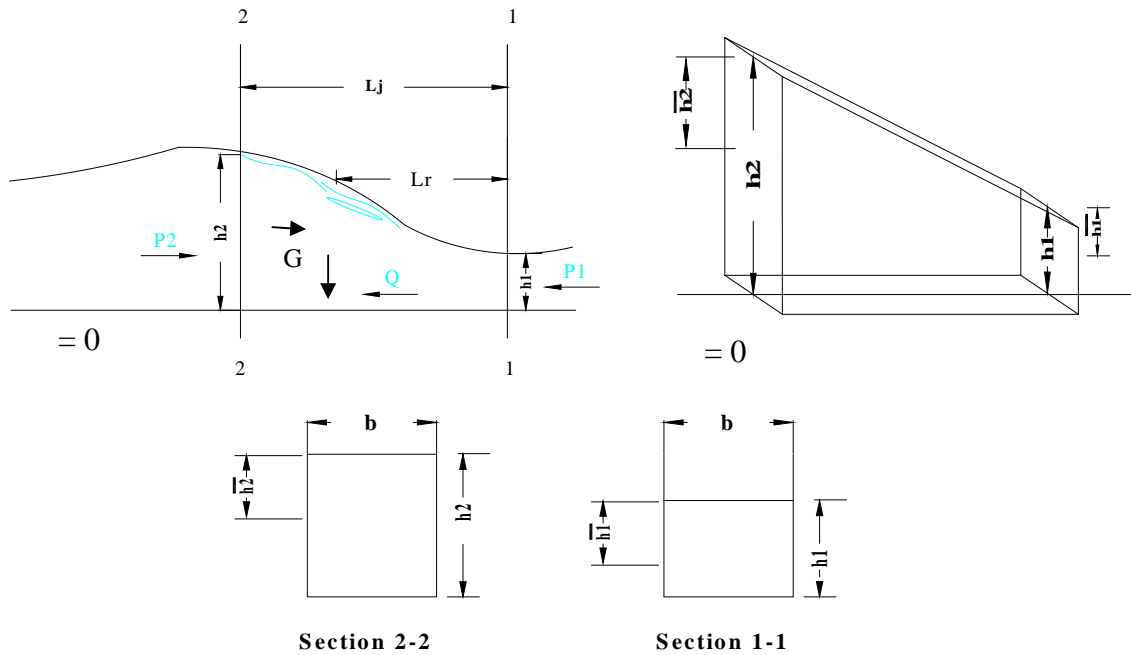
$$IF_1^2 = \frac{Y(Y+1)}{2} \left[ \cos \alpha - \frac{\lambda \times \sin \alpha}{(Y-1)} \right] \quad (2.10)$$

La relation (2.10) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative  $=L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente positif, évoluant dans un canal de section droite rectangulaire.

**VI.2.ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE A PENTE NULLE**

**VI.2. 1. Equation de la quantité de mouvement :**

Selon la Figure (6.3) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section rectangulaire à pente nulle



*Figure 6.3 : Ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à pente nulle  
 a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
 b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.*

L'équation de quantité de mouvement devient :

$$Qv_1 + P_1 = Qv_2 + P_2 \tag{2.1}$$

En divisant tous ses membres de l'équation (2.1) par  $g$ , nous trouvons

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^- \cdot A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^- \cdot A_2 \tag{2.2}$$

**VI.2.2. Nombre de Froude :**

Le nombre s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation:

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{gA_1^3} \quad \text{tel : } \frac{\partial A_1}{\partial h_1} = b$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = b \quad \text{donc} \quad IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{gA_1^3} = \frac{Q^2 (b)}{g(bh_1)^3} \tag{2.3}$$

$$IF_2^2 = \frac{Q^2 (b)}{g(bh_2)^3} = \frac{Q^2 (b)}{g(b(h_1Y))^3} = \frac{1}{Y^3} \times F_1^2 \tag{2.4}$$

la relation (2.2) devient :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^- A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^- A_2 \quad \text{tel que :}$$

- $\frac{Q^2}{gA_1} = \frac{Q^2}{gA_1} \cdot \frac{b}{(bh_1)^2} \cdot \frac{(bh_1)^2}{b} = \text{IF}_1^2 \cdot bh_1^2$
- $h_1^- \cdot A_1 = \frac{1}{2} \frac{h_1^2 b}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{2} \cdot h_1^2 b$
- $\frac{Q^2}{gA_2} = \frac{Q^2}{gA_2} \cdot \frac{b}{(bh_2)^2} \cdot \frac{(bh_2)^2}{b} = \text{IF}_2^2 \cdot bh_2^2 = \frac{1}{Y^3} \times \text{IF}_1^2 \cdot bh_2^2 = \frac{1}{Y^3} \times \text{IF}_1^2 \cdot bh_1^2 \cdot Y^2 = \frac{1}{Y} \times \text{IF}_1^2 \cdot bh_1^2$
- $h_2^- \cdot A_2 = \frac{1}{2} \frac{h_2^2 b}{A_2} \times A_2 = \frac{1}{2} \cdot h_2^2 b = \frac{1}{2} \cdot h_1^2 Y^2 b$

$$\text{Donc } \text{IF}_1^2 \cdot bh_1^2 + \frac{1}{2} \cdot h_1^2 b = \frac{1}{Y} \times \text{IF}_1^2 \cdot bh_1^2 + \frac{1}{2} \cdot h_1^2 Y^2 b$$

$$bh_1^2 \cdot \left[ \text{IF}_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) \right] = bh_1^2 \left[ \frac{1}{2} Y^2 - \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{IF}_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \left[ \frac{Y^2 - 1}{2} \right] \quad (2.5)$$

La relation (2.12) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, évoluant dans un canal de section droite **rectangulaire**.

### VI.3. ETUDE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE A PENTE NEGATIVE

#### VI.3. 1. Equation de la quantité de mouvement :

Selon la (Figure 6.4) qui montre un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section **rectangulaire** incliné d'une pente négative par rapport à l'horizontale (Figure 2.1).

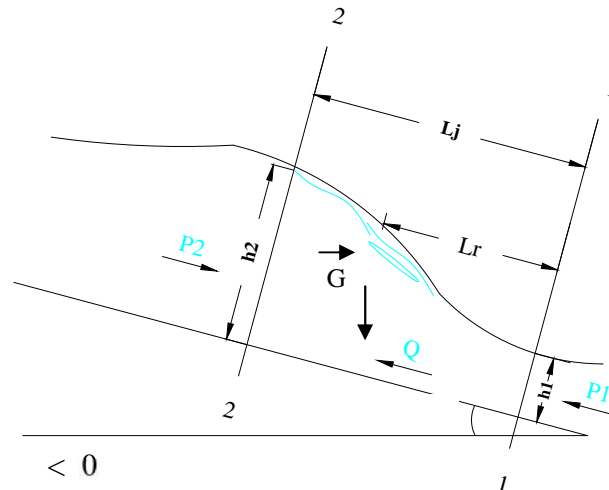


Figure 6.4 : Ressaut hydraulique dans un canal **rectangulaire** à pente négative

$$\rho QV_1^{\vec{v}} - \rho QV_2^{\vec{v}} = \sum F_{ext}^{\vec{v}} \quad (2.1)$$

$F_{ext}$ : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids  $G$  appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

La relation (2.1) s'écrit :

$$Qv_1 + P_1 - G \sin \alpha = Qv_2 + P_2 \quad (2.2)$$

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, selon la figure (2.2), respectivement aux centres de gravité des sections triangulaire 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut. Les forces de Pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique :  $P_1 = \gamma h_1 A_1$ ,  $P_2 = \gamma h_2 A_2$ , et  $G = \gamma V$ .

$$P_1 = \gamma h_1^- . A_1 , P_2 = \gamma h_2^- . A_2 \text{ et } G = \gamma V$$

Où :  $\gamma = g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $h_1$ ,  $h_2$  représentent respectivement

Les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;  $A_1$ ,  $A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

En remplaçant les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$ , et  $G$  dans la relation (2.2), on obtient :

$$Qv_1 + h_1 A_1 - V \sin \alpha = Qv_2 + h_2 A_2 \quad (2.3)$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit, en fonction du débit volume  $Q$  et de l'aire de la section mouillée  $A$  :  $v = Q/A$ . Par conséquent, les vitesses moyennes de l'écoulement  $v_1$  et  $v_2$  respectivement aux sections amont et aval du ressaut s'expriment :  $v_1 = Q/A_1$  et  $v_2 = Q/A_2$ .

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (2.3) peut s'écrire, en divisant tous ses membres par  $\rho g$  :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1} \cdot A_1 - V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1} \cdot A_2 \quad (2.4)$$

Mais à cause de l'inclinaison du canal d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal, la hauteur initiale et finale s'écrit  $h_1$  et  $h_2$

Les sections initiale et finale sont :

$$A_1 = bh_1$$

$$A_2 = bh_2 = bh_1 \cdot Y \text{ tel que : } Y = h_2 / h_1$$

Les centres de gravité des sections initiales et finales sont :

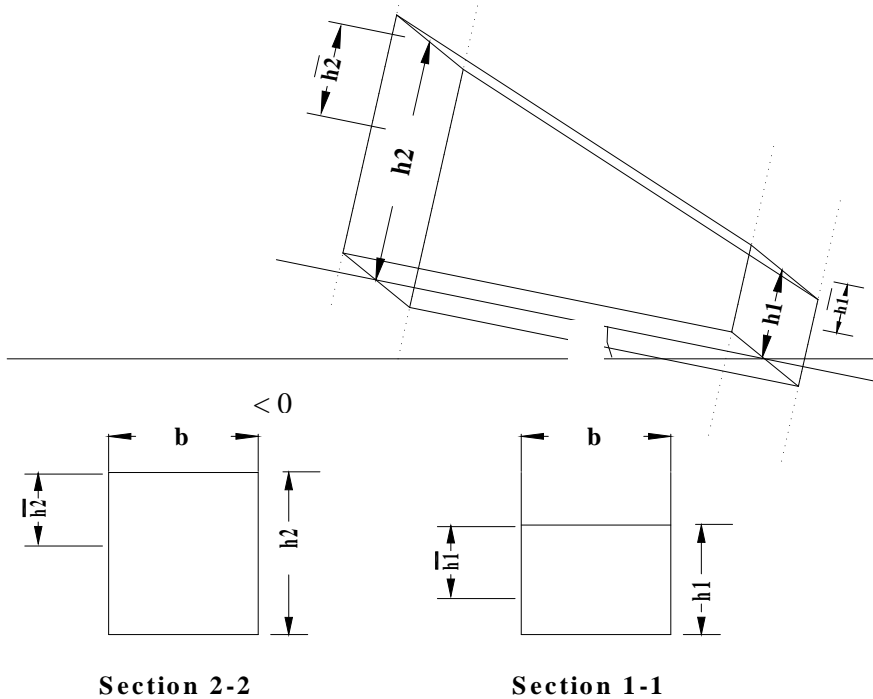


Figure 6.5 : a) Représentation géométrique du volume équivalent représentatif du ressaut.  
b) Représentation géométrique des sections amont et aval du ressaut.

$$h_1^{-1} = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_1^2 b}{A_1} \quad h_2^{-1} = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_2^2 \cdot b}{A_2} = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_1^2 \cdot Y^2 \cdot b}{A_1}$$

Le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] \times L_j \quad (2.5)$$

Tels que :  $Y = h_2/h_1$

$$A_1 = bh_1$$

$$A_2 = bh_2 = bh_1 \cdot Y \quad \text{tel que : } Y = h_2 / h_1$$

$$V = \left[ \frac{bh_1 + (bh_1 \cdot Y)}{2} \right] \times L_j = \frac{bh_1}{2} \times [1 + Y] \times L_j \quad (2.6)$$

### VI.3.2. Nombre de Froude :

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique qui va nous servir de base à notre étude théorique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale 1-1, c'est-à-dire au pied du ressaut. Ce nombre s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation (2.7) :

$$IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{gA_1^3} \quad (2.7)$$

La relation (2.7) montre que le nombre de Froude  $F$  est une fonction de quatre paramètres :

- $Q$  représente le débit volume de l'écoulement ;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur ;
- $A_1$  est l'aire de la section transversal mouillée au pied de ressaut ;

$\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$  Représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée  $A_1$  au pied du ressaut

par rapport à la hauteur  $h_1$ . Pour notre cas, il s'agit d'une section **rectangulaire** et par conséquent :

$$\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = b \quad \text{donc} \quad IF_1^2 = \frac{Q^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \right)}{gA_1^3} = \frac{Q^2 (b)}{g(bh_1)^3} \quad (2.8)$$

$$IF_2^2 = \frac{Q^2 (b)}{g(bh_2)^3} = \frac{Q^2 (b)}{g(b(h_1 Y))^3} = \frac{1}{Y^3} \times IF_1^2 \quad (2.9)$$

En tenant compte des relations (2.6), (2.7), (2.8) (2.9) à la relation (2.4) deviennent :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1} A_1 - V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1} A_2$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente positif et évoluant dans un canal de section droite **rectangulaire** mène à écrire la relation suivante (2.10) ; cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- la pente du canal par rapport à l'horizontal (l'angle  $\alpha$ ).
- La longueur  $L_j$  du ressaut.

Un arrangement de cette relation (2.10) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + h_1^{-1} A_1 - V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + h_2^{-1} A_2 \quad \text{Tel que :}$$



- $\frac{Q^2}{gA_1} = \frac{Q^2}{gA_1} \cdot \frac{b}{(bh_1)^2} \cdot \frac{(bh_1)^2}{b} = IF_1^2 \cdot bh_1^2$
- $h^{-1} \cdot A_1 = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_1^2 b}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 b$
- $V \sin \alpha = \frac{bh_1}{2} \times [1 + Y] \times L_j \times \sin \alpha$
- $\frac{Q^2}{gA_2} = \frac{Q^2}{gA_2} \cdot \frac{b}{(bh_2)^2} \cdot \frac{(bh_2)^2}{b} = IF_2^2 \cdot bh_2^2 = \frac{1}{Y^3} \times IF_1^2 \cdot bh_2^2 = \frac{1}{Y^3} \times IF_1^2 \cdot bh_1^2 \cdot Y^2 = \frac{1}{Y} \times IF_1^2 \cdot bh_1^2$
- $h^{-2} \cdot A_2 = \frac{1}{2} \cos \alpha \frac{h_2^2 b}{A_2} \times A_2 = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_2^2 b = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 Y^2 b$

Donc  $IF_1^2 \cdot bh_1^2 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 b - \frac{bh_1}{2} \times [1 + Y] \times L_j \times \sin \alpha = \frac{1}{Y} \times IF_1^2 \cdot bh_1^2 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot h_1^2 Y^2 b$

$$bh_1^2 \cdot \left[ IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) \right] = bh_1^2 \left[ \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot Y^2 - \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} [1 + Y] \times \frac{L_j}{h_1} \times K \times \sin \alpha \right]$$

On prend  $\lambda = \frac{L_j}{h_1}$

$$IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot Y^2 - \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} [1 + Y] \times \lambda \times \sin \alpha$$

$$F_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot (Y^2 - 1) + \frac{1}{2} [1 + Y] \times \lambda \times \sin \alpha$$

$$IF_1^2 \left( 1 - \frac{1}{Y} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot (Y - 1)(Y + 1) + \frac{1}{2} [1 + Y] \times \lambda \times \sin \alpha$$

$$IF_1^2 \left( \frac{Y-1}{Y} \right) = \frac{(Y-1)}{2} \left[ (Y+1) \cos \alpha + \frac{(Y+1)}{(Y-1)} \times \lambda \times \sin \alpha \right]$$

$$IF_1^2 = \frac{Y(Y+1)}{2} \left[ \cos \alpha + \frac{\lambda \times \sin \alpha}{(Y-1)} \right] \quad (2.10)$$

La relation (2.10) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative  $=L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente négative évoluant dans un canal de section droite rectangulaire.

## **TROISIEME PARTIE**

### ANALYSES THEORIQUES :

Chapitre VII : Analyse théoriques du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire.

Chapitre VIII : Analyse théoriques du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire.

Chapitre IX : Analyse théoriques du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire.

Chapitre X : Etudes comparatives

## INTRODUCTION:

Dans cette partie d'étude nous allons analyser et de déterminer l'effet de la pente, et la largeur 'b' du fond du canal ainsi que l'angle d'inclinaison sur les caractéristiques essentielles de ressaut, à savoir, le nombre de Froude de l'écoulement incident, et le rapport des hauteurs conjuguées  $Y = h_2 / h_1$ .

Trois chapitres dans cette partie présentée comme suites:

Le premier chapitre aura trait l'analyse théorique du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire

Le second chapitre aura trait l'analyse théorique du ressaut hydraulique dans un canal triangulaire

Le troisième chapitre aura trait l'analyse théorique du ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal

## Chapitre VII. ANALYSE THEORIQUE DU RESSAUT DANS UN CANAL RECTANGULAIRE

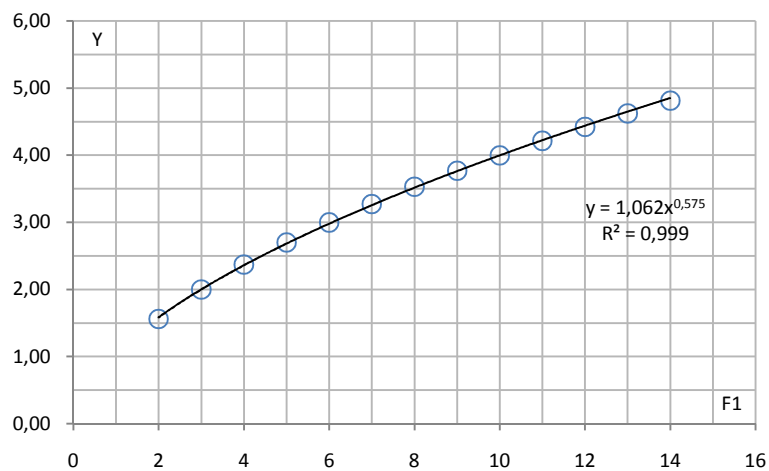
### VII.1- introduction :

Cette partie d'étude a pour principal objectif d'analyser et de déterminer l'effet de la pente, et la largeur '**b**' de fond du canal rectangulaire sur les caractéristiques essentielles de ressaut, à savoir, le nombre de Froude de l'écoulement incident, et le rapport des hauteurs conjuguées  $Y = h_2/h_1$ .

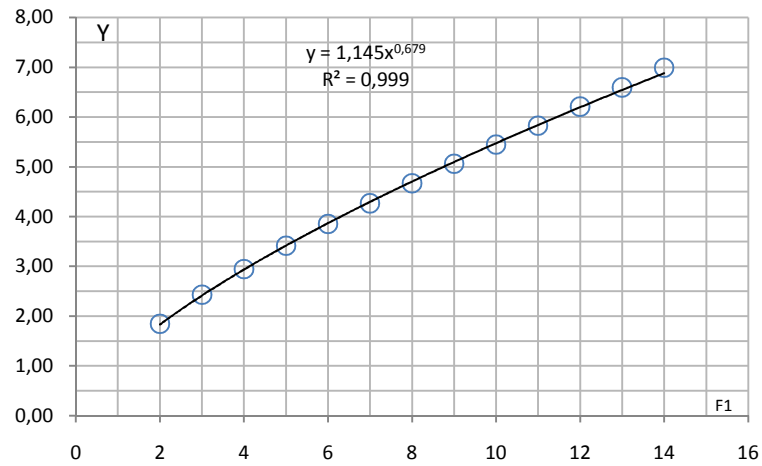
### VII.2- Effet de la pente sur le ressaut hydraulique :

#### VII.2.1- Effet de la pente positive sur le ressaut hydraulique :

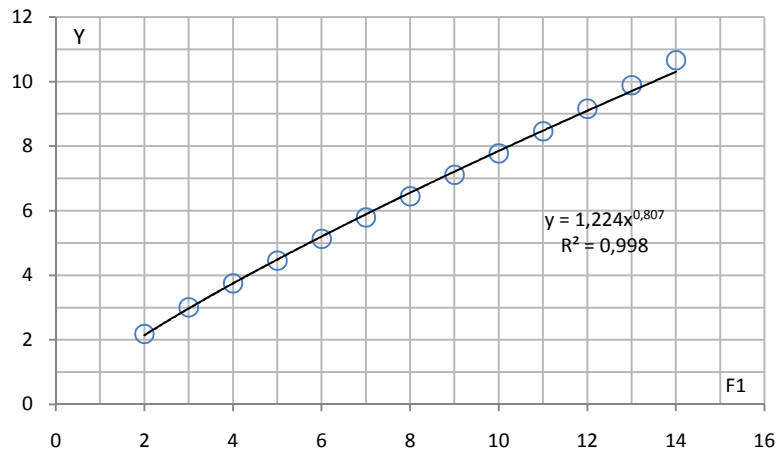
Les figures de (7.1.1) a (7.1.7) montrent la variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de froude  $F_1$ , pour sept angles d'inclinaison distincts, tel que :  $\text{Tang}(\alpha) = 0\%$ ,  $2\%$ ,  $5\%$ ,  $8\%$ ,  $10\%$ ,  $12\%$ ,  $15\%$ .



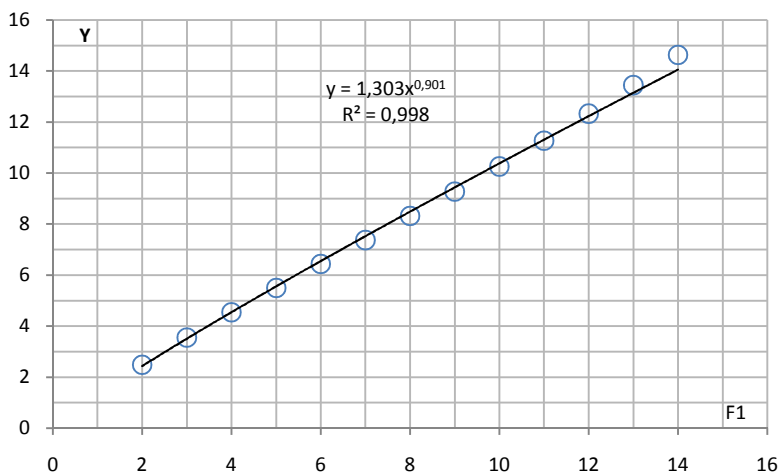
**Figure 7.1.1** : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F_1$ , pour  $\text{tang}(\alpha) = 0\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



**Figure 7.1.2 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 2\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



**Figure 7.1.3 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 5\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



**Figure 7.1.4 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 8\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

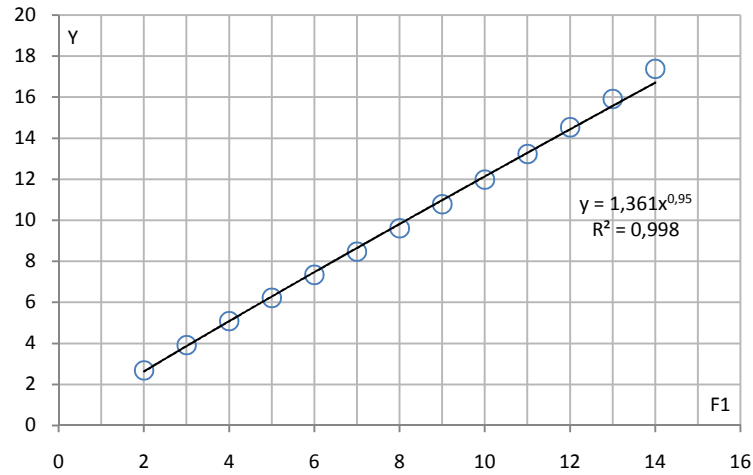


Figure 7.1.5 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\alpha) = 10\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

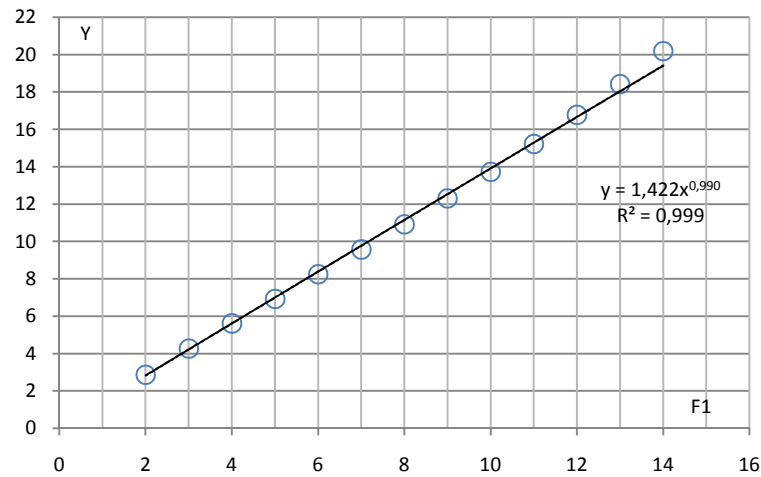


Figure 7.1.6 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\alpha) = 12\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

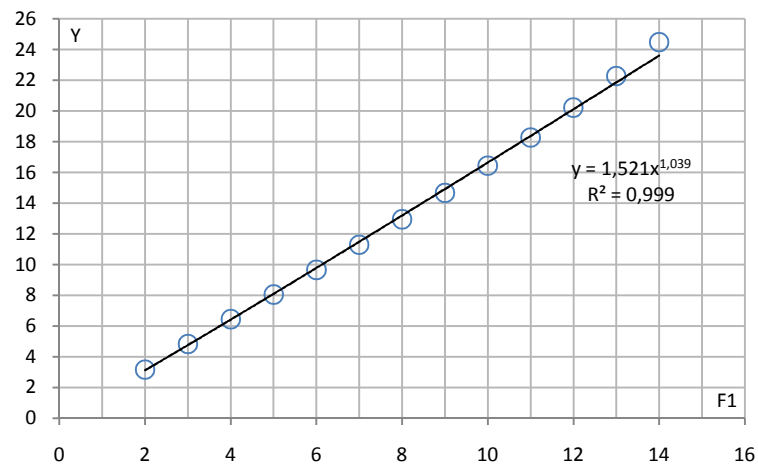


Figure 7.1.7 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\alpha) = 15\%$  (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

Les données ayant servi au traçage des figures 7.1.1 à 7.1.7 sont groupées au tableau 1.1

**Tableau N°7.1.1 :** Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

tan(α)= 0.000		tan(α)= 0.020		tan(α)= 0.050		tan(α)= 0.080		tan(α)= 0.100		tan(α)= 0.120		tan(α)= 0.150	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
2.00	1.56	2.00	1.84	2.00	2.18	2.00	2.49	2.00	2.69	2.00	2.88	2.00	3.17
3.00	2.00	3.00	2.43	3.00	3.00	3.00	3.55	3.00	3.92	3.00	4.28	3.00	4.83
4.00	2.37	4.00	2.94	4.00	3.75	4.00	4.54	4.00	5.08	4.00	5.62	4.00	6.45
5.00	2.70	5.00	3.41	5.00	4.45	5.00	5.50	5.00	6.22	5.00	6.94	5.00	8.05
6.00	3.00	6.00	3.85	6.00	5.12	6.00	6.44	6.00	7.34	6.00	8.26	6.00	9.66
7.00	3.28	7.00	4.27	7.00	5.79	7.00	7.38	7.00	8.47	7.00	9.58	7.00	11.29
8.00	3.53	8.00	4.67	8.00	6.45	8.00	8.32	8.00	9.61	8.00	10.93	8.00	12.95
9.00	3.77	9.00	5.06	9.00	7.10	9.00	9.28	9.00	10.78	9.00	12.31	9.00	14.66
10.00	4.00	10.00	5.45	10.00	7.77	10.00	10.26	10.00	11.98	10.00	13.74	10.00	16.43
11.00	4.22	11.00	5.83	11.00	8.45	11.00	11.27	11.00	13.23	11.00	15.22	11.00	18.28
12.00	4.42	12.00	6.21	12.00	9.15	12.00	12.33	12.00	14.53	12.00	16.78	12.00	20.22
13.00	4.62	13.00	6.60	13.00	9.88	13.00	13.44	13.00	15.91	13.00	18.43	13.00	22.28
14.00	4.82	14.00	6.99	14.00	10.65	14.00	14.63	14.00	17.38	14.00	20.19	14.00	24.48

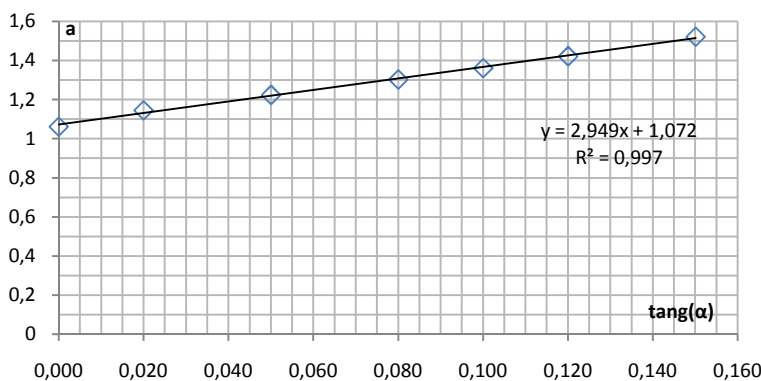
Selon les figures 1.1 à 1.7, l’ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l’écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y= a. F1^b$ , le tableau 1.2 représente le paramètre ‘a’ et ‘b’ pour les sept valeurs de pentes considérées.

**Tableau N°7.1.2 :** Valeurs des paramètres a et b

Tan(α)	0 %	2 %	5 %	8 %	10 %	12 %	15 %
a	1.062	1.145	1.224	1.303	1.361	1.422	1.521
b	0.575	0.679	0.807	0.901	0.95	0.99	1.039

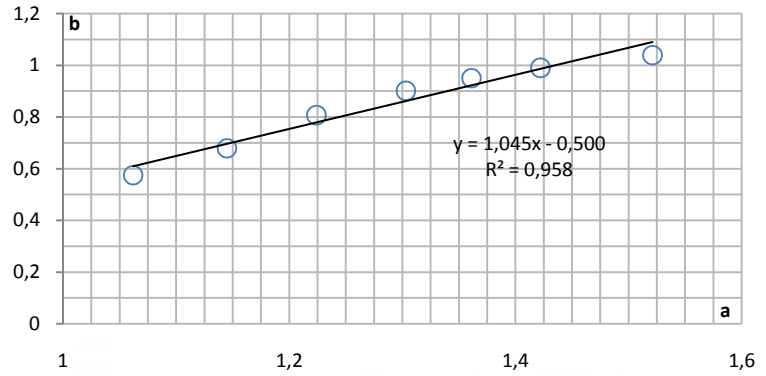
Les figures 1.8 et 1.9 montre que la variation des paramètres ‘a’ et ‘b’ suit parfaitement une loi linéaire que l’on peut écrire comme suit :

$$a = 2.949 \text{ Tang}(\alpha) + 1.072 \quad R=0.997, \quad b = 1.045 (a) - 0.500 \quad R=0.958$$



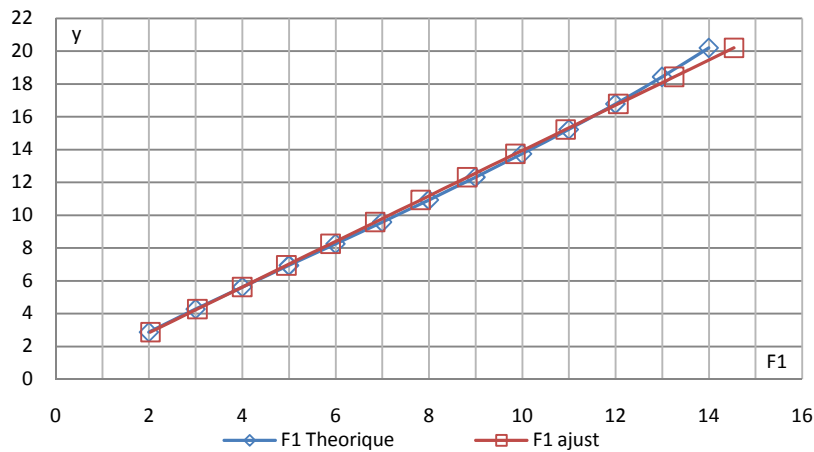
**Figure 7.1.8 :** Variation du Coefficient en fonction de tang(α)

**Figure 7.1.9 :** Variation du Coefficient 'b' en fonction du Coefficient 'a'

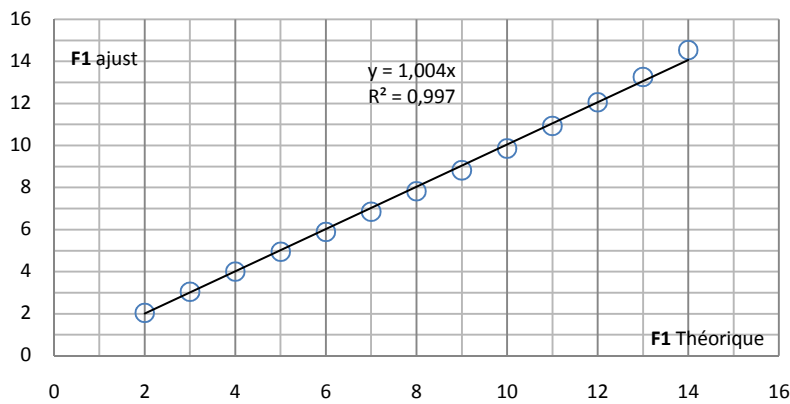


En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (2.949 \times \tan(\alpha) + 1.072) F1^{1.045 \times (2.949 \times \tan(\alpha) + 1.072) - 0.5}$  .(I) pour F1 varie entre 2 et 14, Tang( ) entre [0 %- 15%].

Les figures 1.10, 1.11 confirme que la relation (I) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas du Tang( ) = 12%)



**Figure 7.1.10 :** Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique et ajusté par la méthode de moindre carrée

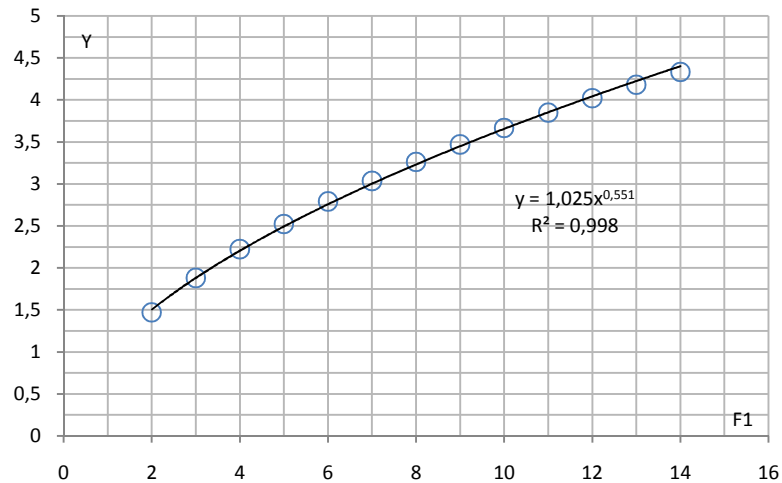


**Figure 7.1.11 :** Variation du rapport F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée

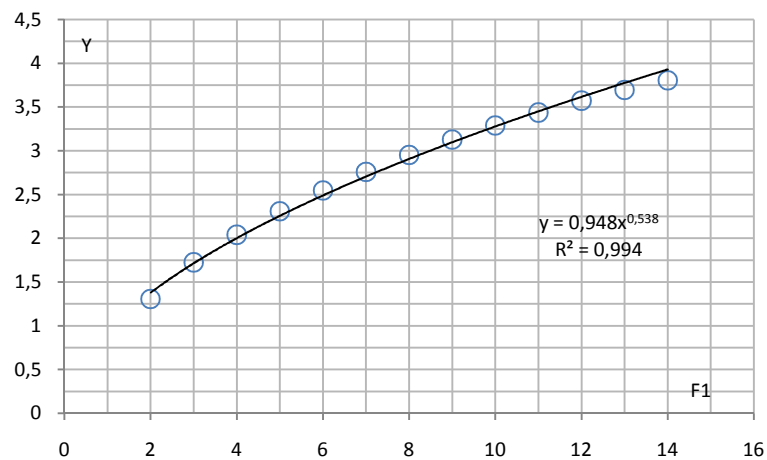


### VII.2.2- Effet de la pente négative sur le ressaut hydraulique :

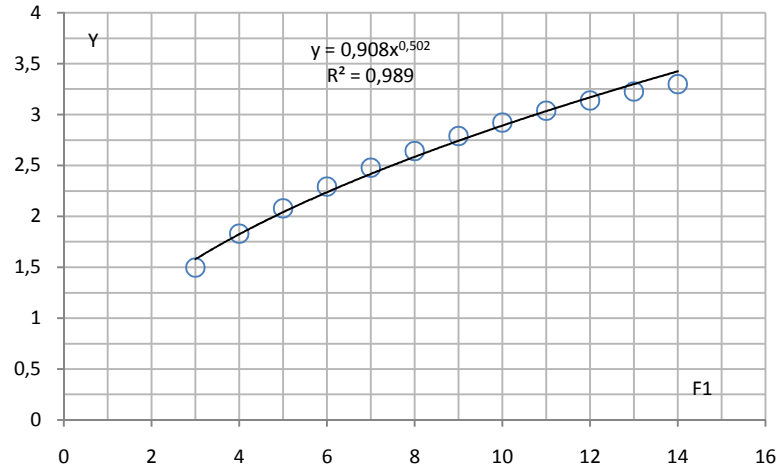
Les figures de (7.1.12) a (7.1.15) montrent la variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour quatre angles d'inclinaison distincts, tel que :  $\text{Tang}(\theta) = -5\%^\circ$ ,  $-10\%^\circ$ ,  $-15\%^\circ$ ,  $-20\%^\circ$ .



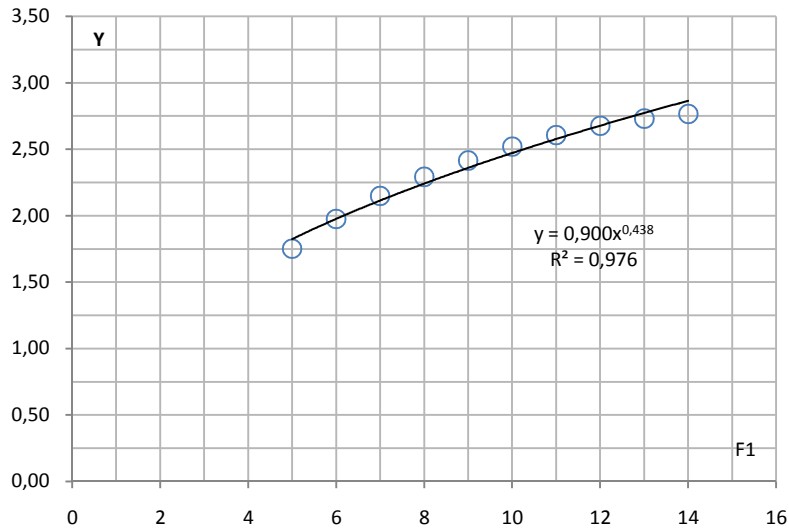
**Figure 7.1.12 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}(\theta) = -5\%^\circ$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



**Figure 7.1.13 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}(\theta) = -10\%^\circ$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



**Figure 7.1.14 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}(\ ) = -15^\circ$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .



**Figure 7.1.15 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}(\ ) = -20^\circ$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .

Les données ayant servi au traçage des figures 1.12 à 1.15 sont groupées au tableau 1.3

**Tableau N°7.1.3 :** Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

tan(α)= 0%		tan(α)= - 5 %°		tan(α)= - 10 %°		tan(α)= - 15 %°		tan(α)= - 20 %°	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
2.00	1.56	2,00	1,47	2,00	1,31	-	-	-	-
3.00	2.00	3,00	1,88	3,00	1,73	3,00	1,50	-	-
4.00	2.37	4,00	2,22	4,00	2,04	4,00	1,83	-	-
5.00	2.70	5,00	2,52	5,00	2,31	5,00	2,08	5,00	1,75
6.00	3.00	6,00	2,79	6,00	2,55	6,00	2,29	6,00	1,97
7.00	3.28	7,00	3,03	7,00	2,76	7,00	2,48	7,00	2,15
8.00	3.53	8,00	3,26	8,00	2,95	8,00	2,64	8,00	2,29
9.00	3.77	9,00	3,47	9,00	3,13	9,00	2,79	9,00	2,41
10.00	4.00	10,00	3,66	10,00	3,29	10,00	2,92	10,00	2,52
11.00	4.22	11,00	3,85	11,00	3,44	11,00	3,04	11,00	2,60
12.00	4.42	12,00	4,02	12,00	3,57	12,00	3,14	12,00	2,68
13.00	4.62	13,00	4,18	13,00	3,69	13,00	3,23	13,00	2,73
14.00	4.82	14,00	4,33	14,00	3,80	14,00	3,30	14,00	2,76

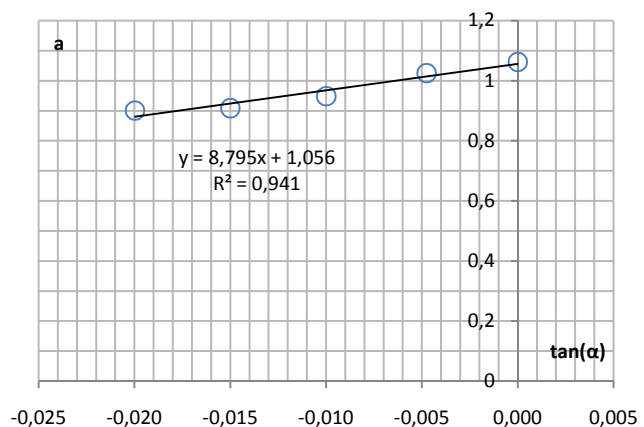
Selon les figures 1.12 à 1.15, l'ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l'écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y = a \cdot F1^b$ , le tableau 1.4 représente le paramètre 'a' et 'b' pour les quatre valeurs de pentes considérées.

**Tableau N°7.1.4 :** Valeurs des paramètres a et b

tan(α)	0.0%	- 5 %°	- 10 %°	- 15 %°	- 20 %°
a	1,062	1,025	0,948	0,908	0,9
b	0,575	0,551	0,538	0,502	0,438

Les figures 1.16 et 1.17 montre que la variation des paramètres 'a' et 'b' suit parfaitement une loi linéaire que l'on peut écrire comme suit :

$$a = 8.795 \tan(\alpha) + 1.056 \quad R = 0.941, \quad b = 6.428 \tan(\alpha) + 0.584 \quad R = 0.917$$



**Figure 7.1.16 :** Variation du Coefficient 'a' en fonction de  $\tan(\alpha)$

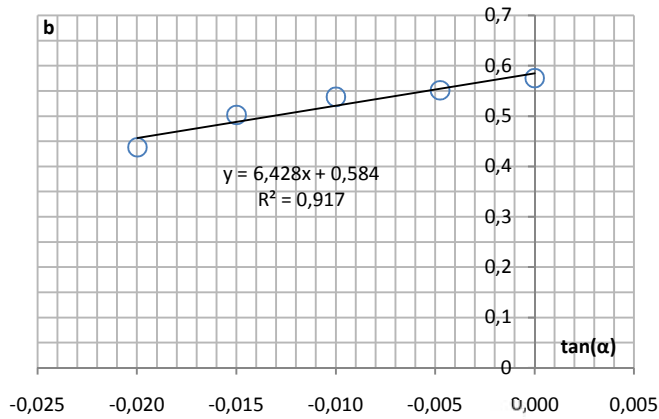


Figure 7.1.17 : Variation du Coefficient 'b' en fonction de tang( )

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (8.795 \times \tan(\alpha) + 1.056) \cdot F1^{(6.428 \times \tan(\alpha) + 0.584)}$  ..(II)

Pour F1 varie entre 2 et 14, Tang( ) entre [ 0%° - 20 %°].

Les figures 1.18, 1.19 confirme que la relation (II) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas du Tang( ) = - 15%°)

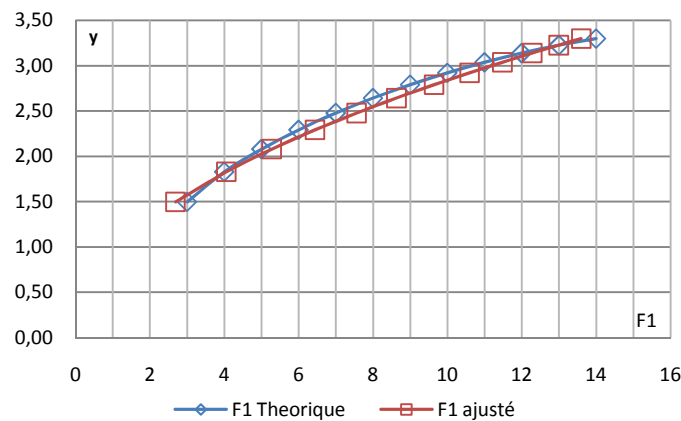


Figure 7.1.18 : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée

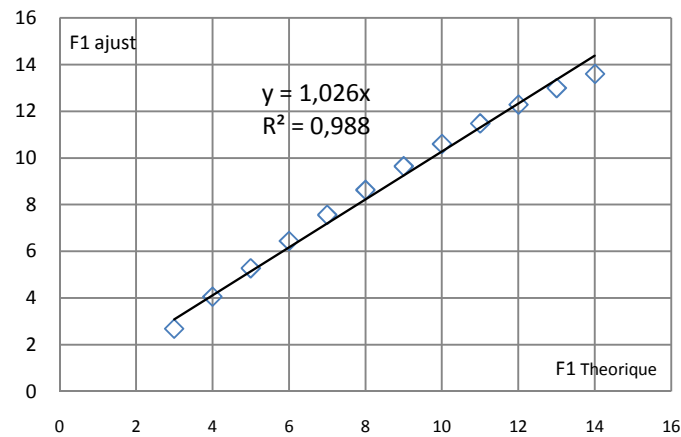
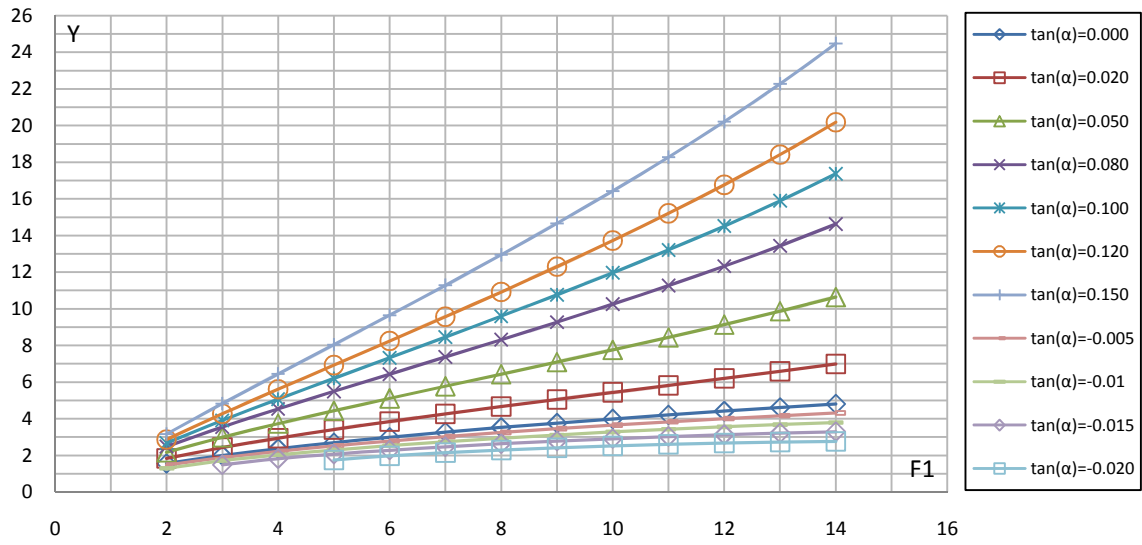


Figure 7.1.19 : Variation du rapport F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée



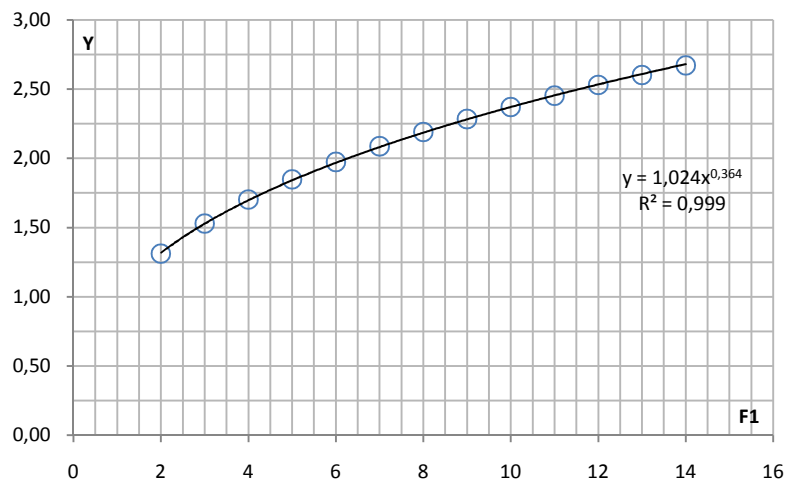
**Figure 7.1.20 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\tan(\alpha) = [+2\%$ ,  $+5\%$ ,  $+8\%$ ,  $+10\%$ ,  $+12\%$ ,  $+15\%$ ,  $+10\%$ ,  $-5\%$ ,  $-10\%$ ,  $-15\%$ ,  $-20\%$

**Chapitre VIII. ANALYSE THEORIQUE DU RESSAUT DANS UN CANAL TRIANGULAIRE****VIII.1- introduction :**

Cette partie d'étude a pour principal objectif d'analyser et de déterminer l'effet de la pente , et l'angle du talus du canal triangulaire sur les caractéristiques essentielles de ressaut, à savoir, le nombre de Froude de l'écoulement incident, et le rapport des hauteurs conjuguées  $Y = h_2/h_1$ .

**VIII.2- Effet de la pente sur le ressaut hydraulique :****VIII.2.1- Effet de la pente positive sur le ressaut hydraulique :**

Les figures de (8.1.1) a (8.1.7) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour sept angles d'inclinaison distincts, tel que :  $\text{Tang}(\alpha) = 0\%, 2\%, 5\%, 8\%, 10\%, 12\%, 15\%$ .



**Figure 8.1.1** : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\alpha) = 0\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

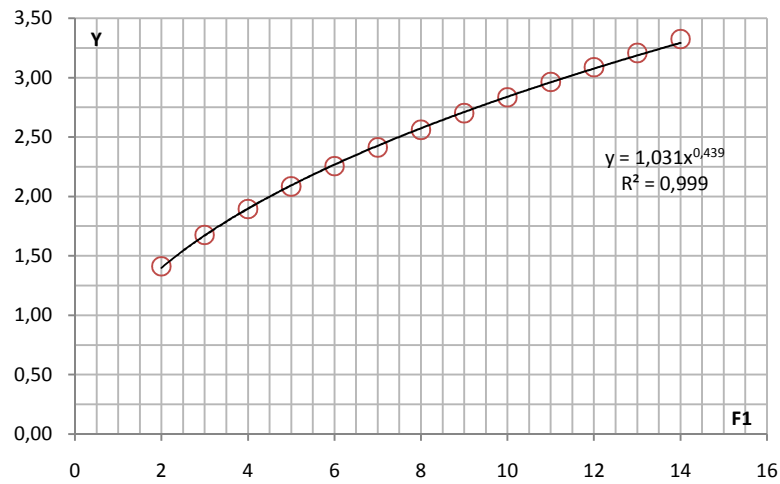


Figure 8.1.2 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 2\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

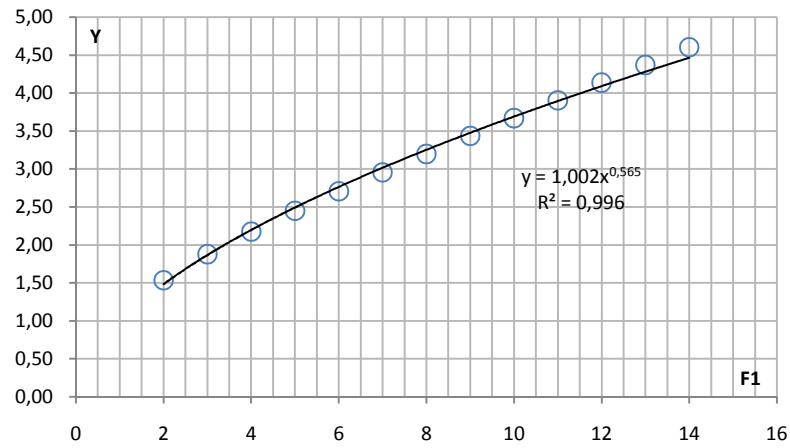


Figure 8.1.3 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 5\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

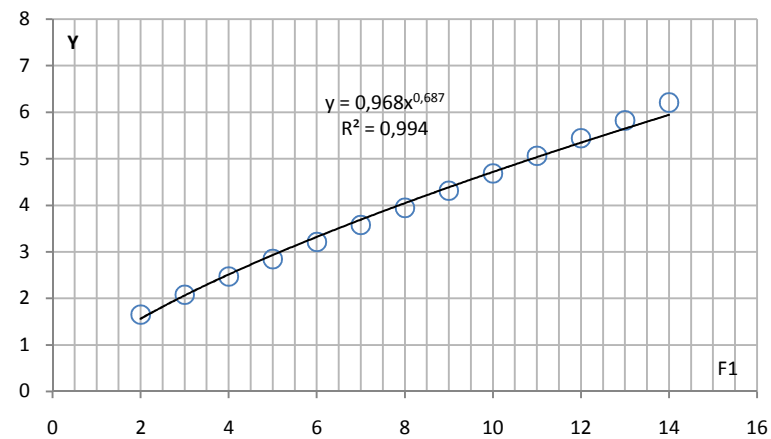


Figure 8.1.4 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 8\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

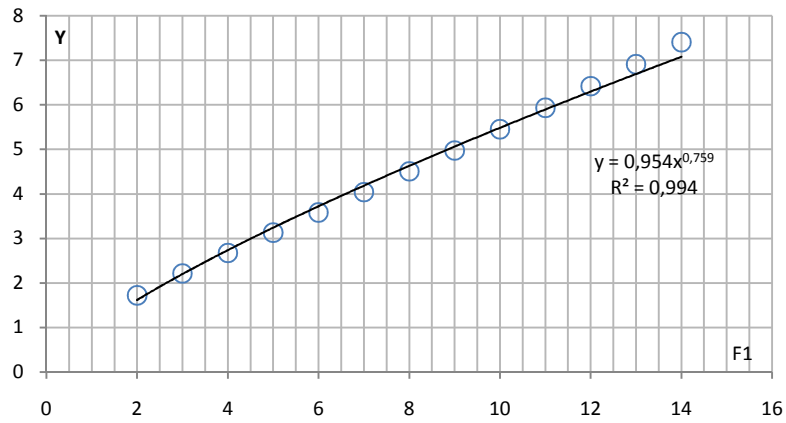


Figure 8.1.5 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 10\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

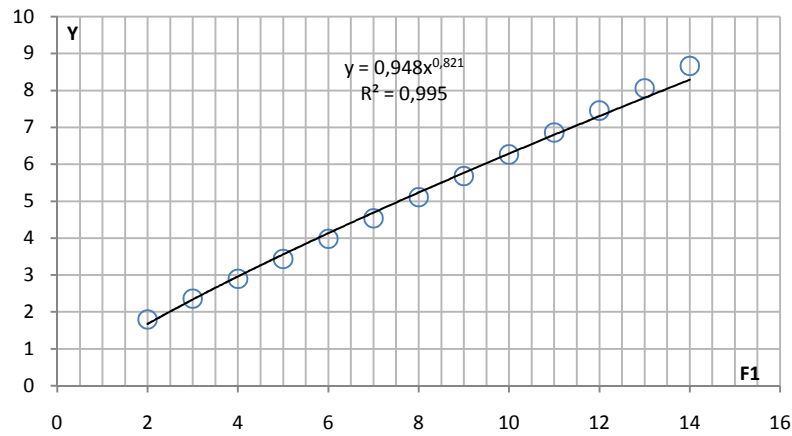


Figure 8.1.6 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 12\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

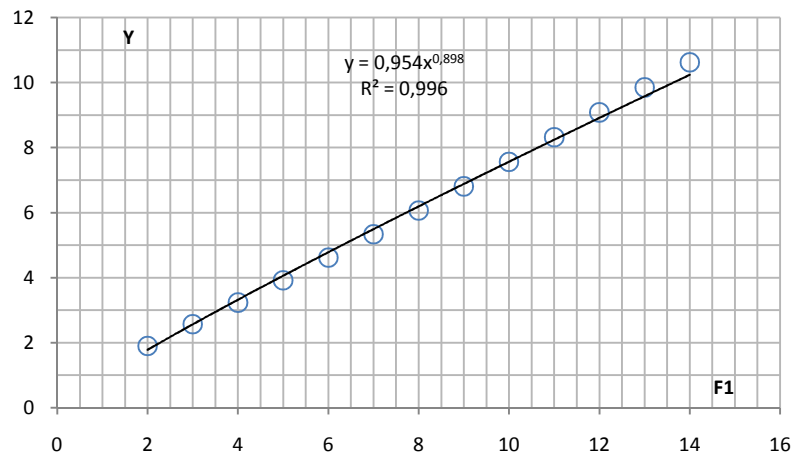


Figure 8.1.7 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 15\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



Les données ayant servi au traçage des figures 8.1.1 à 8.1.7 sont groupées au tableau 1.1

**Tableau N°8.1.1 :** Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

tan(α)= 0 %		tan(α)= 2 %		tan(α)= 5 %		tan(α)= 8 %		tan(α)= 10 %		tan(α)= 12 %		tan(α)= 15 %	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
2.00	1.31	2.00	1.41	2.00	1.54	2.00	1.65	2.00	1.72	2.00	1.79	2.00	1.90
3.00	1.53	3.00	1.68	3.00	1.88	3.00	2.08	3.00	2.21	3.00	2.35	3.00	2.57
4.00	1.70	4.00	1.89	4.00	2.18	4.00	2.47	4.00	2.68	4.00	2.89	4.00	3.23
5.00	1.85	5.00	2.08	5.00	2.45	5.00	2.84	5.00	3.13	5.00	3.43	5.00	3.91
6.00	1.97	6.00	2.25	6.00	2.70	6.00	3.21	6.00	3.58	6.00	3.98	6.00	4.61
7.00	2.09	7.00	2.41	7.00	2.95	7.00	3.58	7.00	4.04	7.00	4.54	7.00	5.33
8.00	2.19	8.00	2.56	8.00	3.20	8.00	3.94	8.00	4.50	8.00	5.10	8.00	6.06
9.00	2.28	9.00	2.70	9.00	3.43	9.00	4.31	9.00	4.97	9.00	5.68	9.00	6.80
10.00	2.37	10.00	2.83	10.00	3.67	10.00	4.69	10.00	5.45	10.00	6.27	10.00	7.56
11.00	2.45	11.00	2.96	11.00	3.90	11.00	5.06	11.00	5.93	11.00	6.86	11.00	8.31
12.00	2.53	12.00	3.09	12.00	4.13	12.00	5.44	12.00	6.42	12.00	7.45	12.00	9.08
13.00	2.60	13.00	3.21	13.00	4.37	13.00	5.82	13.00	6.91	13.00	8.06	13.00	9.85
14.00	2.67	14.00	3.32	14.00	4.60	14.00	6.21	14.00	7.41	14.00	8.66	14.00	10.62

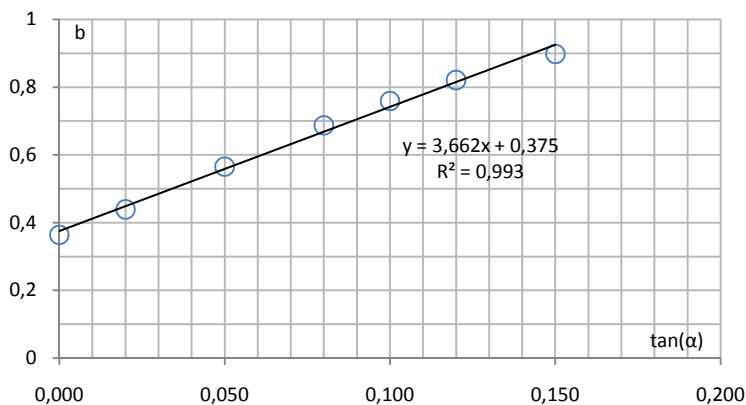
Selon les figures 8.1.1 à 8.1.7, l'ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l'écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y = a \cdot F1^b$ , le tableau 1.2 représente le paramètre 'a' et 'b' pour les sept valeurs de pentes considérées,

**Tableau N°8.1.2 :** Valeurs des paramètres a et b

tan(α)	0 %	2 %	5 %	8 %	10 %	12 %	15 %
<b>a</b>	1.024	1.031	1.002	0.968	0.954	0.948	0.954
<b>b</b>	0.364	0.439	0.565	0.687	0.759	0.821	0.898

Les figures 1.8 et 1.9 montre que la variation des paramètres 'b' suit parfaitement une loi linéaire que l'on peut écrire comme suit :

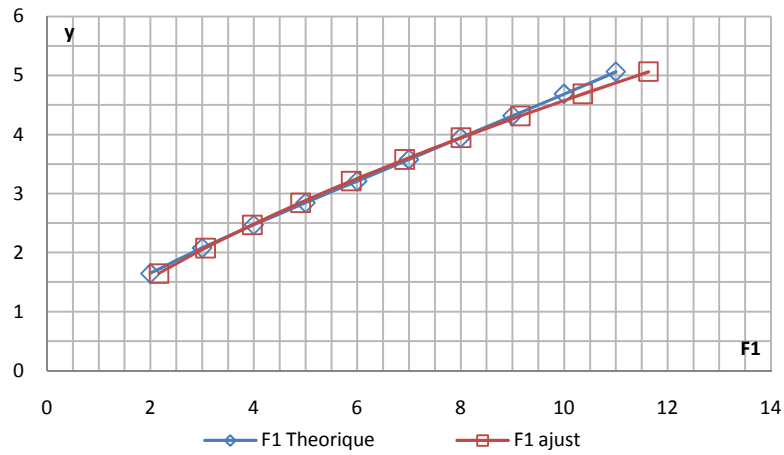
$b = 3.662 \text{ Tang} ( ) + 0.375$   $R=0.997$ , Les paramètres a sont presque égaux, et leur moyenne arithmétique est  $a = 0,983$



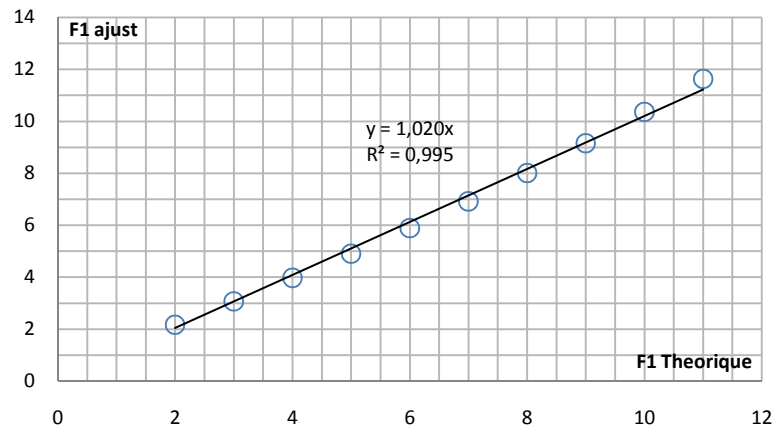
**Figure 8.1.8 :** Variation du Coefficient 'b' en fonction de  $\text{tang} ( )$

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (0.983) F1^{(3.662 \times \tan(\alpha) + 0.375)}$  ..(I) pour  $F1$  varie entre [2-14],  $\text{Tang}(\alpha)$  entre [0 % -15 %].

Les figures 1.9, 1.10 confirme que la relation (I) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas du  $\text{Tang}(\alpha) = 8\%$ )



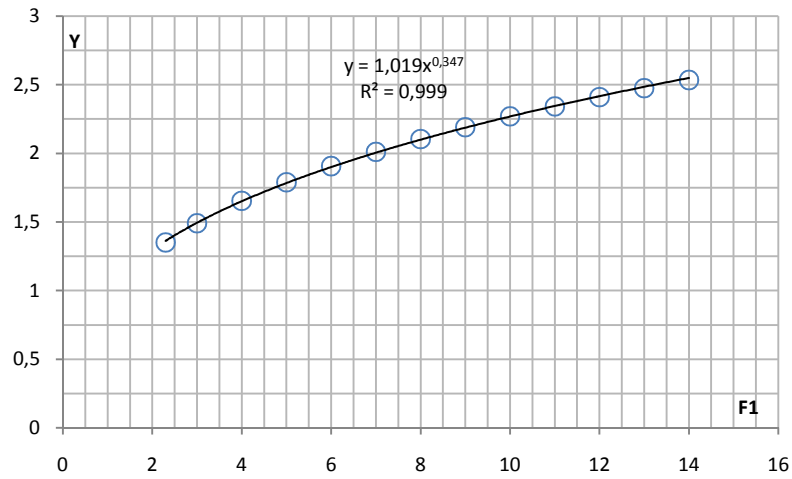
**Figure 8.1.9 :** Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique et ajusté par la méthode de moindre carrée



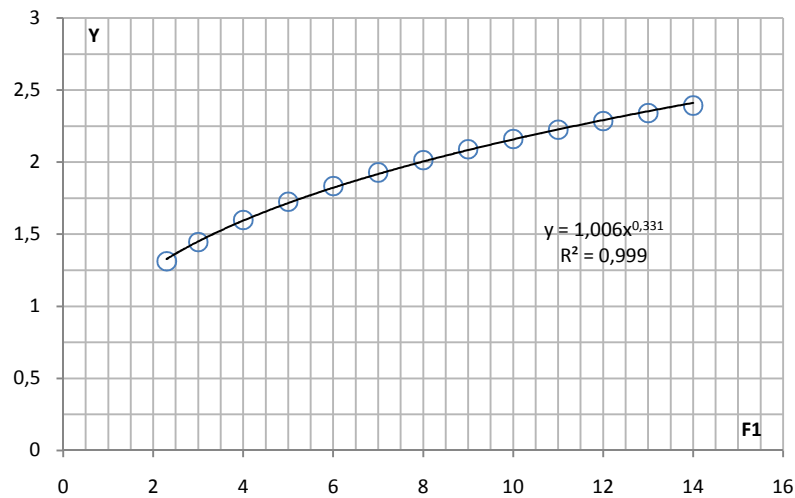
**Figure 8.1.10 :** Variation du rapport F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée

### VIII.2.2- Effet de la pente négative sur le ressaut hydraulique :

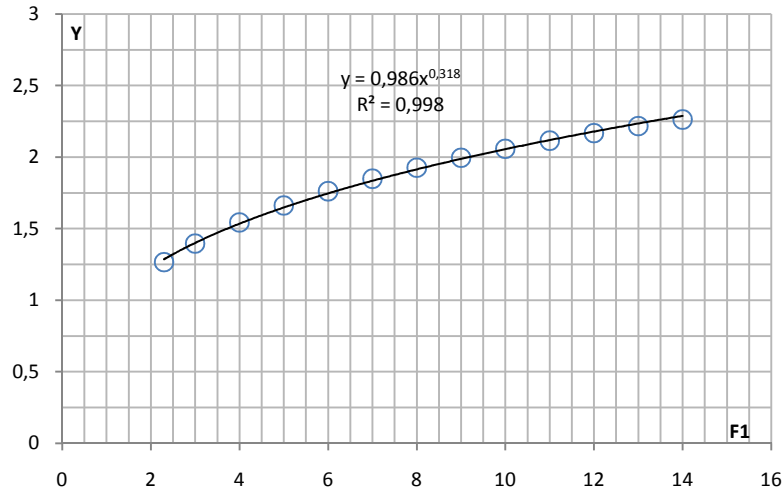
Les figures de (8.1.11) a (8.1.14) montrent la variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour quatre angles d'inclinaison distincts, tel que :  $\text{Tang}( ) = -5\%^\circ$ ,  $-10\%^\circ$ ,  $-15\%^\circ$ ,  $-20\%^\circ$ .



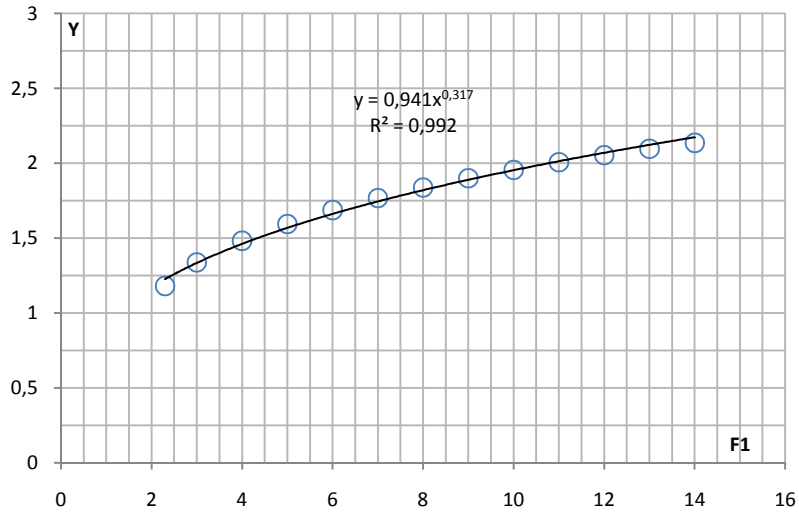
**Figure 8.1.11 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}( ) = -5\%^\circ$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .



**Figure 8.1.12 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}( ) = -10\%^\circ$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .



**Figure 8.1.13 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}( ) = -15^\circ$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .



**Figure 8.1.14 :** Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\text{tang}( ) = -20^\circ$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .

Les données ayant servi au traçage des figures 1.11 à 1.14 sont groupées au tableau 1.3

**Tableau N°8.1.3 :** Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

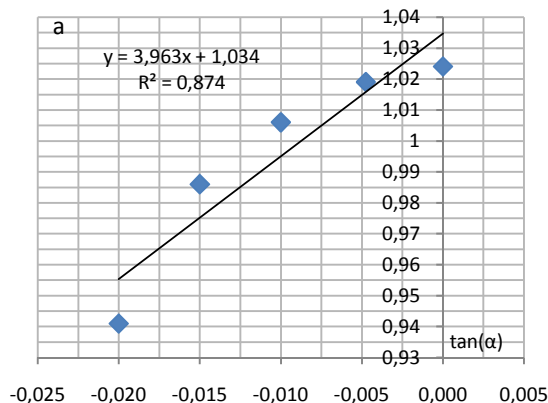
tan(α)= 0%		tan(α)= - 5%		tan(α)= -10%		tan(α)= -15%		tan(α)= -20%	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
2,00	1,31	2,30	1,35	2,30	1,31	2,30	1,27	2,30	1,18
3,00	1,53	3,00	1,49	3,00	1,45	3,00	1,40	3,00	1,34
4,00	1,70	4,00	1,65	4,00	1,60	4,00	1,54	4,00	1,48
5,00	1,85	5,00	1,79	5,00	1,73	5,00	1,66	5,00	1,59
6,00	1,97	6,00	1,91	6,00	1,83	6,00	1,76	6,00	1,69
7,00	2,09	7,00	2,01	7,00	1,93	7,00	1,85	7,00	1,77
8,00	2,19	8,00	2,11	8,00	2,01	8,00	1,93	8,00	1,84
9,00	2,28	9,00	2,19	9,00	2,09	9,00	2,00	9,00	1,90
10,00	2,37	10,00	2,27	10,00	2,16	10,00	2,06	10,00	1,96
11,00	2,45	11,00	2,34	11,00	2,23	11,00	2,12	11,00	2,01
12,00	2,53	12,00	2,41	12,00	2,28	12,00	2,17	12,00	2,05
13,00	2,60	13,00	2,48	13,00	2,34	13,00	2,22	13,00	2,10
14,00	2,67	14,00	2,54	14,00	2,39	14,00	2,26	14,00	2,14

Selon les figures 1.11 à 1.14, l’ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l’écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y= a \cdot F1^b$ , le tableau 1.4 représente le paramètre ‘a’ pour les quatre valeurs de pentes considérées.

**Tableau N°8.1.4 :** Valeurs des paramètres a et b

tan(α)	-0,005	-0,01	-0,015	-0,02
<b>a</b>	1,019	1,006	0,986	0,941
<b>b</b>	0,347	0,331	0,318	0,317

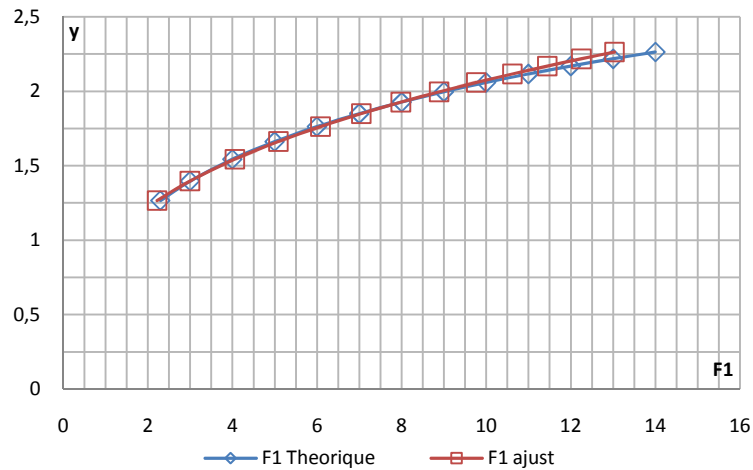
Les figures 1.16 et 1.17 montre que la variation des paramètres ‘a’ suit parfaitement une loi linéaire que l’on peut écrire comme suit :  $a = 3.963 \tan(\alpha) + 1.034$   $R=0.874$ , Les paramètres b sont presque égaux, et leur moyenne arithmétique est  $b = 0,33$



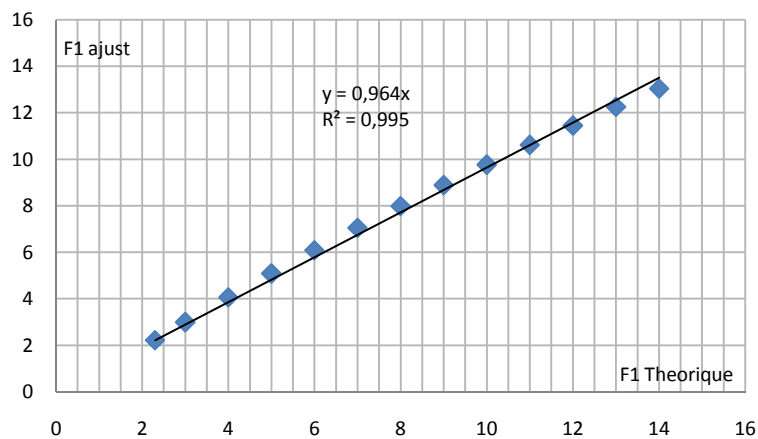
**Figure 8.1.15 :** Variation du Coefficient ‘a’ en fonction de tang( )

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (3.963 \times \tan(\alpha) + 1.034) \cdot F1^{(0.33)}$  ..(I) pour F1 varie entre 2 et 14, Tang( ) entre [0.00-0.150].

Les figures 1.16, 1.17 confirme que la relation (II) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas du Tang( ) = - 15% °)



**Figure 8.1.16** : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée



**Figure 8.1.17** : Variation du rapport F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée

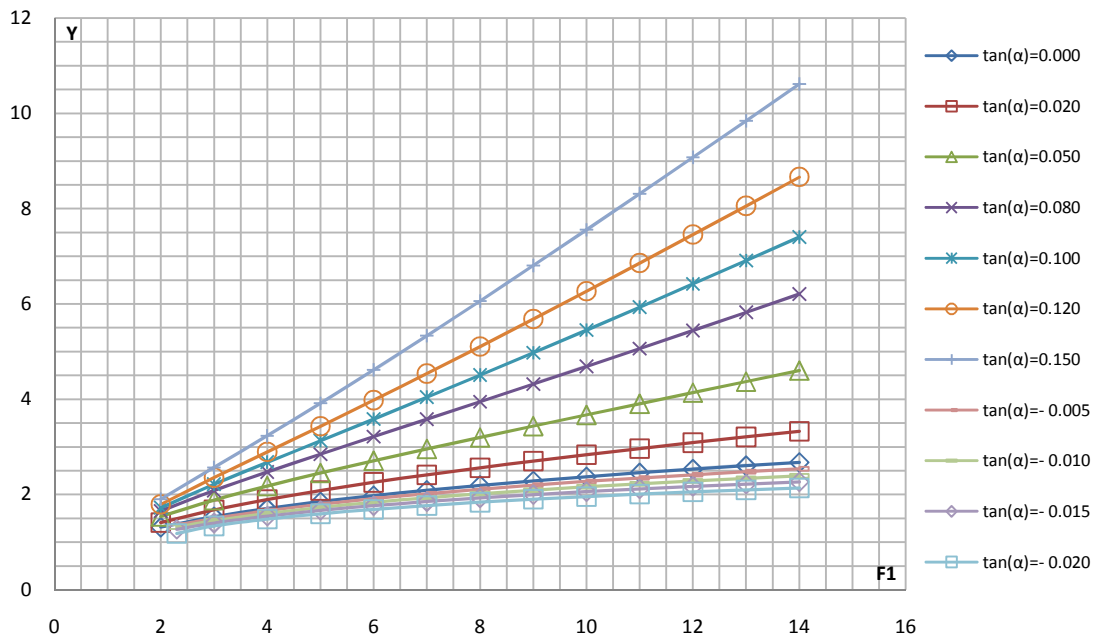


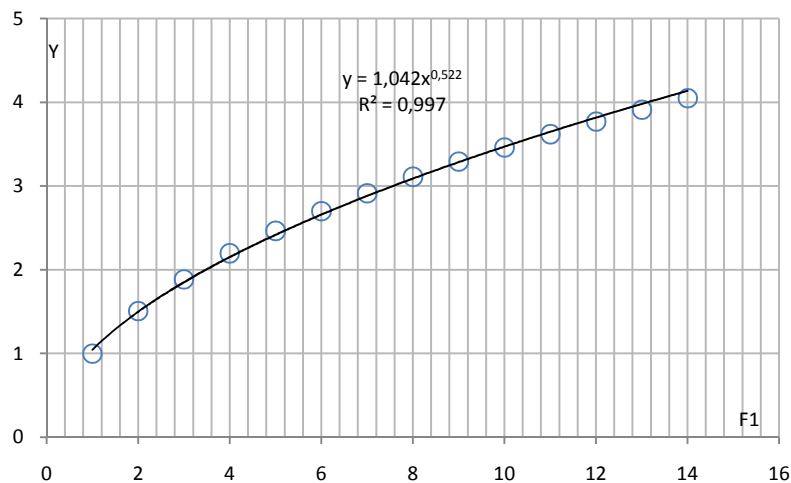
Figure 8.1.18 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\tan(\alpha) = [+2\%, +5\%, +8\%, +10\%, +12\%, +15\%, +10\%, -5\%, -10\%, -15\%, -20\%$

**Chapitre IX. ANALYSE THÉORIQUE DU RESSAUT DANS UN CANAL TRAPEZOIDAL****IX.1- introduction :**

Cette partie d'étude a pour principal objectif d'analyser et de déterminer l'effet de la pente , et la largeur **b** de fond du canal trapézoïdal, et l'angle d'inclinaison ' ' sur les caractéristiques essentielles de ressaut, à savoir, le nombre de Froude de l'écoulement incident, et le rapport des hauteurs conjuguées  $Y = h_2 / h_1$ .

**IX.2- Effet de la pente sur le ressaut hydraulique :****IX.2.1- Effet de la pente positive sur le ressaut hydraulique :**

Les figures de (9.1.1) a (9.1.7) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour sept angles d'inclinaison distincts, tel que :  $\text{Tang}( ) = 0 \%, 2 \%, 5 \%, 8 \%, 10 \%, 12 \%, 15 \%$ .



**Figure 9.1.1 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}( ) = 0 \%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .



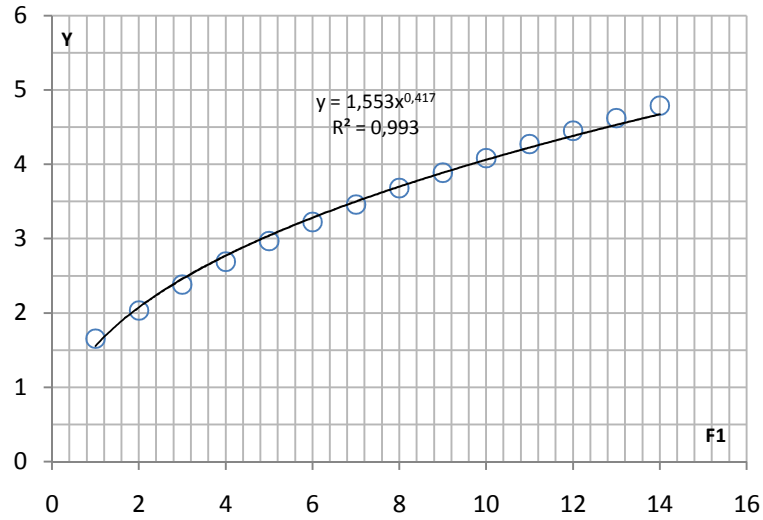


Figure 9.1.2 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 2\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

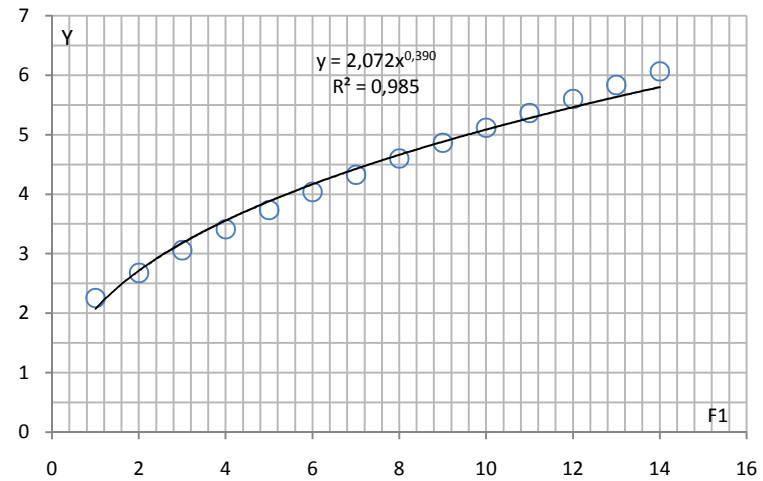


Figure 9.1.3 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 5\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

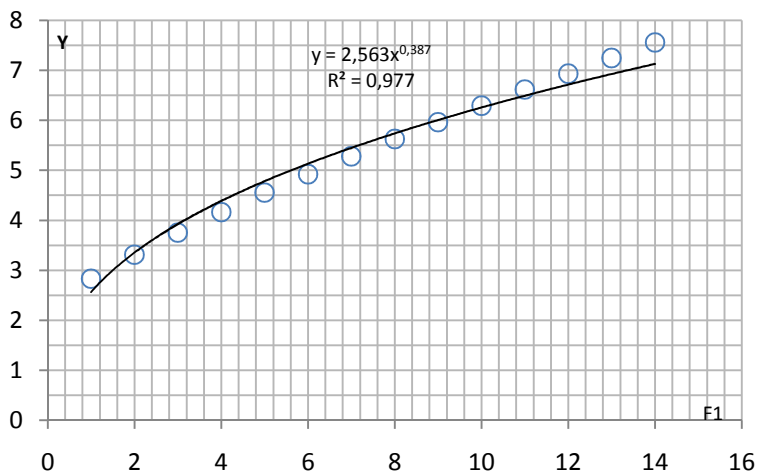


Figure 9.1.4 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 8\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

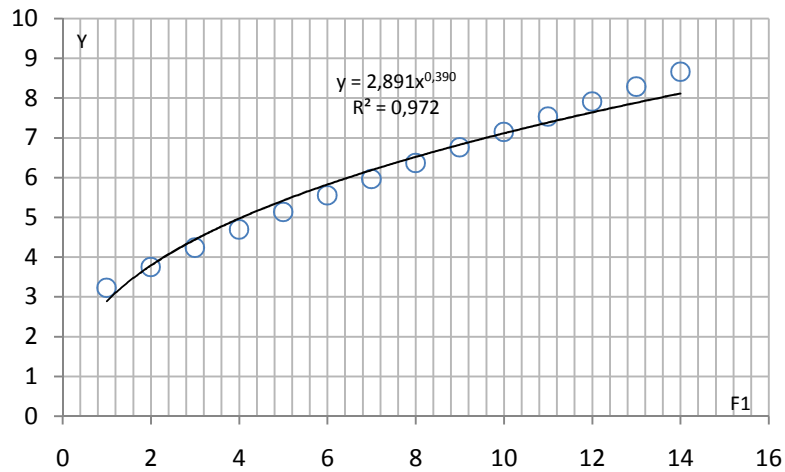


Figure 9.1.5 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 10\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

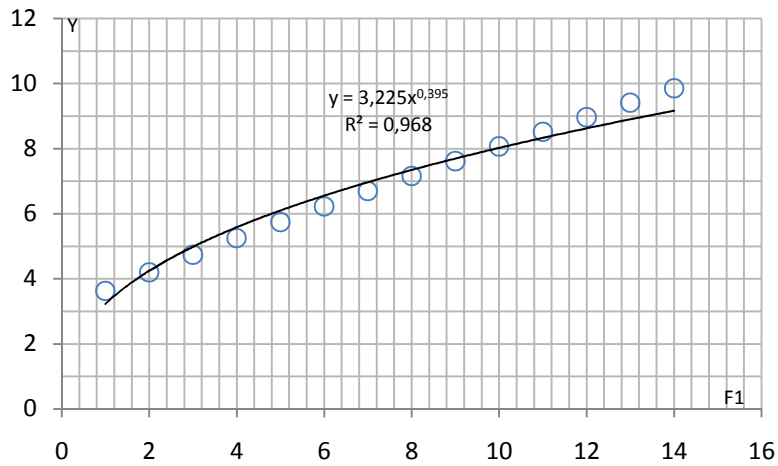


Figure 9.1.6 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 12\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

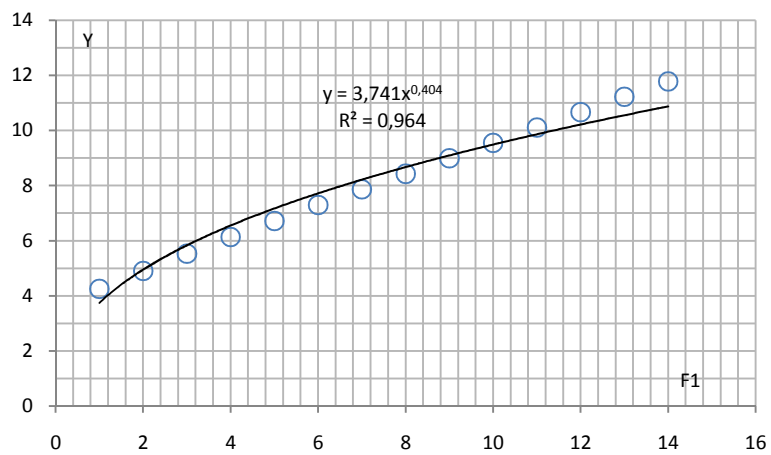


Figure 9.1.7 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $\tan(\alpha) = 15\%$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d'ajustement .

Les données ayant servi au traçage des figures 9.1.1 à 9.1.7 sont groupées au tableau 1.1

**Tableau N°9.1.1 :** Mesures théorique pour pente positive ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

tan(α)= 0 %		tan(α)= 2 %		tan(α)= 5 %		tan(α)= 8 %		tan(α)= 10 %		tan(α)= 12 %		tan(α)= 15 %	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
1,00	1,00	1,00	1,65	1,00	2,26	1,00	2,83	1,00	3,23	1,00	3,63	1,00	4,25
2,00	1,51	2,00	2,03	2,00	2,68	2,00	3,31	2,00	3,75	2,00	4,20	2,00	4,90
3,00	1,89	3,00	2,38	3,00	3,06	3,00	3,75	3,00	4,24	3,00	4,74	3,00	5,53
4,00	2,20	4,00	2,69	4,00	3,41	4,00	4,16	4,00	4,70	4,00	5,25	4,00	6,13
5,00	2,46	5,00	2,97	5,00	3,73	5,00	4,55	5,00	5,13	5,00	5,74	5,00	6,71
6,00	2,70	6,00	3,22	6,00	4,04	6,00	4,92	6,00	5,56	6,00	6,23	6,00	7,29
7,00	2,91	7,00	3,46	7,00	4,33	7,00	5,28	7,00	5,97	7,00	6,70	7,00	7,86
8,00	3,11	8,00	3,68	8,00	4,60	8,00	5,63	8,00	6,37	8,00	7,16	8,00	8,43
9,00	3,29	9,00	3,89	9,00	4,86	9,00	5,96	9,00	6,76	9,00	7,62	9,00	8,99
10,00	3,46	10,00	4,08	10,00	5,12	10,00	6,29	10,00	7,15	10,00	8,07	10,00	9,55
11,00	3,62	11,00	4,27	11,00	5,36	11,00	6,61	11,00	7,53	11,00	8,52	11,00	10,10
12,00	3,77	12,00	4,45	12,00	5,60	12,00	6,93	12,00	7,91	12,00	8,97	12,00	10,66
13,00	3,9106	13,00	4,62	12,999	5,8367	13,00	7,2456	12,999	8,29	13,00	9,4108	13,00	11,217

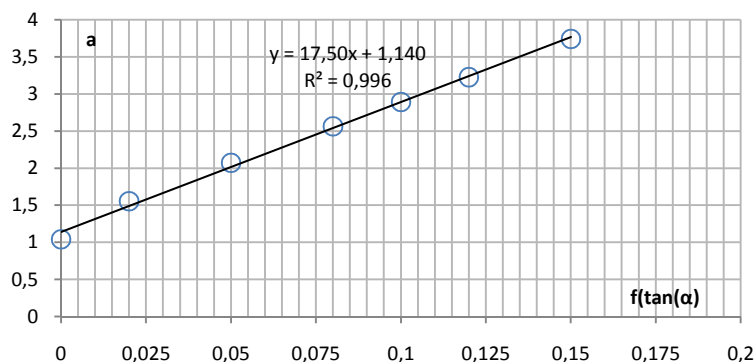
Selon les figures 9.1.1 à 1.7, l’ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l’écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y = a \cdot F1^b$ , le tableau 1.2 représente le paramètre ‘a’ et ‘b’ pour les sept valeurs de pentes considérées,

**Tableau N°9.1.2 :** Valeurs des paramètres a et b

tan(α)	0 %	2 %	5 %	8 %	10 %	12 %	15 %
a	1,042	1,553	2,072	2,563	2,891	3,225	3,741
b	0,522	0,417	0,390	0,387	0,390	0,395	0,404

Les figures 1.8 et 1.9 montre que la variation des paramètres ‘a’ suit parfaitement une loi linéaire que l’on peut écrire comme suit :

$a = 17.50 \tan(\alpha) + 1.140$   $R=0.996$ , les paramètres b sont presque égaux, et leur moyenne arithmétique est  $b = 0,415$



**Figure 9.1.8 :** Variation du Coefficient ‘a’ en fonction de Tang ( α )

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (17.50 \times \tan(\alpha) + 1.140) F1^{(0.415)}$  ..(I) pour F1 varie entre 2 et 14, Tang( ) entre [0 %- 15%].

Les figures 9.1.10, 9.1.11 confirme que la relation (I) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas du Tang( )= 5 %)

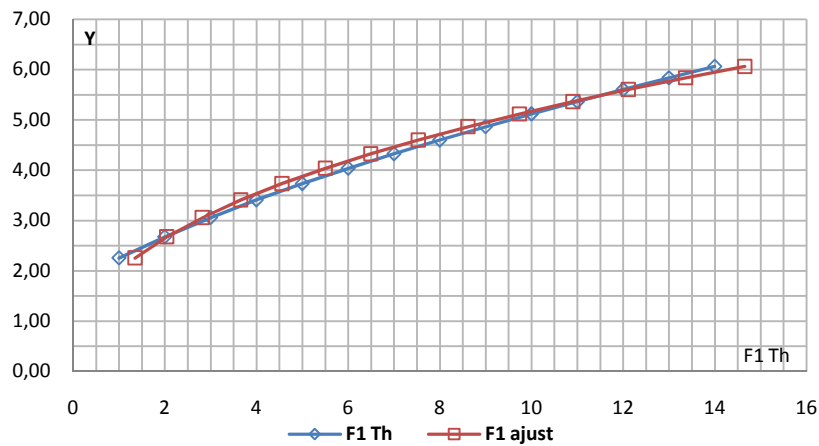


Figure 9.1.10 : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique et ajusté par la méthode de moindre carrée

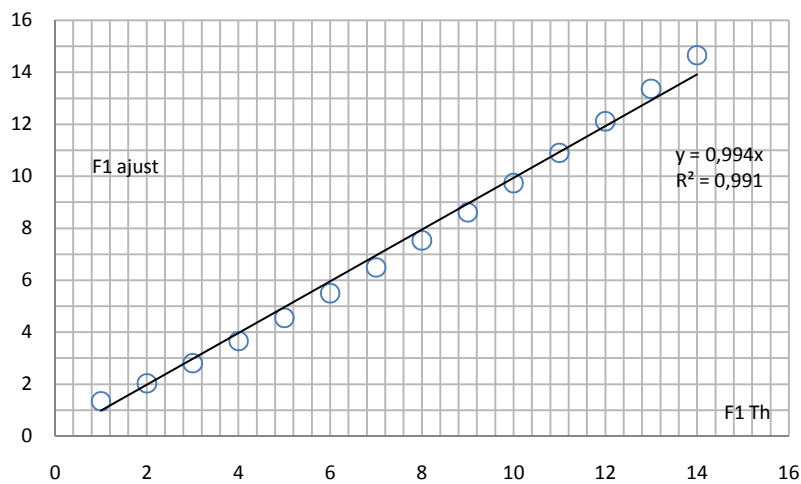
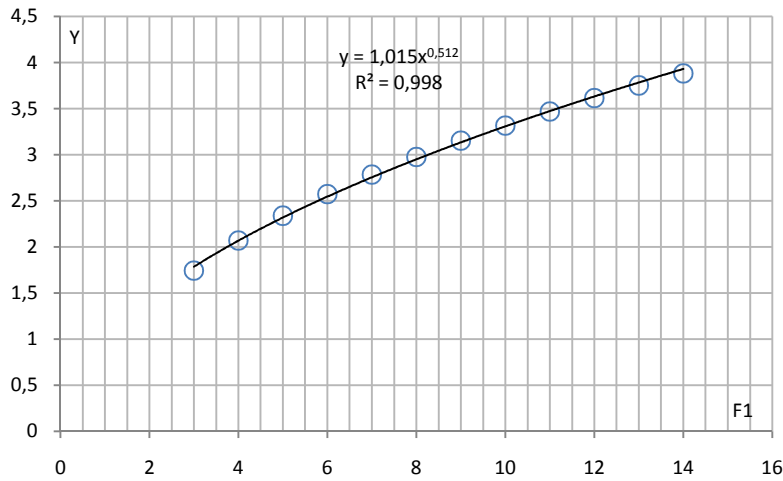


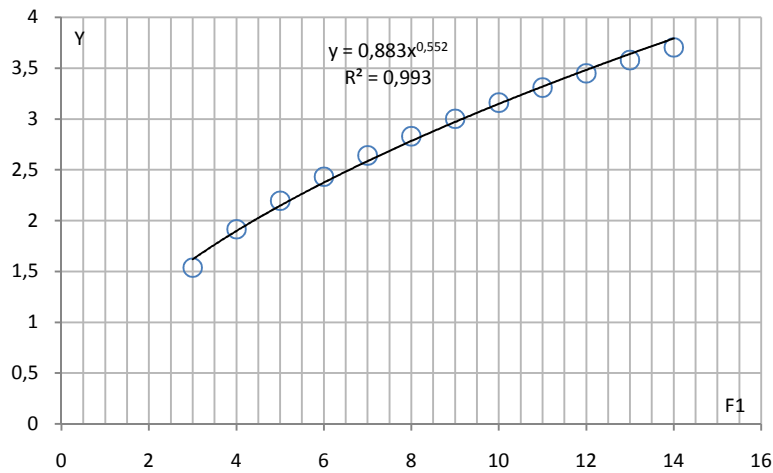
Figure 9.1.11 : Variation du rapport F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée.

**IX.2.2- Effet de la pente négative sur le ressaut hydraulique :**

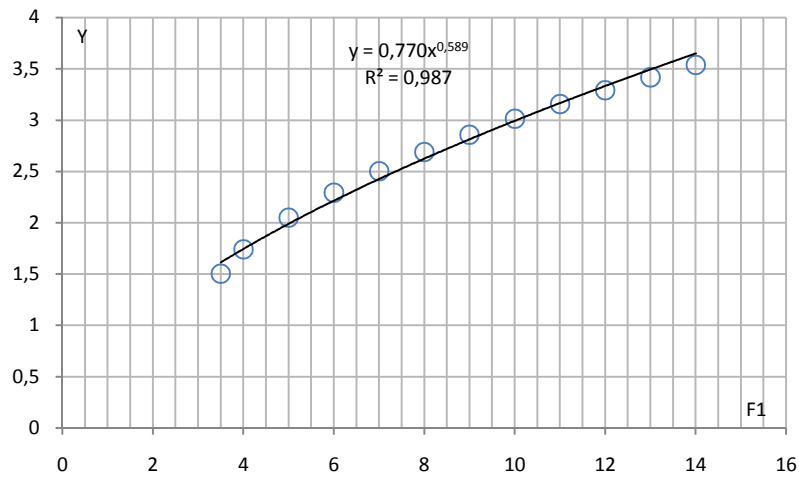
Les figures de (9.1.12) a (9.1.15) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour quatre angles d'inclinaison distincts, tel que :  $\text{Tang}(\alpha) = - 5 \text{ }^\circ$ ,  $- 10 \text{ }^\circ$ ,  $- 15 \text{ }^\circ$ ,  $- 20 \text{ }^\circ$ .



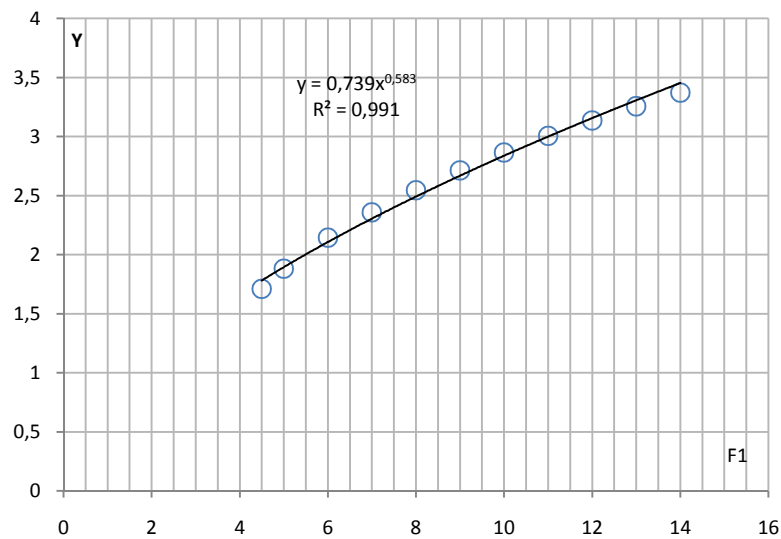
**Figure 9.1.12 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\alpha) = - 5 \text{ }^\circ$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d’ajustement .



**Figure 9.1.13 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\alpha) = - 10 \text{ }^\circ$ , (O) points théoriques ; (—) courbes d’ajustement .



**Figure 9.1.14 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\ ) = - 15 \%$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .



**Figure 9.1.15 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}(\ ) = - 20 \%$ , (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .

Les données ayant servi au traçage des figures 9.1.12 à 9.1.15 sont groupées au tableau 1.3

**Tableau N°9.1.3 :** Mesures théorique pour pente négative ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

tan(α)= 0 %°		tan(α)= - 5%°		tan(α)= - 10 %°		tan(α)= - 15 %°		tan(α)= - 20 %°	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
1,00	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-
2,00	1,51	-	-	-	-	-	-	-	-
3,00	1,89	3,00	1,74	3,00	1,54	3,50	1,50	-	-
4,00	2,20	4,00	2,07	4,00	1,92	4,00	1,74	4,50	1,71
5,00	2,46	5,00	2,34	5,00	2,20	5,00	2,05	5,00	1,88
6,00	2,70	6,00	2,57	6,00	2,43	6,00	2,29	6,00	2,14
7,00	2,91	7,00	2,78	7,00	2,64	7,00	2,50	7,00	2,36
8,00	3,11	8,00	2,98	8,00	2,83	8,00	2,69	8,00	2,55
9,00	3,29	9,00	3,15	9,00	3,00	9,00	2,86	9,00	2,71
10,00	3,46	10,00	3,32	10,00	3,16	10,00	3,01	10,00	2,87
11,00	3,62	11,00	3,47	11,00	3,31	11,00	3,16	11,00	3,01
12,00	3,77	12,00	3,61	12,00	3,45	12,00	3,29	12,00	3,14
13,00	3,91	13,00	3,75	13	3,58	13,00	3,42	13,00	3,26
14,00	4,05	14,00	3,88	14,00	3,70	14,00	3,54	14,00	3,37

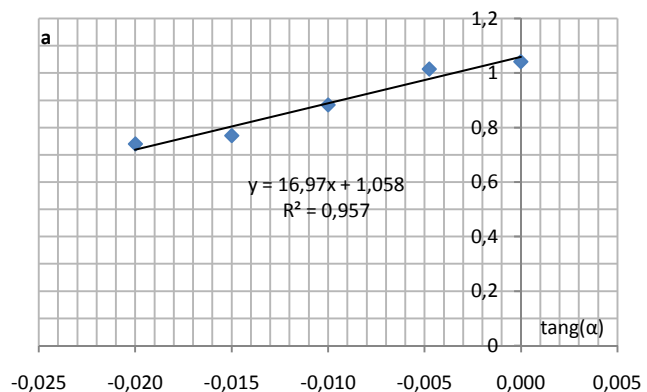
Selon les figures 9.1.12 à 9.1.15, l’ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l’écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y= a. F1^b$ , le tableau 1.4 représente le paramètre ‘a’ et ‘b’ pour les quatre valeurs de pentes considérées.

**Tableau N°9.1.4 :** Valeurs des paramètres a et b

tan(α)	0 %°	- 5 %°	- 10 %°	- 15 %°	- 20%°
a	1,042	1,015	0,883	0,77	0,739
b	0,522	0,512	0,552	0,589	0,583

Les figures 1.16 et 1.17 montre que la variation des paramètres ‘a’ suit parfaitement une loi linéaire que l’on peut écrire comme suit :

$a=16.79 \text{ Tan}(\alpha) + 1.058$   $R=0.957$ , les paramètres b sont presque égaux, et leur moyenne arithmétique est  $b = 0,552$

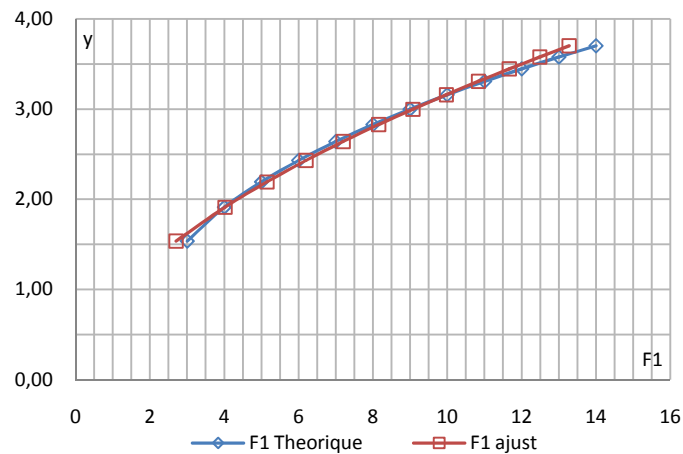


**Figure 9.1.16 :** Variation du Coefficient ‘a’ en fonction de  $\text{tang}(\alpha)$

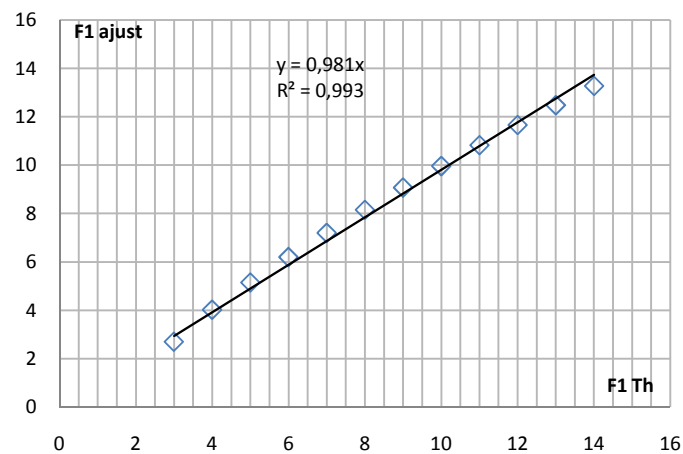
En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (16.97 \times \tan(\alpha) + 1.058) \cdot F1^{0.552}$  ..(I)

Pour F1 varie entre 1 et 14, Tang( ) entre [0%°-20%°].

Les figures 9.1.18, 9.1.19 confirme que la relation (II) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas du Tang( ) = - 10%°)



**Figure 9.1.18** : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée

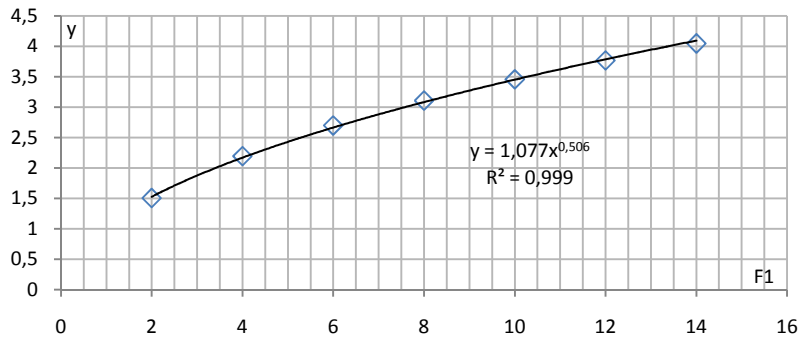


**Figure 9.1.19** : Variation du rapport F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée

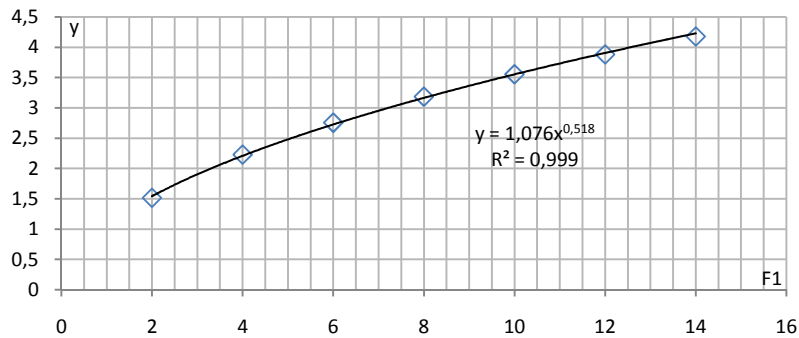


**IX.3- Effet de la largeur de fond du canal 'b' sur le ressaut hydraulique :**

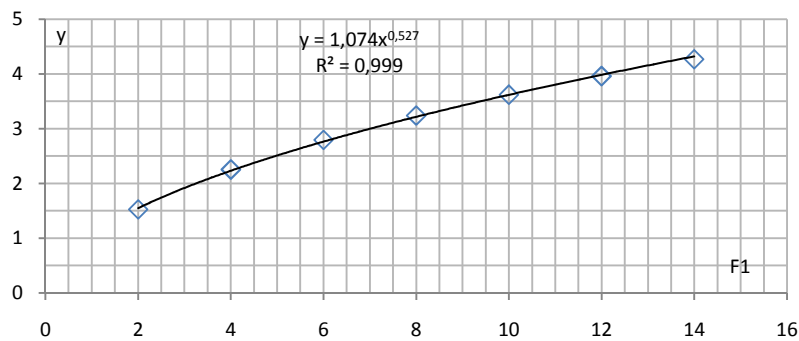
Les figures de (9.1.20) a (9.1.24) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour cinq valeurs de la largeur 'b', tel que : b = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 m. dans un canal trapézoïdal a fond horizontal.



**Figure 9.1.20 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour **b = 0.3 m**, (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement .



**Figure 9.1.21 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour **b = 0.4 m**, (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement



**Figure 9.1.22 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour **b = 0.5 m**, (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement

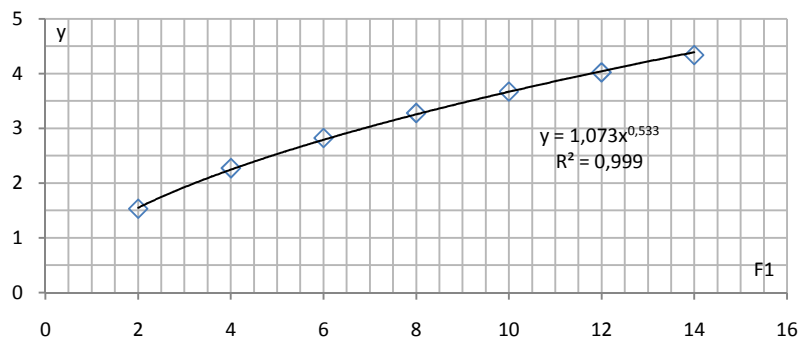


Figure 9.1.23 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour b = 0.6 m, (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement

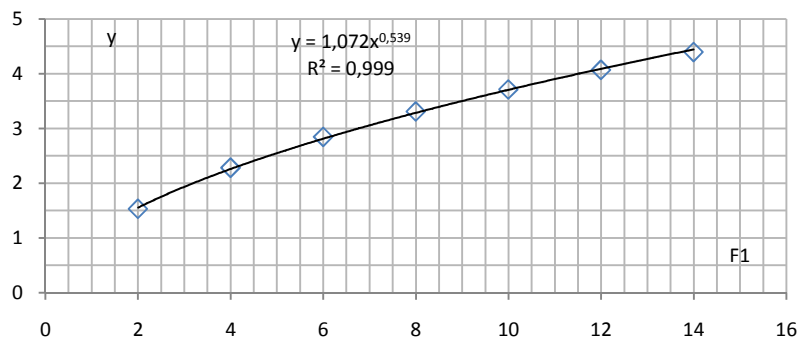


Figure 9.1.24 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour b = 0.7 m, (O) points théoriques ; ( \_ ) courbes d'ajustement

Les données ayant servi au traçage des figures 1.20 à 1.24 sont groupées au tableau 1.5

Tableau N°9.1.5 : Mesures théorique pour pente négative ayant servi au traçage des courbes de Y=f(F1)

b = 0,3		b = 0,4		b = 0,5		b = 0,6		b = 0,7	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
2.00	1.51	2.00	1.52	2.00	1.53	2.00	1.53	2.00	1.54
4.00	2.20	4.00	2.23	4.00	2.26	4.00	2.27	4.00	2.29
6.00	2.70	6.00	2.76	6.00	2.80	6.00	2.83	6.00	2.85
8.00	3.11	8.00	3.19	8.00	3.24	8.00	3.28	8.00	3.31
10.00	3.46	10.00	3.56	10.00	3.63	10.00	3.68	10.00	3.71
12.00	3.77	12.00	3.88	12.00	3.97	12.00	4.03	12.00	4.07
14.00	4.05	14.00	4.18	14.00	4.27	14.00	4.34	14.00	4.40

Selon les figures 9.1.20 à 9.1.24, l'ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l'écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y = a \cdot F1^b$ , le tableau 1.6 représente le paramètre 'a' et 'b' pour les cinq valeurs de largeurs 'b' considérées.

Tableau N°9. 1.6: Valeurs des paramètres a et b

Largeur 'b' [m]	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
a	1.077	1.076	1.074	1.073	1.072
b	0.506	0.518	0.527	0.533	0.539

Les figures 9.1.25 et 9.1.26 montre que la variation des paramètres 'a' et 'b' suit parfaitement une loi linéaire que l'on peut écrire comme suit :

$$a = -0.013 * [\text{Largeur 'b'}] + 1.080 \quad R=0.982, \quad b = 0.081 * [\text{Largeur 'b'}] + 0.484 \quad R=0.974.$$

Figure 9.1.25: Variation du Coefficient 'a' en fonction de Largeur 'b'

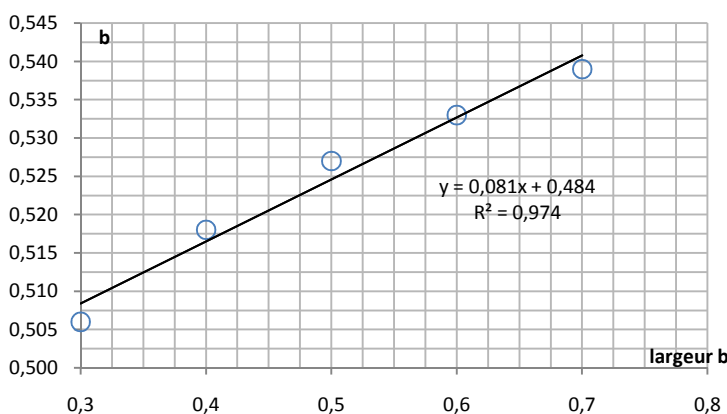
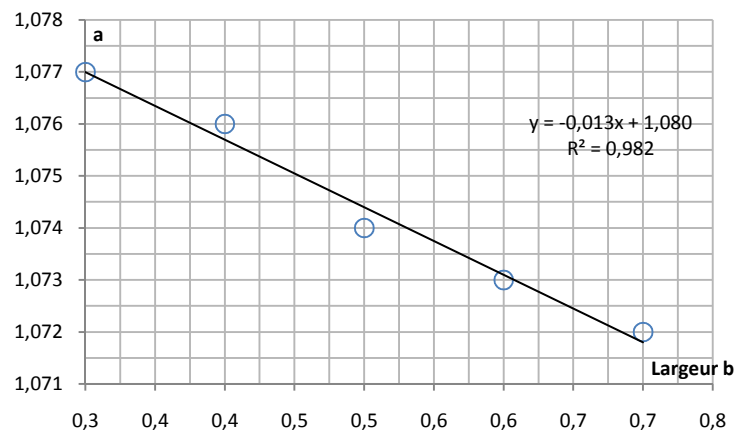


Figure 9.1.26 : Variation du Coefficient 'b' en fonction de Largeur 'b'

En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (-0.013 * [\text{Largeur 'b'}] + 1.080) \cdot F1^{(0.081 * [\text{Largeur 'b'}] + 0.484)}$  ..(II)

Pour F1 varie entre 2 et 14, **Largeur 'b'** prend les valeurs entre [0.3- 0.7 m].

Les figures 1.18, 1.19 confirme que la relation (II) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (Cas **Largeur 'b'** = 0.5 m)

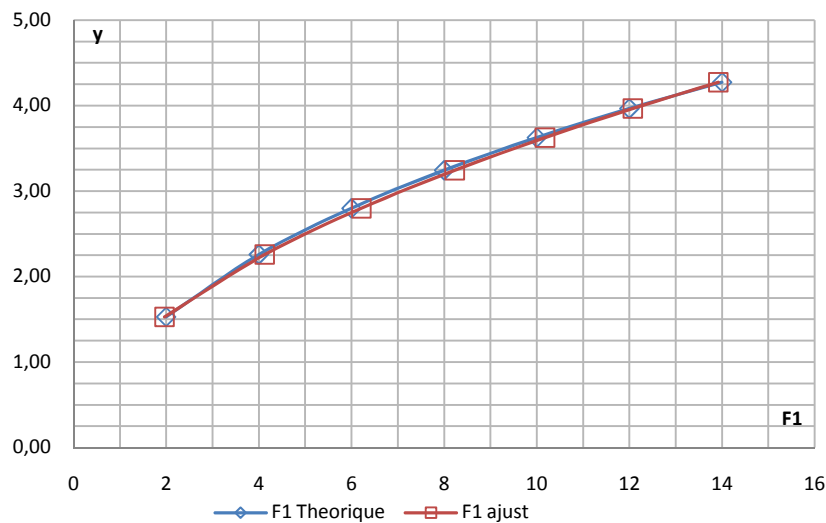


Figure 9.1.27 : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée (cas b = 0.5 m)

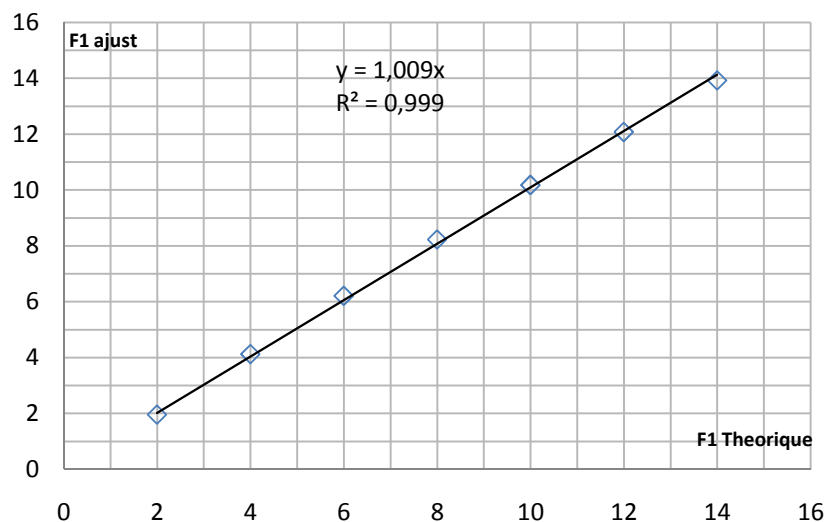
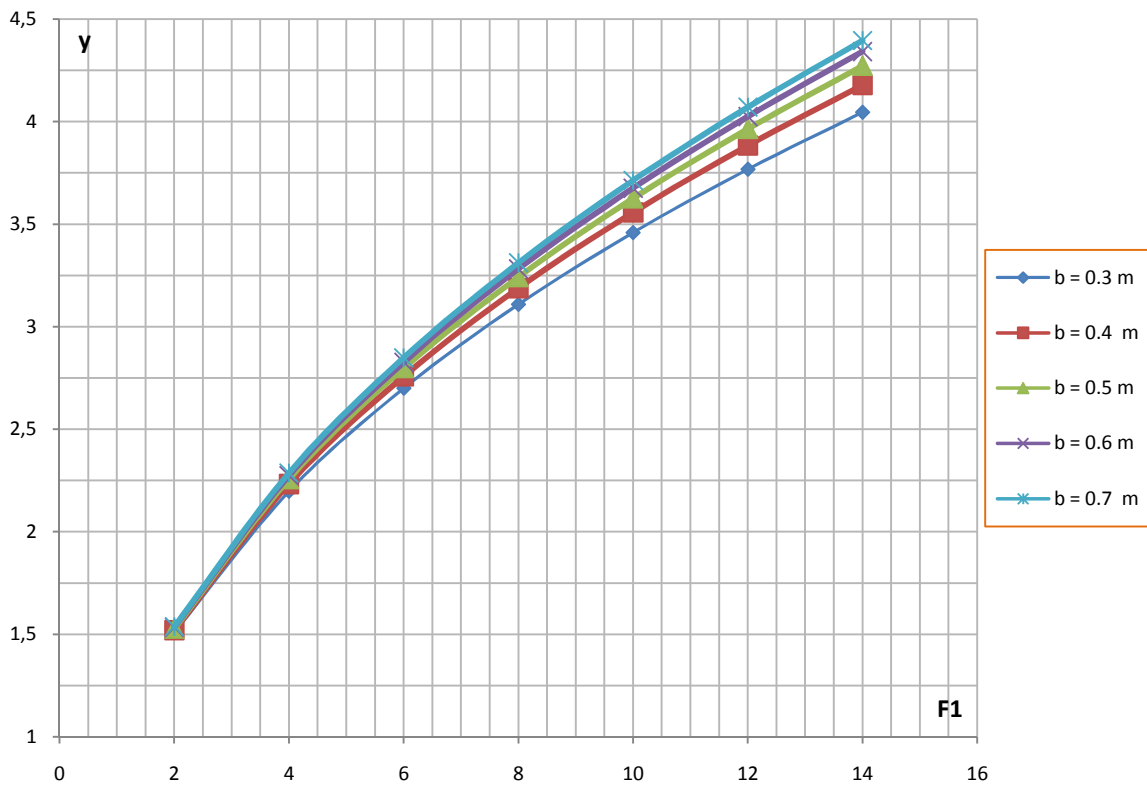


Figure 9.1.28 : Variation du F1 théorique en fonction F1 ajusté par la méthode de moindre carrée (cas b = 0.5 m)

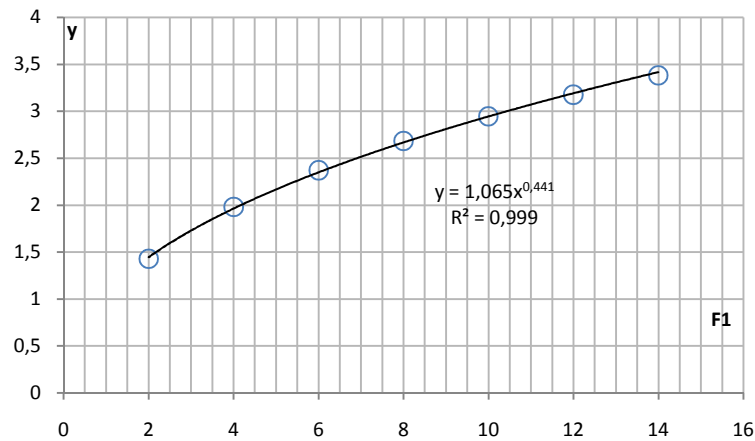


**Figure 9.1.29** : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour  $b = \ll 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$  m

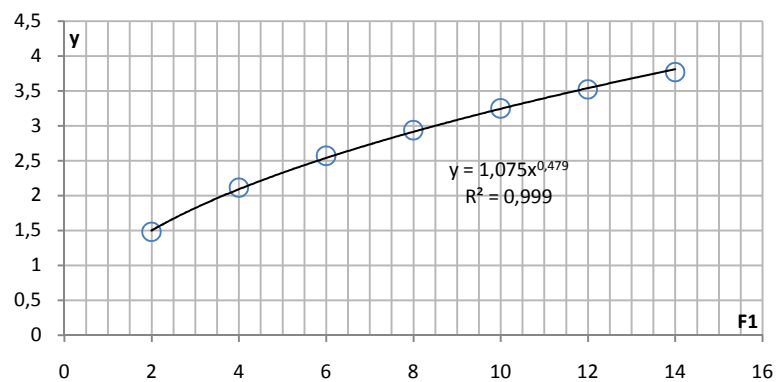
Les résultats sous dessus montrer que les rapports des hauteurs conjuguées ' $Y$ ' augmente avec l'augmentation de la largeur ' $b$ ', pour une large gamme des nombre de Froude  $F1$  (2  $F1$  14), Cette influence s'accroît avec l'augmentation de  $F1$  et pour cinq valeurs de la largeur  $b = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$  m.

#### IX.4- Effet de l'angle du talus 'θ' sur le ressaut hydraulique :

Les figures de (9.1.30) a (9.1.34) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour cinq valeurs de l'angle du talus 'θ', tel que :  $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ . dans un canal trapézoïdal a fond horizontal.



**Figure 9.1.30 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\theta = 15^\circ$  (O) points théoriques



**Figure 9.1.31:** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\theta = 30^\circ$  (O) points théoriques

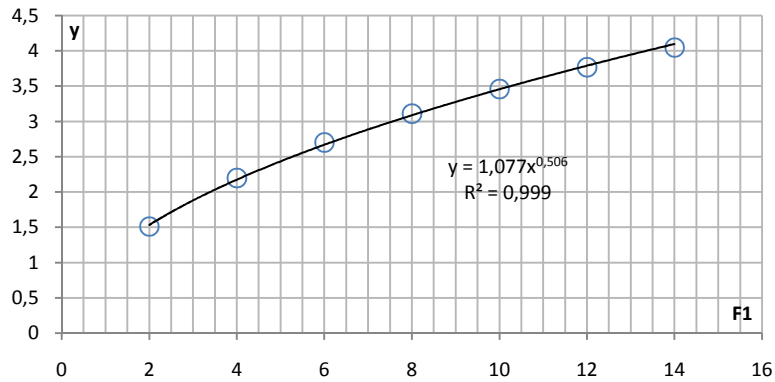


Figure 9.1.32 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\alpha = 45^\circ$  (O) points théoriques

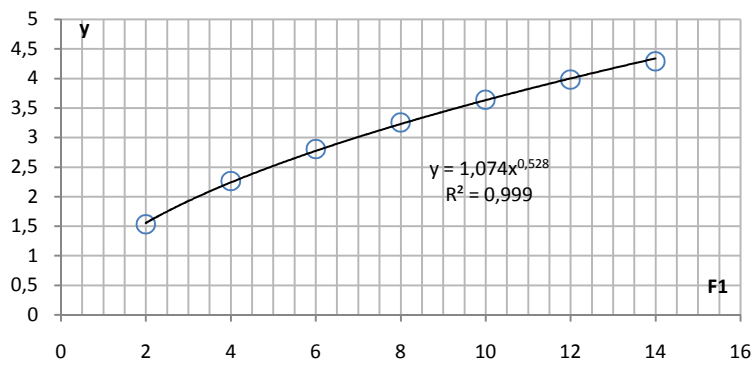


Figure 9.1.33: Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\alpha = 60^\circ$  (O) points théoriques

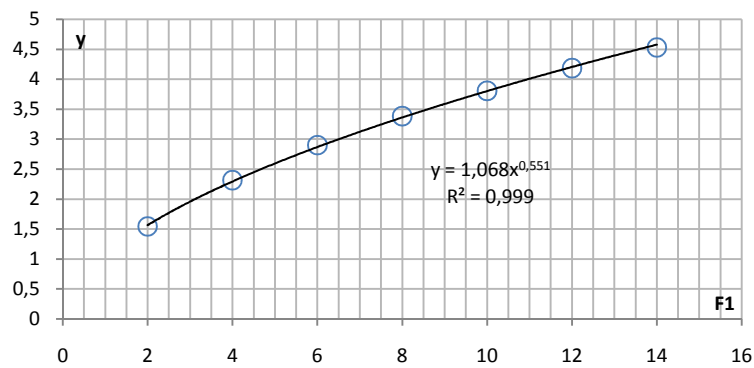


Figure 9.1.34 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\alpha = 75^\circ$  (O) points théoriques

Les données ayant servi au traçage des figures 9.1.32 à 9.1.36 sont groupées au tableau 9.1.7

Tableau N°9.1.7 : Mesures théorique pour pente négative ayant servi au traçage des courbes de  $Y=f(F1)$

= 15°		= 30°		= 45°		= 60°		= 75°	
F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y	F1	Y
2,00	1,43	2,00	1,48	2,00	1,51	2,00	1,53	2,00	1,55
4,00	1,98	4,00	2,11	4,00	2,20	4,00	2,26	4,00	2,32
6,00	2,37	6,00	2,57	6,00	2,70	6,00	2,80	6,00	2,90
8,00	2,68	8,00	2,94	8,00	3,11	8,00	3,25	8,00	3,39
10,00	2,95	10,00	3,25	10,00	3,46	10,00	3,64	10,00	3,81
12,00	3,18	12,00	3,52	12,00	3,77	12,00	3,98	12,00	4,19
14,00	3,38	14,00	3,77	14,00	4,05	14,00	4,29	14,00	4,53

Selon les figures 9.1.31 à 9.1.35, l'ajustement des mesures théoriques a montré que la variation des rapports Y en fonction du nombre F1 de l'écoulement incident suit une loi de type puissance de la forme  $Y = a \cdot F1^b$ , le tableau 1.8 représente le paramètre 'a' et 'b' pour les cinq valeurs de l'angle de talus considérées.

Tableau N°9. 1.8: Valeurs des paramètres a et b

$\theta(\text{Rad})$	0,262	0,523	0,785	1,047	1,308
Coefficient 'a'	1,065	1,075	1,077	1,074	1,068
Coefficient 'b'	0,441	0,479	0,506	0,528	0,551

La figure 9.1.37 montre que la variation des paramètres 'b' suit parfaitement une loi linéaire que l'on peut écrire comme suit :

$b = 0,102 \theta + 0,420$   $R = 0,986$ , les paramètres a sont presque égaux, et leur moyenne arithmétique est  $a = 1,072$

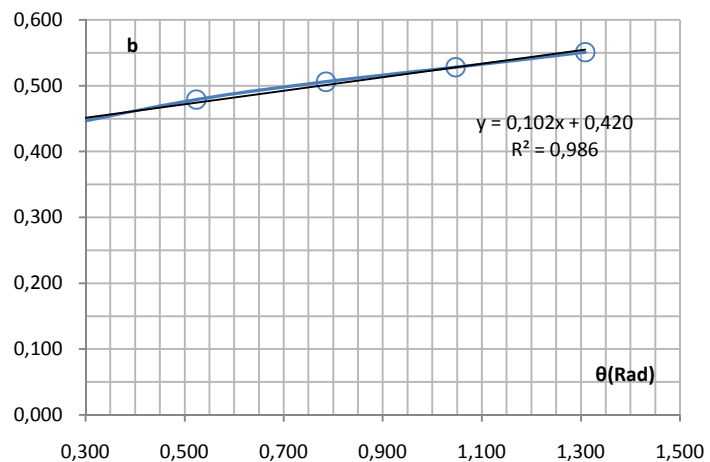


Figure 9.1.35 : Variation du Coefficient 'b' en fonction de



En remplaçant les paramètres a et b par leurs expressions respectives on obtient la relation générale suivante :  $Y = (1,072) \cdot F1^{(0.102 \theta + 0.420)}$  ..(II)

Pour F1 varie entre 2 et 14,  $\theta$  prend les valeurs entre  $[15^\circ - 75^\circ]$ .

Les figures 9.1.38, 9.1.39 confirme que la relation (II) représente un bon ajustement pour détermination des rapports Y et F1 (cas  $\theta = 45^\circ$ )

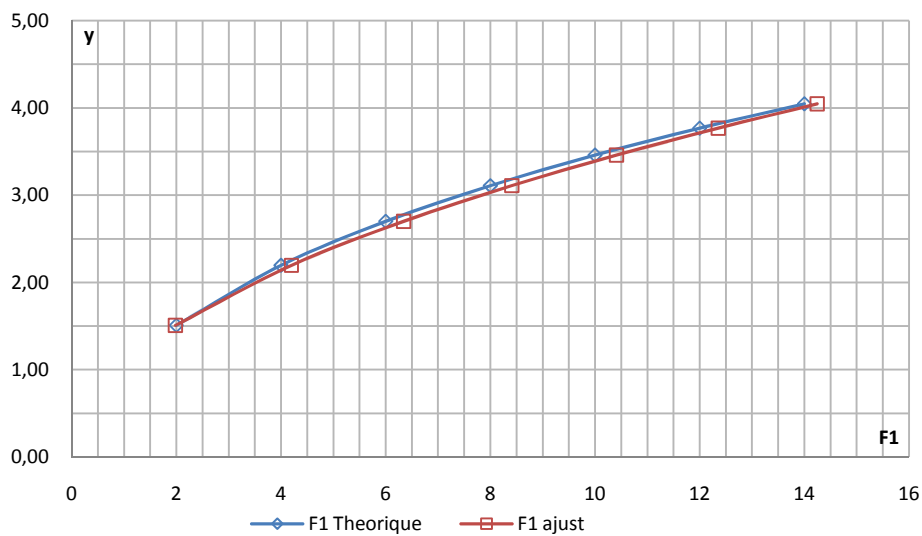


Figure 9.1.36 : Variation du rapport Y en fonction des valeurs de nombre de Froude F1 théorique ; et ajusté par la méthode de moindre carrée (cas  $\theta = 45^\circ$ )

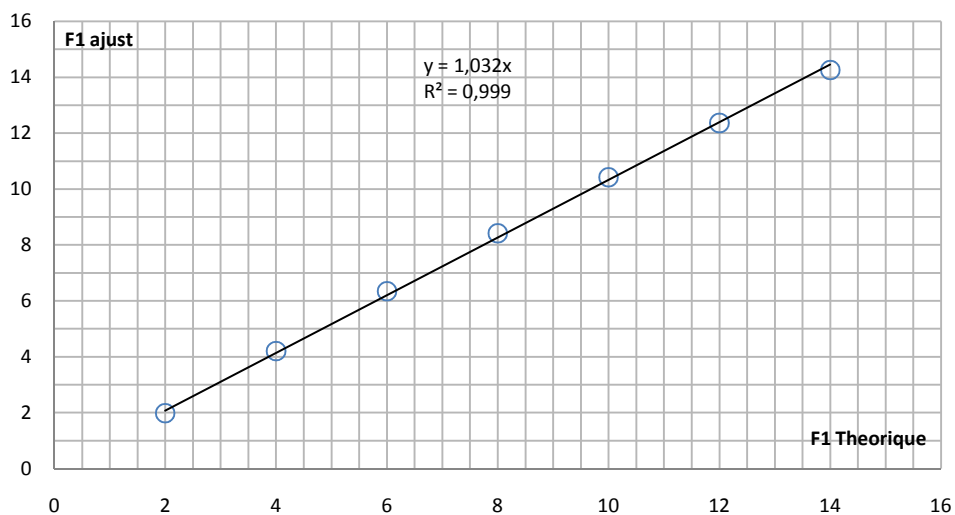


Figure 9.1.37 : Variation du F1théorique en fonction F1ajusté par la méthode de moindre carrée (cas  $\theta = 45^\circ$ )

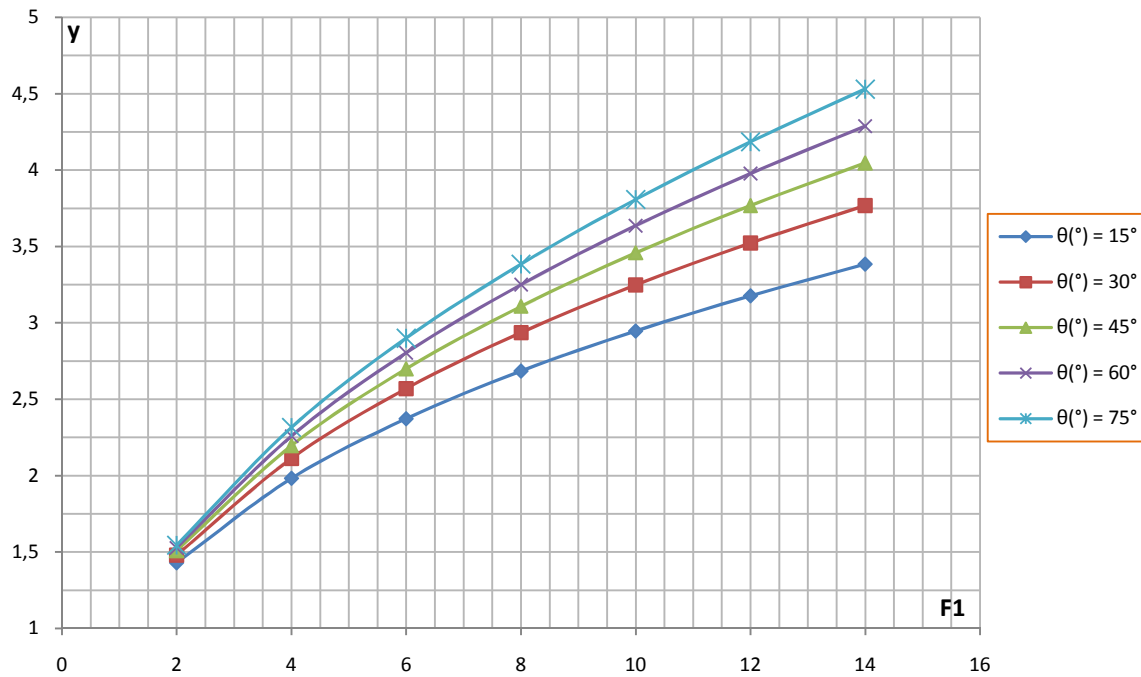


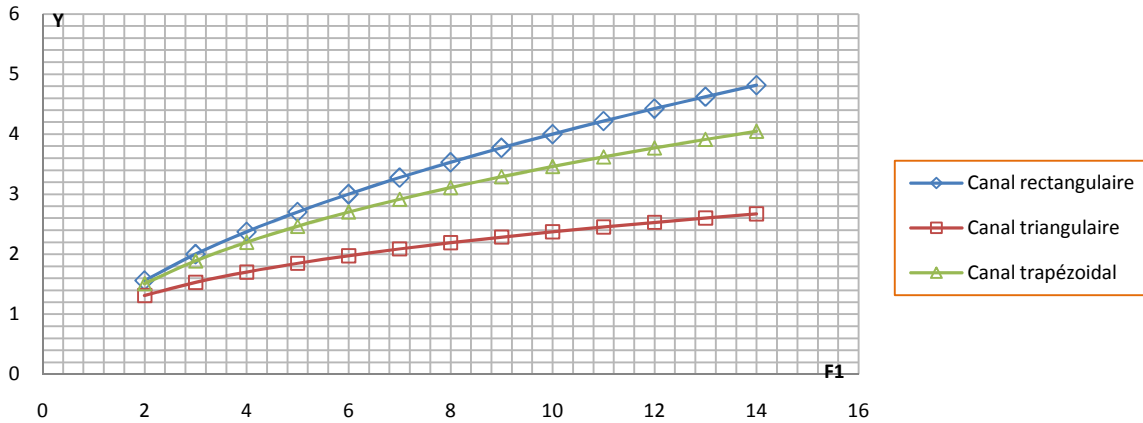
Figure 9.1.38 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour cinq valeurs de l'angle de talus = «  $15^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ ,  $75^{\circ}$  »

Les résultats ci-dessus montrent que le rapport des hauteurs conjuguées augmente avec l'augmentation de l'angle du talus, pour une large gamme des nombres de Froude  $F1$  (2  $\leq$   $F1$   $\leq$  14).

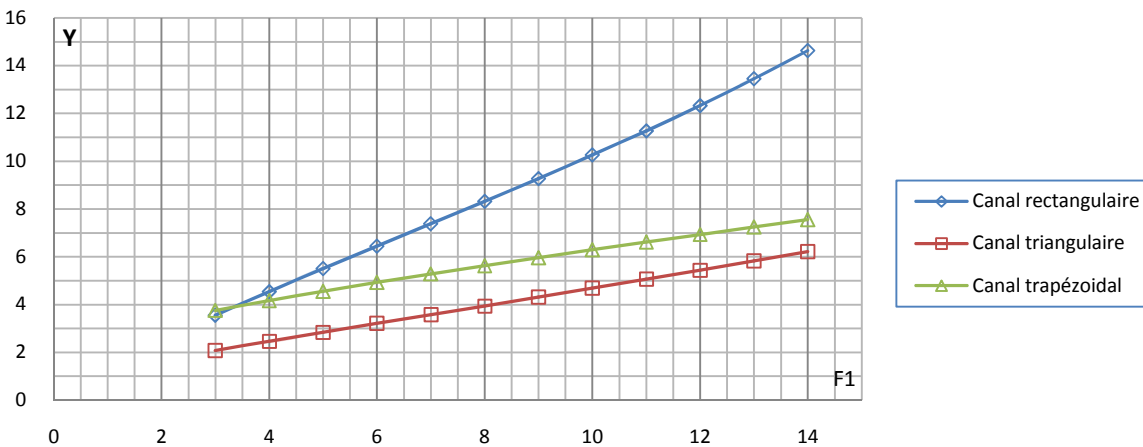
**Chapitre X. ETUDE COMPARATIVE**

**X.1 : Effet de la pente sur la variation de F1 en fonction de Y :**

Les figures de (10.1.1) a (10.1.5) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour les trois type des canaux ; rectangulaire, triangulaire et trapézoïdal.



**Figure 10.1.1 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}( ) = 0 \%$



**Figure 10.1.2 :** Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}( ) = 8 \%$

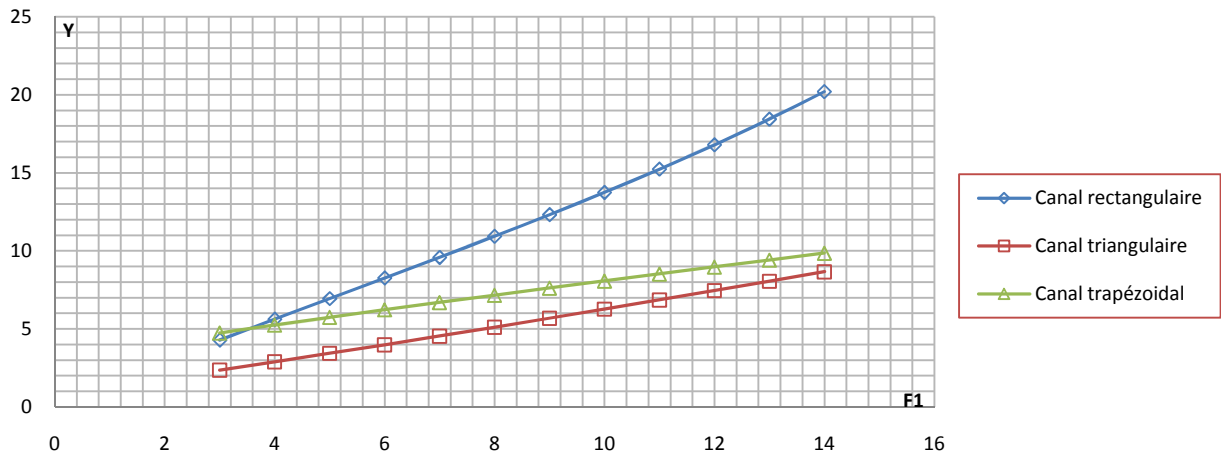


Figure 10.1.3 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}( ) = 12 \%$ ,

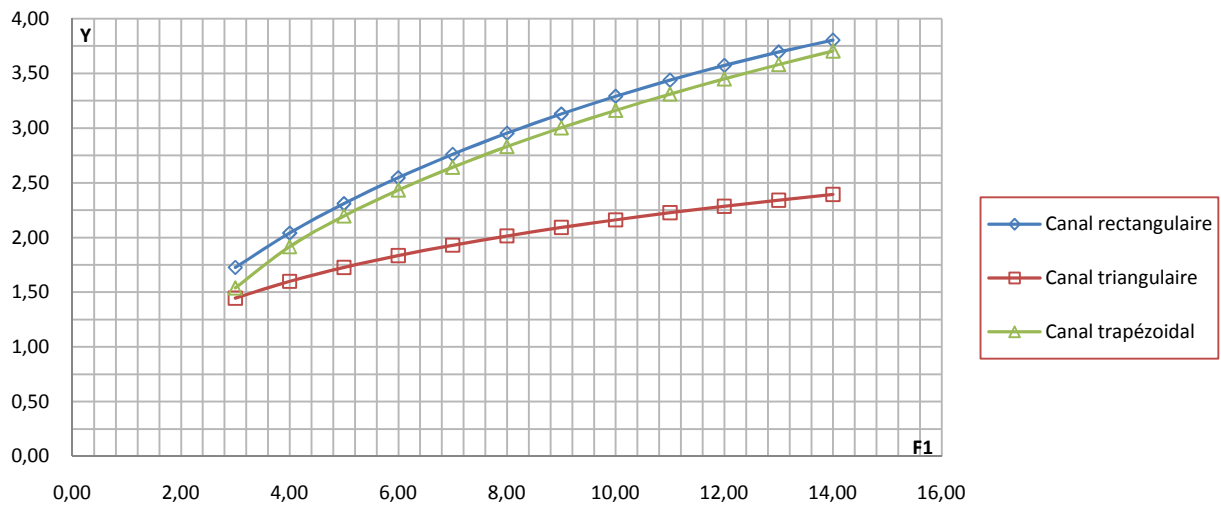


Figure 10.1.4 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}( ) = - 10 \%$ ,

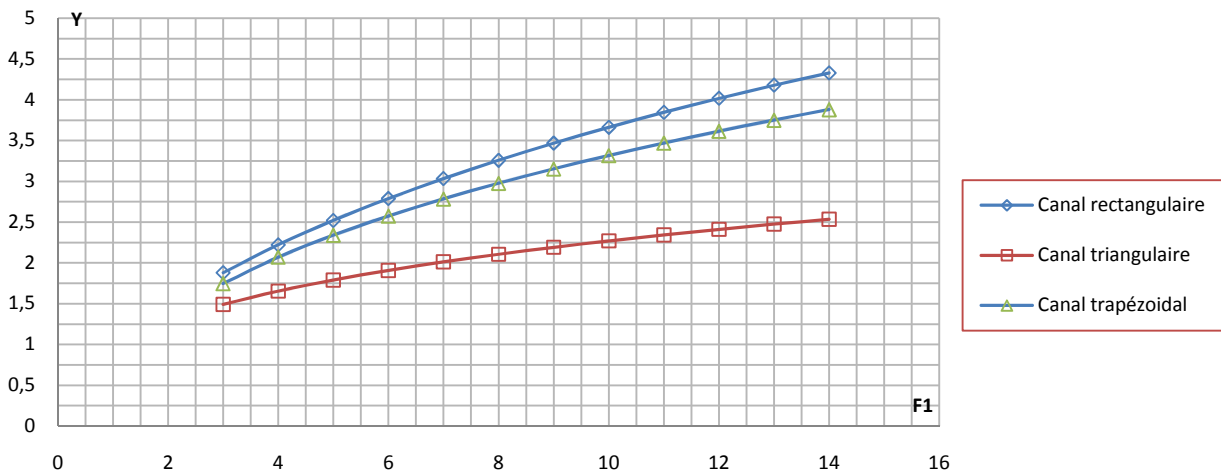


Figure 10.1.5 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour  $\text{tang}( ) = - 5 \%$ ,

Ces courbes montrent que le canal triangulaire donne une meilleure hauteur conjuguée  $Y$  par rapport au canal trapézoïdal, Puis le canal rectangulaire. Quelque soit la pente du canal et pour un nombre de Froude varie entre [2 – 14].

### X.2 : Effet de la largeur du fond du canal 'b' sur la variation de F1 en fonction de Y:

Les figures de (10.1.6) a (10.1.7) montrent la variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour les deux type des canaux ; rectangulaire et trapézoïdal.

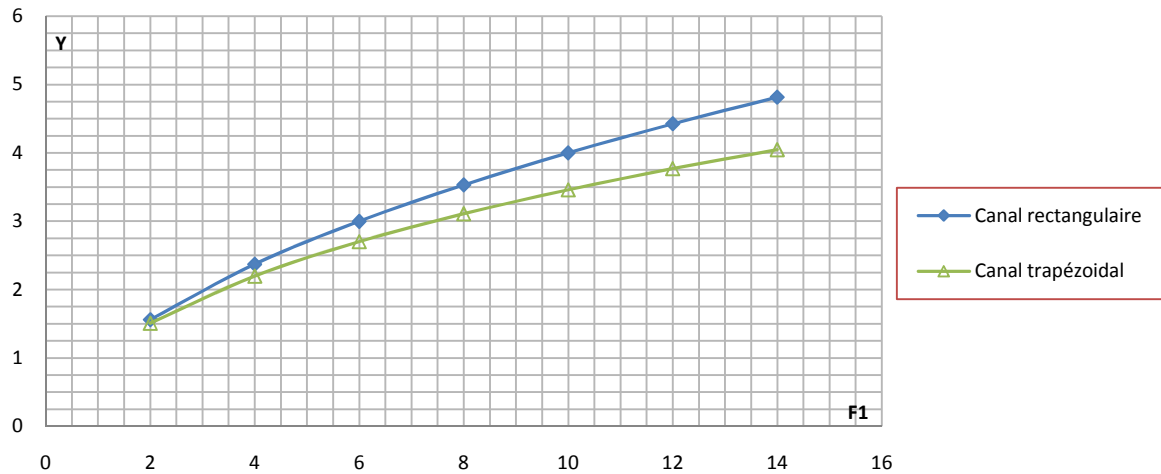


Figure 10.1.6 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour largeur du canal ' $b'$ '=0.3 m

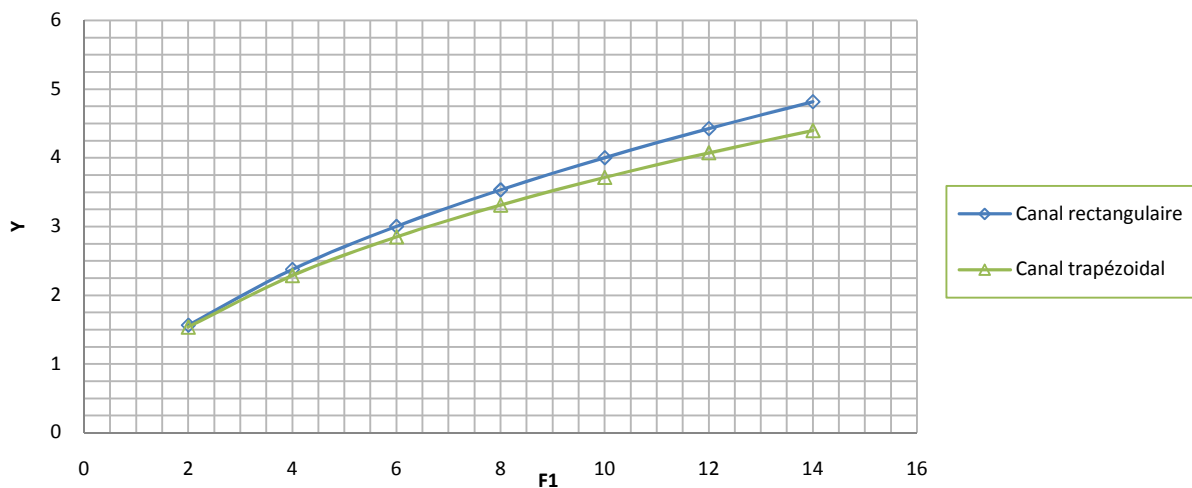


Figure 10.1.7 : Variation du rapport  $Y$  en fonction de nombre de Froude  $F1$ , pour largeur du canal ' $b'$ '=0.7 m

Ces courbes montrent que le canal trapézoïdal donne une meilleure hauteur conjuguée  $Y$  par rapport au canal rectangulaire. Pour une largeur du canal  $b = [0,3 - 0,7 \text{ m}]$  avec un nombre de Froude ' $F1$ ' entre [2 – 14],

### X.3 : Effet de l'angle du talus canal ' ' sur la variation de F1 en fonction de Y:

Les figures de (10.1.8) a (10.1.9) montrent la variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour les deux type des canaux ; triangulaire et trapézoïdal.

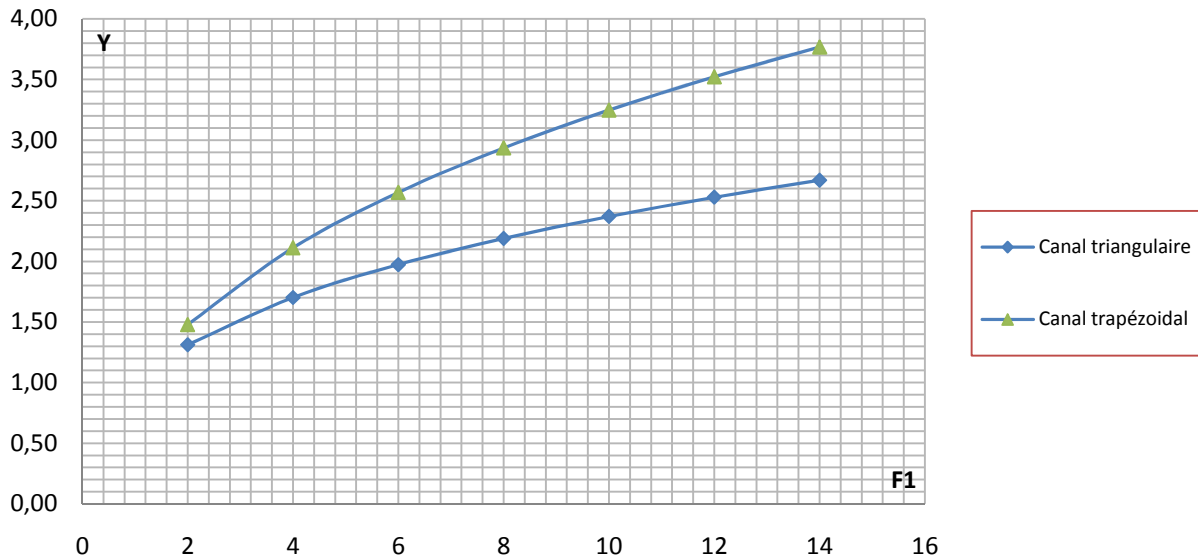


Figure 10.1.8 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour angle du talus = 30°

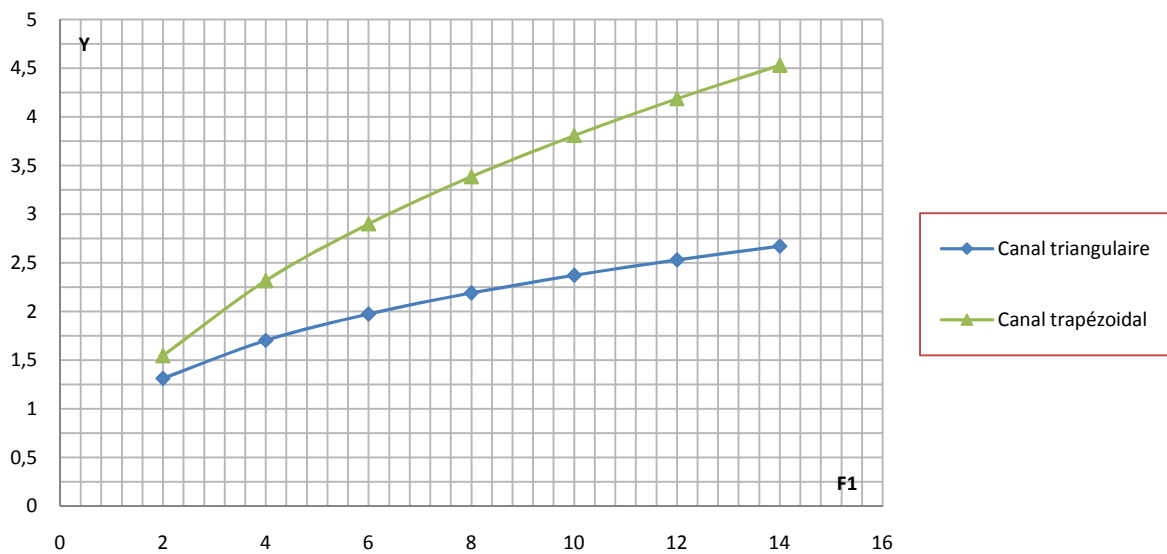


Figure 10.1.9 : Variation du rapport Y en fonction de nombre de Froude F1, pour angle du talus = 75°

Ces courbes montrent que le canal triangulaire donne une meilleure hauteur conjuguée Y par rapport au canal trapézoïdal. Pour une l'angle du talus canal varie entre [15° - 75°], et un nombre de Froude 'F1' entre [2 - 14].

Et on résume tout que:

- le canal triangulaire donne une meilleure hauteur conjuguée  $Y$  par rapport au canal trapézoïdal, Puis le canal rectangulaire, quelque soit la pente du canal et pour un nombre de Froude varie entre [2 – 14]
- Au niveau du canal trapézoïdal;
  - L'augmentation de la largeur du canal donne une augmentation au niveau du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$ .
  - L'augmentation de l'angle du talus  $\theta$  donne une augmentation au niveau du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$ .
- Au niveau du canal rectangulaire ;(ou cas du canal trapézoïdal avec  $\theta^\circ=90^\circ$ )
  - Dans ce cas nous montrons que la largeur 'b' du canal n'influe pas sur le rapport des hauteurs conjuguées  $Y$ .
- Au niveau du canal triangulaire ; ;( cas du canal trapézoïdal avec 'b'=0)
  - Dans ce cas nous montrons que la largeur  $\theta^\circ$  du canal n'influe pas sur le rapport des hauteurs conjuguées  $Y$ .

L'étape suivant est de faire dimensionner les sections avantageuses des trois canaux et de comparez-les avec les résultats précédents.

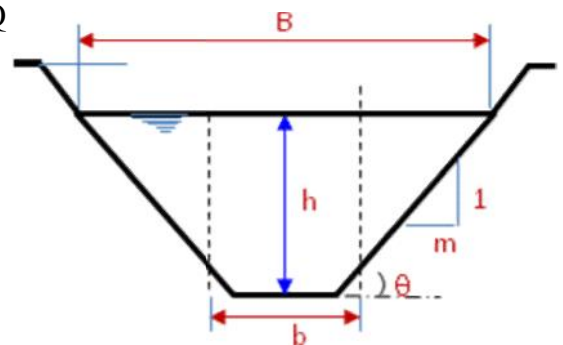
#### X.4. La Section Avantageuse :

##### X .4 .1.Définition :

La section droite les plus efficaces (avantageuses) d'un canal ouvert est celle qui a la plus grande capacité, pour une pente, une aire et un coefficient de rugosité donnés. Si ces paramètres demeurent constants, la vitesse (et donc le débit) sera maximale quand le périmètre mouillé sera minimal.

##### X .4.2.Démonstration de la section avantageuse :

Dans notre cas en se basant sur les canaux trapézoïdaux, rectangulaires et triangulaires, la section droite la plus avantageuse peut être déterminée pour un canal de forme trapézoïdale comme suit : Supposons que le débit d'une canalisation  $Q$  s'écrit selon la formule de "Manning-Strickler"



$$Q = \frac{1}{n} \times R_H^{2/3} \times I^{1/2} \times S \text{ Tel que ;}$$

n : le coefficient de Manning.

I : la pente du canal.

R<sub>H</sub> : rayon hydraulique

S : la section du canal

Donc la section du canal trapézoïdal est  $S = (b + my)y$

le périmètre du canal  $P_m = b + 2y\sqrt{1 + m^2}$

Le rayon hydraulique  $R_H = \frac{S}{P_m}$  d'où :  $Q = \frac{1}{n} \times \left(\frac{S}{P_m}\right)^{2/3} \times I^{1/2} \times S$

$$= \frac{I^{(1/2)} \times S^{5/3}}{n} \times \frac{1}{P_m^{2/3}}$$

Pour  $Q_{\max} \Rightarrow P_{\min}$

$P_{m,\min} \Rightarrow dP = 0$  ;  $S = \text{cste} \Rightarrow dS = 0$

$$\begin{cases} dP = \frac{\partial P}{\partial h} dh + \frac{\partial P}{\partial b} db = 0 & \Rightarrow 2\sqrt{1+m^2}dh + db = 0 & \Rightarrow \frac{db}{dy} = -2\sqrt{1+m^2} \\ dS = \frac{\partial S}{\partial h} dh + \frac{\partial S}{\partial b} db = 0 & \Rightarrow (b + 2my)dh + hdb = 0 & \Rightarrow \frac{db}{dy} = -\frac{b + 2mh}{h} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{1+m^2} = \frac{b + 2mh}{h} \Rightarrow b = 2h\sqrt{1+m^2} - 2mh = 2h(\sqrt{1+m^2} - m)$$

Et donc :  $Rh = \frac{h^2(2\sqrt{1+m^2}-m)}{2h(2\sqrt{1+m^2}-m)} = \frac{h}{2}$

Section mouillée économique s'écrit :

$$S = (b + mh)h = (2h\sqrt{1+m^2} - 2mh + mh)h = h^2(2\sqrt{1+m^2} - m)$$

Périmètre mouillée économique :

$$P_m = (b + 2h\sqrt{1+m^2})h = 2h(\sqrt{1+m^2} - m) + 2h\sqrt{1+m^2} = 2h(2\sqrt{1+m^2} - m)$$

Le tableau N°1 ; donne les caractéristiques de la section avantageuse pour les trois canalisations

Tableau N° :10.1 : caractéristiques de la section avantageuse

Canaux	Section économique	Périmètre économique	Largeur de la canalisation
Canal trapézoïdal	$S = (b + mh)h$	$P_m = (b + 2h\sqrt{1+m^2})h$	$b = (2h\sqrt{1+m^2} - m)$
Canal rectangulaire	$S = bh$	$P_m = (b + 2h)h$	$b = 2h$
Canal triangulaire	$S = \frac{(b)h}{2}$	$P_m = (b + 2h)h$	$b = 0$



L'utilisation de la formule de débit de Manning Strickler on est besoin de choisir un coefficient de Manning  $n = 0,008$ , la pente du canal 'I 'et la section du canal ; tel que l'angle du talus est prend égale  $= 45^\circ$  (Cas du canal triangulaire, et trapézoïdal),

Les tableaux suivant présents les sections avantageux au niveau des trois canalisations comme suit :

Tableau N°10.2 : Caractéristiques de la section avantageuse (Cas de pente nulle  $i = 0,003$ )

Q (m <sup>3</sup> /s)	Canal rectangulaire		Canal triangulaire		Canal trapézoïdal	
	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )
0.01971836	0.10224598	0.02090848	0.10574342	0.01118167	0.10574342	0.02044487
0.02415002	0.11032241	0.02434207	0.11409612	0.01301792	0.11409612	0.02380233
0.02788658	0.11643749	0.02711538	0.12042038	0.01450107	0.12042038	0.02651414
0.03117942	0.12141439	0.02948291	0.12556751	0.0157672	0.12556751	0.02882917
0.03415264	0.12563301	0.03156731	0.12993044	0.01688192	0.12993044	0.03086736
0.03688903	0.12931715	0.03344585	0.13374059	0.01788655	0.13374059	0.03270425
0.03943673	0.13259663	0.03516373	0.13713225	0.01880525	0.13713225	0.03438404
0.04182834	0.13555674	0.03675126	0.14019362	0.01965425	0.14019362	0.03593637
0.04409082	0.13826117	0.0382323	0.14299056	0.0204463	0.14299056	0.03738457
0.04624289	0.14075425	0.03962352	0.14556891	0.02119031	0.14556891	0.03874493
0.04829907	0.14306938	0.0409377	0.14796324	0.02189312	0.14796324	0.04002997
0.0502715	0.14523302	0.04218526	0.15020088	0.02256031	0.15020088	0.04124987
0.05216839	0.14726429	0.04337354	0.15230163	0.02319579	0.15230163	0.04241181

Tableau N°10.3 : Caractéristiques de la section avantageuse (Cas de pente positive  $i = + 5\%$ )

Q (m <sup>3</sup> /s)	Canal rectangulaire		Canal triangulaire		Canal trapézoïdal	
	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )
0.01971836	0.06033226	0.00727996	0.062396	0.00389326	0.062396	0.00711854
0.02415002	0.06509792	0.00847548	0.06732467	0.00453261	0.06732467	0.00828755
0.02788658	0.06870624	0.0094411	0.07105642	0.00504902	0.07105642	0.00923176
0.03117942	0.07164296	0.01026543	0.07409359	0.00548986	0.07409359	0.01003781
0.03415264	0.07413224	0.01099118	0.07666802	0.00587799	0.07666802	0.01074747
0.03688903	0.07630614	0.01164525	0.07891628	0.00622778	0.07891628	0.01138704
0.03943673	0.07824126	0.01224339	0.0809176	0.00654766	0.0809176	0.01197191
0.04182834	0.07998793	0.01279614	0.08272402	0.00684326	0.08272402	0.01251241
0.04409082	0.08158374	0.01331181	0.0843744	0.00711904	0.0843744	0.01301665
0.04624289	0.08305482	0.01379621	0.08589581	0.00737809	0.08589581	0.0134903
0.04829907	0.08442092	0.01425378	0.08730863	0.0076228	0.08730863	0.01393773
0.0502715	0.08569761	0.01468816	0.088629	0.0078551	0.088629	0.01436248
0.05216839	0.0868962	0.0151019	0.08986859	0.00807636	0.08986859	0.01476704

Tableau N°10.4 : Caractéristiques de la section avantageuse (Cas de pente négative  $i = - 20\% \circ$ )

Q (m <sup>3</sup> /s)	Canal rectangulaire		Canal triangulaire		Canal trapézoïdal	
	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )	H <sub>n</sub> (m)	S <sub>av</sub> (m <sup>2</sup> )
0.01971836	0.07164128	0.01026495	0.07409186	0.0054896	0.07409186	0.01003734
0.02415002	0.07730024	0.01195065	0.07994439	0.00639111	0.07994439	0.01168567
0.02788658	0.08158564	0.01331243	0.08437637	0.00711937	0.08437637	0.01301725
0.03117942	0.08507212	0.01447453	0.08798211	0.00774085	0.08798211	0.01415358
0.03415264	0.08802801	0.01549786	0.09103911	0.00828812	0.09103911	0.01515422
0.03688903	0.09060939	0.01642012	0.09370879	0.00878134	0.09370879	0.01605604
0.03943673	0.09290725	0.01726351	0.09608525	0.00923238	0.09608525	0.01688073
0.04182834	0.09498133	0.0180429	0.09823028	0.00964919	0.09823028	0.01764284
0.04409082	0.09687625	0.01877002	0.10019002	0.01003804	0.10019002	0.01835383
0.04624289	0.09862309	0.01945303	0.10199661	0.01040331	0.10199661	0.01902169
0.04829907	0.10024525	0.02009822	0.10367426	0.01074835	0.10367426	0.01965258
0.0502715	0.10176126	0.02071071	0.10524212	0.0110759	0.10524212	0.02025148
0.05216839	0.10318452	0.02129409	0.10671407	0.01138789	0.10671407	0.02082193

Ces tableaux 1, 2,3 montrent clairement que la section avantageuse du canal rectangulaire est plus grande que celle du canal trapézoïdal, et puis viens la section avantageuse du canal triangulaire. Les figures prochaines 1, 2,3 montrent ses résultats

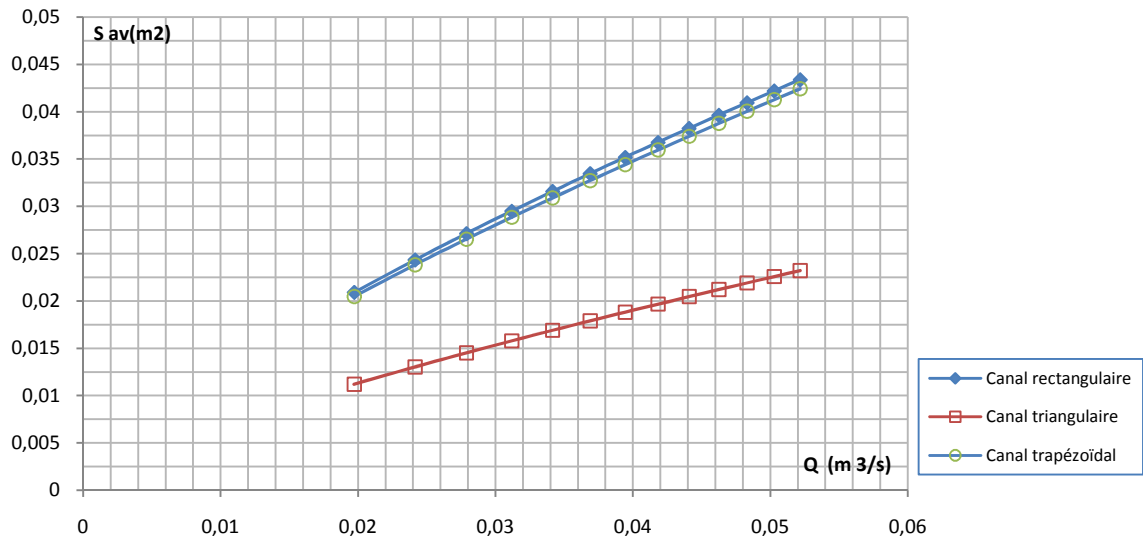


Figure 10.1.10 : Variation de la section avantageuse en fonction de débit Q (m<sup>3</sup>/s) cas de pente nulle  $i = 0,003$

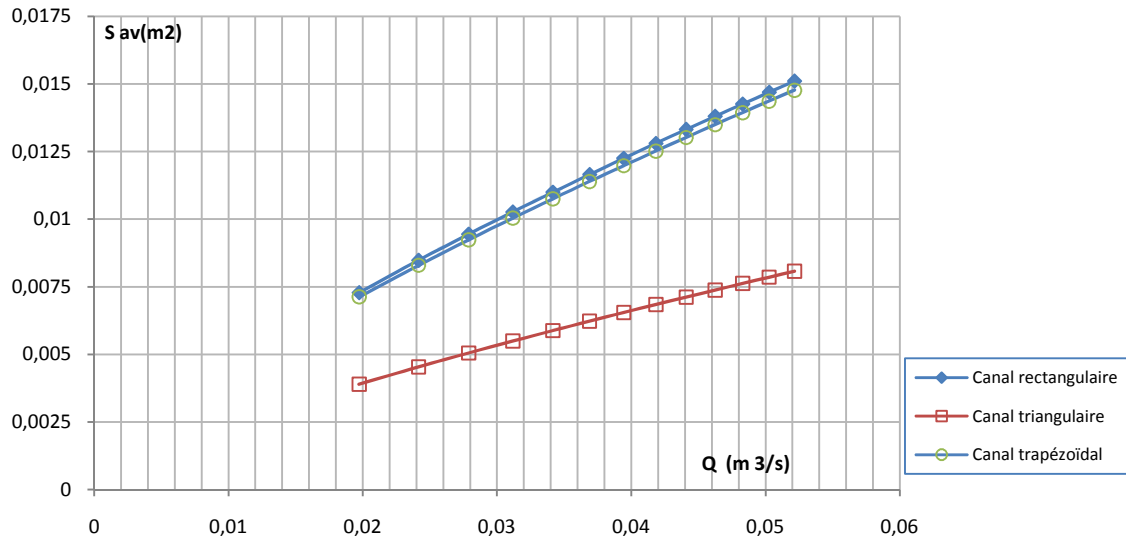


Figure 10.1.11 : Variation de la section avantageuse en fonction de débit Q (m<sup>3</sup>/s) cas de pente positive I = 5 %

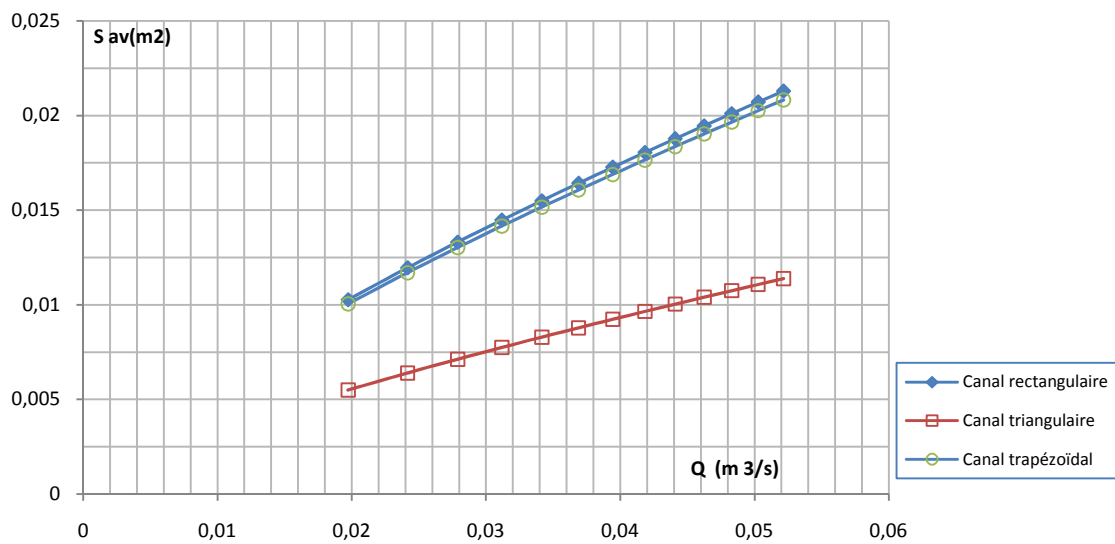


Figure 10.1.12 : Variation de la section avantageuse en fonction de débit Q (m<sup>3</sup>/s) cas de pente négative I = - 20 %

## CONCLUSION GENERALE :

On conclure dans cette étude théorique du ressaut hydraulique, a permis de montrer que le nombre de Froude  $F_1$  d'un écoulement incident peut être exprimé en fonction de l'angle d'inclinaison du canal par rapport à l'horizontal, du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées du ressaut, et de la longueur relative  $j=Lj/h_1=$  du ressaut, tel que :  $F_1 = f(Y, j, \theta)$ .

L'analyse des mesures théorique des canaux prismatique (rectangulaire, trapézoïdal, triangulaire) montre que le rapport des hauteurs conjuguées augmente avec l'augmentation de pente du fond du canal, pour une gamme de Froude varie entre [2-14]

L'analyse des mesures théorique du canal trapézoïdal montre que les rapports des hauteurs conjuguées 'Y' augmente avec l'augmentation de la largeur 'b', et avec l'augmentation de l'angle du talus  $\theta^\circ$ .

La comparaison entre ces trois canalisation montre que ; le canal triangulaire donne une meilleure hauteur conjuguée Y par rapport au canal trapézoïdal, Puis le canal rectangulaire. Quelque soit la pente du canal et pour un nombre de Froude varie entre [2 – 14].

le canal trapézoïdal donne une meilleure hauteur conjuguée Y par rapport au canal rectangulaire. Pour une largeur du canal  $b = [0, 3 - 0, 7 \text{ m}]$  avec un nombre de Froude 'F1' entre [2 – 14].

le canal triangulaire donne une meilleure hauteur conjuguée Y par rapport au canal trapézoïdal. Pour une l'angle du talus canal varie entre  $[15^\circ - 75^\circ]$ , et un nombre de Froude 'F1' entre [2 – 14].

Et en fin la section avantageuse du canal rectangulaire est plus grande que celle du canal trapézoïdal, et puis viens la section avantageuse du canal triangulaire.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ✓ [1] KATEB S.<sup>(1)</sup>, DEBABECHE M.<sup>(2)</sup>, RIGHET.F.<sup>(3)</sup>: ETUDE EXPERIMENTALE DES RESSAUTS HYDRAULIQUES CONTROLE PAR SEUIL A PENTE VARIABLE DANS UN CANAL TRAPEZOÏDAL
- ✓ [2] *Hachemi rachedi, L.*, (2006). Analyse d'un écoulement au travers d'une contraction latérale, mémoire de magistère en science hydrauliques, Département d'hydraulique, Université de Biskra, Algérie.
- ✓ [3] OUASSAF Sana : ÉTUDE DU RESSAUT HYDRAULIQUE CONTRÔLÉ EVOLUANT DANS UN CANAL TRAPEZOÏDAL À PENTE NÉGATIVE (Université Mohamed Khider – Biskra 2015)
- ✓ [4] S. Kateb, M. Debabeche et A. Benmalek Etude expérimentale de l'effet de la marche positive sur le ressaut hydraulique évoluant dans un canal trapézoïdal . (*Canadian Journal of Civil Engineering*)
- ✓ [5] *Hachemi Rachedi, L.*, (2005), Analyse d'un écoulement au travers d'une contraction latérale, Mémoire de magister en hydraulique, Département d'hydraulique, Université de Biskra. *Mc Corcodal*, 1994, *Journal of Hydraulic Research*, VOL. 32, 1994, NO.1; 119-130.
- ✓ [6] *Lakehal, M., Debabeche, M., Mansri, N.*, (2008). Effet de la marche positive sur le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire. *Larhyss journal* (Article accepté pour publication).
- ✓ [7] *Kateb S, M. Debabeche, A. Benmalek* (2013) Étude expérimentale de l'effet de la marche positive sur le ressaut hydraulique évoluant dans un canal trapézoïdal. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2013, 40(10): 1014-1018, 10.1139/cjce-2013-0359
- ✓ [8] KATEB SAMIR : ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE QUELQUES TYPES DE RESSAUTS HYDRAULIQUES DANS UN CANAL TRAPEZOÏDAL (Doctorat)
- ✓ [9] KATEB.S1, DEBABECHE M.2, GHOMRI. A. 3 : APPROACHE SEMI THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL TRIANGULAIRE A PAROIS RUGUEUSES (*International Journal for Environment& Global ClimateChange* )
- ✓ [10] Samir kateba, Mahmoud Debabeche b , Ferhat Riguet a,b,\*: Hydraulic jump in a sloped trapezoidal channel.
- ✓ [11] Mr ABDELAZIZ Redha : *Cours d'hydraulique générale* (Centre Universitaire de Bechar Année Universitaire 2005-2006)

- ✓ [12] **Achour, B.**, (1997) Dissipation d'énergie par ressaut, thèse d'état, Université de Tizi-Ouzou, Institut de Génie-Civil.
- ✓ [13] **Achour, B., Debabeche, M.**, (2003). Ressaut hydraulique contrôlé par seuil en canal triangulaire. Journal of Hydraulic Research 41(3), 319-325.
- ✓ [14] **Carlier, M.**, (1980). Hydraulique Générale et Appliquée 1er édition.
- ✓ [15] **Debabeche, M.**, (2003). Ressaut hydraulique dans les canaux prismatiques. Thèse de doctorat d'état, département d'hydraulique, Université de Biskra, Algérie.
- ✓ [16] **Debabeche, M., Achour, B.**, (2006). Effet du seuil sur le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire. Journal of Hydraulic Research (article accepté pour publication en 2007).
- ✓ [17] **Benmalek Ahmed.**, (2012), Etude du ressaut hydraulique contrôlé et forcé par marche positive évoluant dans un canal trapézoïdal, Mémoire de magister en hydraulique, Département d'hydraulique, Université de Biskra.
- ✓ [18] **Debabeche, M., Achour, B.**, (1996). Ressaut hydraulique contrôlé par seuil dans un canal triangulaire, 1<sup>er</sup> 165 Sèminaire Maghrèbin sur l'eau, Université de Tizi-Ouzou.

## Résumé:

Ce présent mémoire a pour objectif d'étudier, d'un point de vue théorique et analytique, le ressaut hydraulique, dans des canaux trapézoïdal, rectangulaire et triangulaire, de forme horizontale et incliné. Des relations fonctionnelle a été établie par application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections amont et aval du ressaut, liant les différentes caractéristiques du ressaut, faisant apparaître l'influence de la pente du canal, l'influence de la largeur 'b' du fond du canal et l'angle du talus . a fin d'obtenir une meilleurs section optimal.

## Abstract:

The aim of this thesis is to study, from the theoretical and analytical point of view, the hydraulic jump, in the trapezoidal, rectangular, triangular, channels of horizontal and oblique position. A functional relationship was created by applying the equation of the amount of movement between the upstream and downstream sections of the hydraulic jump, which linked the different characteristics of the jump, showing the effect of the slope of the channel, the effect of width 'b' on the bottom of the channel and the angle of the slope. And get the best clip perfect for the channel

				:
وظيفية	الهيدروليكية	النظرية والتحليلية	وجهة	تهدف هذه
	.	المثلية	والمستطيلة	كالقنوات الشبه
يربط	القفزة الهيدروليكية وهو		بين	تطبيق
' '	وزاوية	'b'	وتأثير	اضهار تأثير