

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur Et de La Recherche
Scientifique



Université de Ghardaïa

N° d'ordre :
N° de série :

Faculté des Sciences et Technologie
Département des Sciences et Technologie

Projet de fin d'étude présenté en vue de l'obtention du diplôme de

LICENCE

Domaine : Science et Technologie

Filière : Génie électrique

Spécialité : Maintenance en instrumentation industrielle

THEME:

**COMMANDE DES SYSTEMES NON LINEAIRES
PAR « BACKSTEPPING »**

PAR :

BALLA Rostom

AHMANI Slimane albarouni

Jury:

M^F: A. Herizi

Maitre Assistant A Univ.Ghardaïa

Encadreur

M^F:.....

Maitre Assistant A Univ.Ghardaïa

Examineur

ANNEE UNIVERSITAIRE: 2013/2014

REMERCIEMENTS

A l'issue de cette fin de travail nous adressons nos remerciements premièrement à dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'il nous a donnée durant toutes ces longues années d'études.

Nos remerciements s'adressent à notre promoteur M^rHerizi Abdelghafour pour la confiance qu'elle nous a faite en nous proposant ce sujet. Qu'elle soit remerciée pour avoir dirigé nos travaux, pour la documentation qu'elle a mis à notre disposition et ses expériences qui nous ont permis de mener ce projet de fin d'étude.

Nos remerciements s'étendent également à tous nos enseignants durant les années des études.

A nos familles et nos amis qui par leurs encouragements, on a pu surmonter tous les obstacles.

Comme je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé durant la réalisation de ce mémoire.



SOMMAIRE

SOMMAIRE

NOTATION ET SYMBOLES

INTRODUCTION GENERALE

1

Généralités

2

Problématique

2

Organisation du mémoire

2

1^{ER} CHAPITRE

DEVELOPPEMENT THEORIQUE DE LA METHODE DU BACKSTEPPING

I.1 INTRODUCTION

5

I.2 NOTION DES SYSTEMES LINEAIRES ET NON LINEAIRES

5

I.2.1 Systèmes linéaires

5

I.2.1.1 Correcteur type PI

6

I.2.1.2 Correcteur type PD

6

I.2.1.3 Correcteur type PID

6

I.2.2 Systèmes non linéaires

7

I.2.2.1 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

7

I.2.2.2 Linéarisation par retour d'état

7

I.3 COMMANDE PAR BACKSTEPPING

7

I.4 COMMANDE PAR BACKSTEPPING NON ADAPTATIVE

9

I.4.1 Système du second ordre simplifié

9

I.4.1.1 Principe du contrôle par backstepping

9

I.4.1.2 Résultats de simulation

11

I.4.2 Système du second ordre généralisé

15

I.4.2.1 Principe

15

I.4.2.2 Résultats de simulation

16

I.5	COMMANDE PAR BACKSTEPPING ADAPTATIVE	19
I.5.1	Résultats de simulation	22
I.6	GENERALISATION	24
I.7	CONCLUSION	28

2^{EME} CHAPITRE

COMMANDE ADAPTATIVE PAR BACKSTEPPING AVEC OBSERVATEUR

II.1	INTRODUCTION	30
II.2	CONCEPTS D'ESTIMATEUR ET D'OBSERVATEUR	30
II.2.1	Estimateur	30
II.2.2	Observateur	31
II.2.2.1	Observateur déterministe	31
II.2.2.2	Observateur de luenberger	31
II.2.2.3	Filtre de kalman	32
II.2.2.4	Observateur à structure variable (mode glissant)	32
II.3	COMMANDE PAR BACKSTEPPING AVEC OBSERVATEUR	32
II.3.1	Observateur	35
II.3.2	Transformation de coordonnées	36
II.4	RESULTATS DE SIMULATION	41
II.5	CONCLUSION	44
	CONCLUSION GENERALE	45
	BIBLIOGRAPHIE	47

NOTATIONS ET SYMBOLES

MAS	Machine Asynchrone.
PI	Correcteur proportionnel- intégrateur.
PD	Correcteur proportionnel- dérivateur.
PID	Correcteur proportionnel- intégrateur- dérivateur.
k_p	Gain du correcteur.
τ_1, τ_2	Constantes de temps $\frac{K_p}{K_i}, \frac{K_d}{K_p}$.
θ	Vecteur paramétrique.
$\varphi(x)$	Vecteur de fonction non linéaire.
$\hat{\quad}$	Symbole pour une quantité estimée.
\sim	Symbole pour la différence entre la valeur mesurée et la valeur estimée.
ζ, λ et ν	Filtres

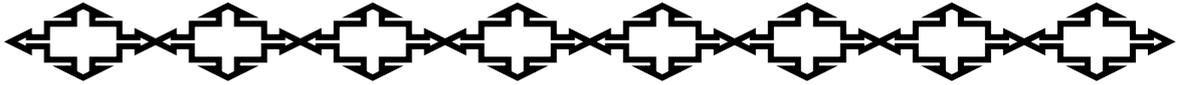
TABLEAU POUR LES FIGURES
DE CHAPITRE I

FIGURE	TITRE	PAGE
I-1	Principe de linéarisation autour d'un point de fonctionnement .	7
I-2	Schéma bloc d'un système sous forme triangulaire d'ordre n .	8
I-3	Schéma de principe de la commande non adaptative .	9
I-4	Schéma de principe du contrôle par backstepping .	11
I-5	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre par une référence constante.	12
I-6	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre ($y_r = \sin(10t)$).	13
I-7	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec une variation paramétrique.	14
I-8	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec une variation paramétrique θ et $y_r = \sin(10t)$.	15
I-9	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$.	17
I-10	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$ et $y_r = \sin(10t)$.	17
I-11	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec variation paramétrique et $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$.	18
I-12	Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec variation paramétrique,	19

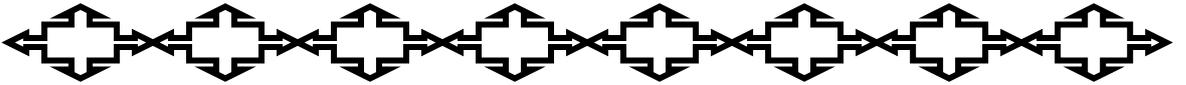
	$\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$ et $y_r = \sin(10t)$.	
I-13	Schéma de principe de la commande par backstepping adaptative	20
I-14	Commande adaptative du système bouclé	22
I-15	Commande adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) = 0$.	23
I-16	Commande adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$ et $y_r = \sin(10t)$.	24

TABLEAU POUR LES FIGURES
DE CHAPITRE II

FIGURE	TITRE	PAGE
II-1	Principe d'un estimateur.	30
II-2	Principe d'un observateur.	31
II-3	Schéma de principe de la commande par backstepping non adaptative avec observateur .	32
II-4	Schéma de principe de la commande par backstepping adaptative avec observateur.	33
II-5	Commande adaptative par backstepping avec observateur d'un système non linéaire du second ordre.	43
II-6	Commande adaptative par backstepping avec observateur d'un système non linéaire du second ordre avec la consigne $y_r = \sin(10t)$	44



INTRODUCTION GENERALE



Généralités :

La commande des systèmes non linéaires a connu un grand intérêt à la fin des années 80, avec la première version de la linéarisation entrée-sortie. Plus tard, M. Krstić, et P. V. Kokotović [1], [2], ont introduit des méthodes utilisant des changements de variables récursifs appelés « **backstepping** », sur des classes de systèmes triangulaires non linéaires paramétrés. De façon générale, les lois de commandes proposées, satisfont de bonnes propriétés de robustesse et d'atténuation de perturbations, mais ne s'appliquent qu'à des classes restreintes de systèmes et n'utilisent que des contrôleurs statiques. En introduisant un changement de variables dynamique et en utilisant une fonction de Lyapunov, des contrôleurs et des lois d'adaptation simples ont été obtenues pour des classes plus générales de systèmes non linéaires en 1980 [3].

Problématique :

Les centres d'intérêt du projet s'articulent autour des systèmes non linéaires, l'accent étant mis sur l'étude des systèmes qui paraissent significatifs du point de vue des applications concrètes. Plus particulièrement, le projet étudie les problèmes liés à la stabilisation des systèmes. Durant les transitions des paramètres du système non linéaire, l'état peut diverger vers l'infini durant un temps fini. Pour cette raison, la commande adaptative non linéaire et l'introduction des observateurs, adoptés dans ce projet, vont résoudre le problème de stabilité. Par conséquent, stabiliser un système autour d'un point d'équilibre consiste à trouver un feedback (statique ou dynamique) qui rend l'équilibre asymptotiquement stable, d'où l'intérêt de l'introduction du **backstepping**.

La technique du **Backstepping** est une méthode de commande relativement récente des systèmes non linéaires. Elle permet, de manière séquentielle et systématique, par le choix d'une fonction de Lyapunov, de déterminer la loi de commande du système. Son principe est d'établir d'une manière constructive la loi de commande du système non linéaire en considérant quelques variables d'état comme étant des commandes virtuelles et leurs concevoir des lois de commande intermédiaires [4].

Organisation du mémoire :

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

Le chapitre un est consacré aux rappels des systèmes linéaires et non linéaires ainsi que les différents correcteurs qui peuvent stabiliser les systèmes. Par la suite, une étude théorique développée de la technique du backstepping va nous permettre d'avoir une connaissance de base avec quelques applications. Deux méthodes seront traitées, la

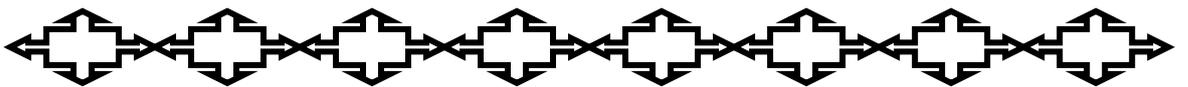
commande non adaptative et adaptative par backstepping. Enfin, un algorithme de base, constituant le résumé global de ce chapitre sera donné.

Dans le deuxième chapitre, sera présenté le sujet d'une étude détaillée de la technique backstepping avec l'observateur qui présente une partie complémentaire (le cas général) du développement précédent.

Enfin, quelques remarques et perspectives seront données dans la conclusion.



INTRODUCTION GENERALE



Généralités :

La commande des systèmes non linéaires a connu un grand intérêt à la fin des années 80, avec la première version de la linéarisation entrée-sortie. Plus tard, M. Krstić, et P. V. Kokotović [1], [2], ont introduit des méthodes utilisant des changements de variables récursifs appelés « **backstepping** », sur des classes de systèmes triangulaires non linéaires paramétrés. De façon générale, les lois de commandes proposées, satisfont de bonnes propriétés de robustesse et d'atténuation de perturbations, mais ne s'appliquent qu'à des classes restreintes de systèmes et n'utilisent que des contrôleurs statiques. En introduisant un changement de variables dynamique et en utilisant une fonction de Lyapunov, des contrôleurs et des lois d'adaptation simples ont été obtenues pour des classes plus générales de systèmes non linéaires en 1980 [3].

Problématique :

Les centres d'intérêt du projet s'articulent autour des systèmes non linéaires, l'accent étant mis sur l'étude des systèmes qui paraissent significatifs du point de vue des applications concrètes. Plus particulièrement, le projet étudie les problèmes liés à la stabilisation des systèmes. Durant les transitions des paramètres du système non linéaire, l'état peut diverger vers l'infini durant un temps fini. Pour cette raison, la commande adaptative non linéaire et l'introduction des observateurs, adoptés dans ce projet, vont résoudre le problème de stabilité. Par conséquent, stabiliser un système autour d'un point d'équilibre consiste à trouver un feedback (statique ou dynamique) qui rend l'équilibre asymptotiquement stable, d'où l'intérêt de l'introduction du **backstepping**.

La technique du **Backstepping** est une méthode de commande relativement récente des systèmes non linéaires. Elle permet, de manière séquentielle et systématique, par le choix d'une fonction de Lyapunov, de déterminer la loi de commande du système. Son principe est d'établir d'une manière constructive la loi de commande du système non linéaire en considérant quelques variables d'état comme étant des commandes virtuelles et leurs concevoir des lois de commande intermédiaires [4].

Organisation du mémoire :

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

Le chapitre un est consacré aux rappels des systèmes linéaires et non linéaires ainsi que les différents correcteurs qui peuvent stabiliser les systèmes. Par la suite, une étude théorique développée de la technique du backstepping va nous permettre d'avoir une connaissance de base avec quelques applications. Deux méthodes seront traitées, la

commande non adaptative et adaptative par backstepping. Enfin, un algorithme de base, constituant le résumé global de ce chapitre sera donné.

Dans le deuxième chapitre, sera présenté le sujet d'une étude détaillée de la technique backstepping avec l'observateur qui présente une partie complémentaire (le cas général) du développement précédent.

Enfin, quelques remarques et perspectives seront données dans la conclusion.

1^{ER} CHAPITRE

DEVELOPPEMENT THEORIQUE DE LA METHODE DU BACKSTEPPING

contenu

I.1 INTRODUCTION

I.2 NOTION DES SYSTEMES LINEAIRES ET NON LINEAIRES

I.2.1 Systèmes linéaires

I.2.1.1 Correcteur type PI

I.2.1.2 Correcteur type PD

I.2.1.3 Correcteur type PID

I.2.2 Systèmes non linéaires

I.2.2.1 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

I.2.2.2 Linéarisation par retour d'état

I.3 COMMANDE PAR BACKSTEPPING

I.4 COMMANDE PAR BACKSTEPPING NON ADAPTATIVE

I.4.1 Système du second ordre simplifié

I.4.1.1 Principe du contrôle par backstepping

I.4.1.2 Résultats de simulation

I.4.2 Système du second ordre généralisé

I.4.2.1 Principe

I.4.2.2 Résultats de simulation

I.5 COMMANDE PAR BACKSTEPPING ADAPTATIVE

I.5.1 Résultats de simulation

I.6 GENERALISATION

I.7 CONCLUSION

I.1 INTRODUCTION

L'instabilité des systèmes linéaires et non linéaires est un problème plus gênant, durant les transitions des paramètres, les états peuvent diverger. Les lois de commandes classiques par PI et PID par exemples, quoique encore très utilisées, peuvent s'avérer insuffisantes ou peu adaptées, voire impossible à mettre en œuvre pour certaines applications industrielles. On élabore alors les lois de commande par retour d'état.

Dans ce contexte, on proposera l'utilisation de la technique du backstepping qui est une approche très récente pour la commande des systèmes non linéaires. Cette méthode de commande est récursive et représentant un outil bien connu pour l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques à base de la théorie de Lyapunov (voire l'annexe [A]).

Avant d'exposer la technique par backstepping, on donnera des notions de systèmes linéaires et non linéaires ainsi que les différents correcteurs pouvant stabiliser ces systèmes. Par la suite, une étude théorique développée du backstepping va nous permettre d'avoir une connaissance de base avec quelques applications. Le problème des variations paramétriques exposées dans la majorité des systèmes industriels, sera traité et compensé par une commande adaptative par backstepping. Enfin, un algorithme de base, constituant le résumé global de ce chapitre sera présenté.

I.2 NOTION DE SYSTEMES LINEAIRES ET NON LINEAIRES

I.2.1 Systèmes linéaires

Un système physique est linéaire si la relation entre les grandeurs d'entrée et la ou les grandeurs de sortie est une équation différentielle linéaire à coefficients constants, là où on peut appliquer le théorème de superposition.

Les systèmes linéaires peuvent présenter des défauts, tel que une précision insuffisante, une mauvaise stabilité, un temps de réponse trop lent, ou un dépassement trop important. Il est donc souvent nécessaire d'intégrer dans le système linéaire à asservir un bloc correcteur [5], [6], dont l'objectif est :

- Améliorer les caractéristiques de précision, de stabilité et de rapidité du système.
- Rendre le système stable qui ne l'était pas.
- Augmenter le degré de stabilité du système.

I.2.1.1 Correcteur type PI

L'association de l'action proportionnelle et l'action intégrale nous donne le correcteur proportionnel intégrateur PI dont la fonction de transfert est donnée par :

$$H(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_1 p} \right) \quad (\text{I.1})$$

Avec :

$$\tau_1 = \frac{k_p}{k_i} : \text{Constante de temps.}$$

$$k_p : \text{Gain de correcteur.}$$

I.2.1.2 Correcteur type PD

Il représente l'association de deux actions, l'action proportionnelle et l'action dérivateur, sa fonction de transfert est donnée par :

$$H(p) = K_p + K_d p = K_p (1 + \tau_2 p) \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$$k_p : \text{Gain du correcteur.}$$

$$\tau_2 = \frac{k_d}{k_p} : \text{Constante de temps.}$$

I.2.1.3 Correcteur type PID

Le correcteur PID permet d'améliorer à la fois la précision, la stabilité et la rapidité. Sa fonction de transfert est donnée par :

$$H(p) = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p = K_p \left[1 + \frac{1}{\tau_1 p} + \tau_2 p \right] \quad (\text{I.3})$$

Avec:

$$k_p : \text{Gain du correcteur.}$$

$$\tau_1 = \frac{k_p}{k_i} \text{ et } \tau_2 = \frac{k_d}{k_p} : \text{constants de temps.}$$

I.2.2 Systèmes non linéaires

Les systèmes non linéaires, par opposition aux systèmes linéaires, sont les systèmes physiques qui sont régis par des équations différentielles à coefficients variables. Autrement dit, le principe de superposition ne s'applique pas. L'application des techniques classiques de commandes linéaires connues aux systèmes non linéaires nécessite la linéarisation de ces derniers.

I.2.2.1 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

Un système non linéaire peut être représenté mathématiquement par une relation $y=f(x)$ donnée par exemple dans la figure (I.1). La linéarisation de ce modèle mathématique autour d'un point de fonctionnement ou point d'opération [6] est réalisé en considérant un ensemble de tangentes à ces points (x_0) caractérisé par un ensemble d'intervalles $[x_{i-1} \quad x_{i+1}]$.

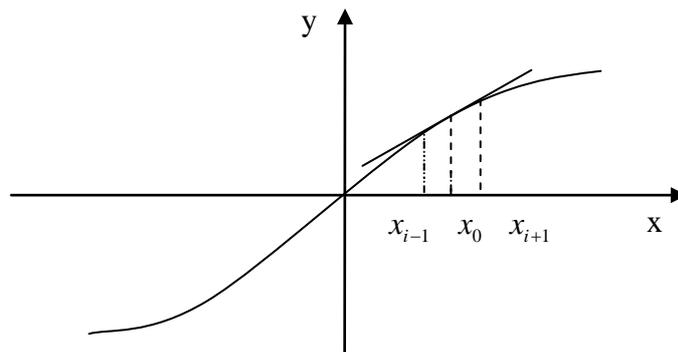


Figure (I.1) : Principe de linéarisation autour d'un point de fonctionnement

I.2.2.2 Linéarisation par retour d'état

Cette méthode est basée sur la théorie de la géométrie différentielle pour la commande des systèmes non linéaires. Elle consiste à trouver un état et à transformer partiellement ou complètement les systèmes dynamiques non linéaires en systèmes dynamiques linéaires d'une manière algébrique. Par conséquent cette nouvelle approche permet l'utilisation des techniques classiques de commande linéaire [7].

I.3 COMMANDE PAR BACKSTEPPING

La technique du backstepping est une approche relativement récente de commande des systèmes non linéaires [8]. C'est une technique permettant de manière séquentielle et systématique de construire une fonction de Lyapunov stabilisante.

L'idée principale du backstepping, est de concevoir d'une manière constructive une loi de commande pour le système non linéaire en considérant quelques variables d'états comme étant des commandes virtuelles, et leurs concevoir des lois de commandes intermédiaires [8], [9].

Comme la majorité des méthodes de commande étudiées, l'application de la technique du backstepping est limitée à certaines classes de systèmes. Les systèmes dans ce cas doivent être sous forme triangulaire.

La forme générale du système à analyser est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n(x)^T \cdot \theta
 \end{aligned}
 \tag{I.4}$$

Le schéma bloc représentent un tel système non linéaire d'ordre n avec $\beta(x) = 1$ est donné par la figure (I.2).

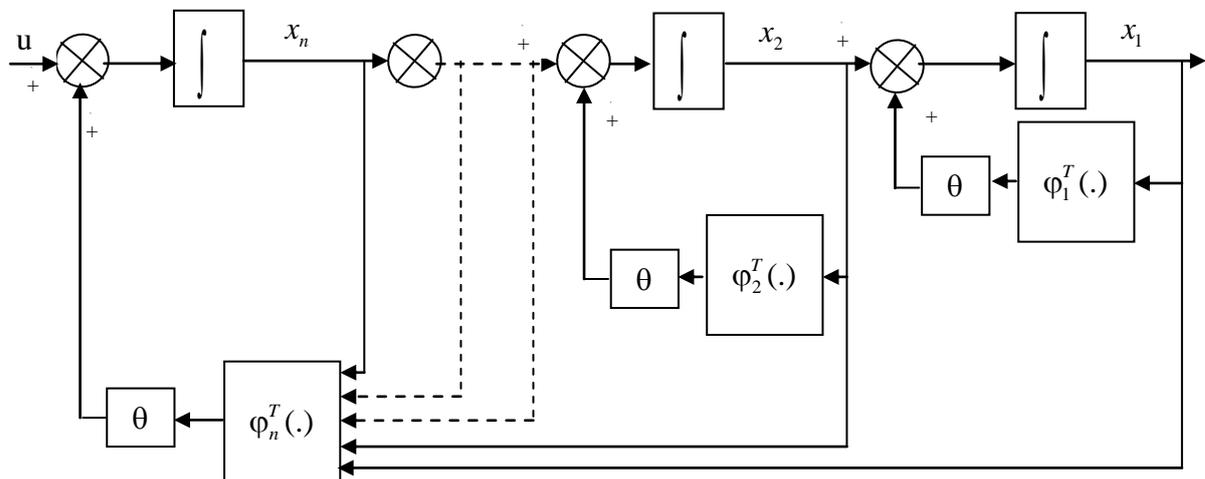


Figure (I.2) : Schéma bloc d'un système sous forme triangulaire d'ordre n

Les variations des paramètres non mesurables et inconnues d'un système donné affectent les performances de sa commande utilisant un régulateur à paramètres fixes. Ces variations sont provoquées par des perturbations paramétriques agissant sur le procédé, en plus des perturbations agissant sur les variables à réguler.

L'utilisation d'un système de commande adaptative permet la mesure d'un certain indice de performance du système de commande, et à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré, le mécanisme d'adaptation modifie les paramètres du régulateur ajustable ou les signaux de commande, afin de maintenir l'indice de performance du système dans le voisinage des valeurs désirées [10].

I.4 COMMANDE PAR BACKSTEPPING NON ADAPTATIVE

Dans cette première partie, on va développer un système de commande non adaptative représenté par la figure (I.3), en lui appliquant la technique du backstepping. L'objectif attendu est d'atteindre la convergence des erreurs vers zéro et de réaliser la stabilité et l'équilibre ($x_1 = y_r$) du système dont y_r est la valeur de référence désirée.

Considérons un système du second ordre

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \\ \dot{x}_2 &= \beta(x)u + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Tel que :

θ : Vecteur paramétrique connu.

$\varphi_2(x_1, x_2)$ et $\varphi(x_1)$ sont des vecteurs de fonctions non linéaires lisses ($\varphi(0) = 0$).

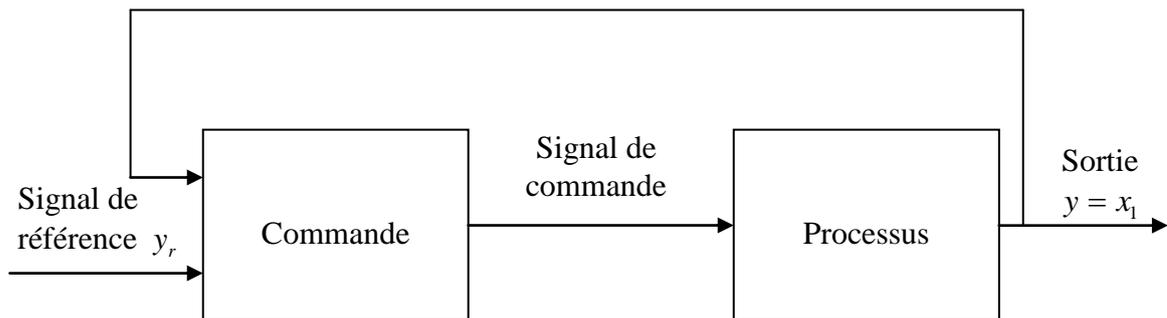


Figure (I.3): Schéma de principe de la commande non adaptative

I.4.1 Système du second ordre simplifié

I.4.1.1 Principe du contrôle par backstepping

Dans un premier temps, on considère le système non linéaire (I.5) avec les simplifications $\beta(x) = 1$ et $\varphi_2(x_1, x_2) = 0$.

La conception du backstepping est récursive. D'abord, on choisit l'état x_2 comme étant la commande virtuelle de l'état x_1 , ensuite on adopte la fonction stabilisante suivante:

$$\alpha_1(x_1) = -c_1(x_1 - y_r) - \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \quad (\text{I.6})$$

Avec c_1 gain > 0

Cette solution est conçue pour stabiliser l'équation (I.5), on définit alors les erreurs suivantes:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \alpha_1(x_1) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

Alors, le système complet (I.5) peut être formulé en utilisant les nouvelles coordonnées z_1 et z_2 :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -c_1 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta) - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

Pour le système d'équations (I.8), on va concevoir une loi de commande $u = \alpha_2(x_1, x_2)$ afin de rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov définie négative. Cet objectif peut être complété par une simple fonction de Lyapunov définie positive :

$$v = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{I.9})$$

La dérivée de (I.9) le long de la trajectoire donne :

$$\begin{aligned} \dot{v} &= z_1 \cdot \dot{z}_1 + z_2 \cdot \dot{z}_2 \\ \dot{v} &= -c_1 z_1^2 + z_2 \left[u + z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta) - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \right] \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

Pour garantir la condition de stabilité de Lyapunov ($\dot{v} < 0$), la commande u est choisie par :

$$u = \alpha_2(x_1, x_2) = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta) + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \quad (\text{I.11})$$

Avec c_2 gain > 0

Dans ces conditions la dérivée de v devient :

$$\dot{v} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0 \quad (\text{I.12})$$

Ce qui signifie que l'équilibre est atteint et le système est asymptotiquement stable. Le système des erreurs z en boucle fermée résultant est linéaire stable de la forme :

$$\dot{Z} = A.Z \quad (\text{I.13})$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 \\ -1 & c_2 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

La solution dans ce cas se traduit par :

$$Z = Z(0).exp(-A.t) \quad (\text{I.14})$$

L'équation (I.14) montre que les erreurs z convergent bien vers zéro. Le schéma bloc de la figure (I.4) présente la commande d'un système non linéaire dont le calcul de la commande u se fait par backstepping.

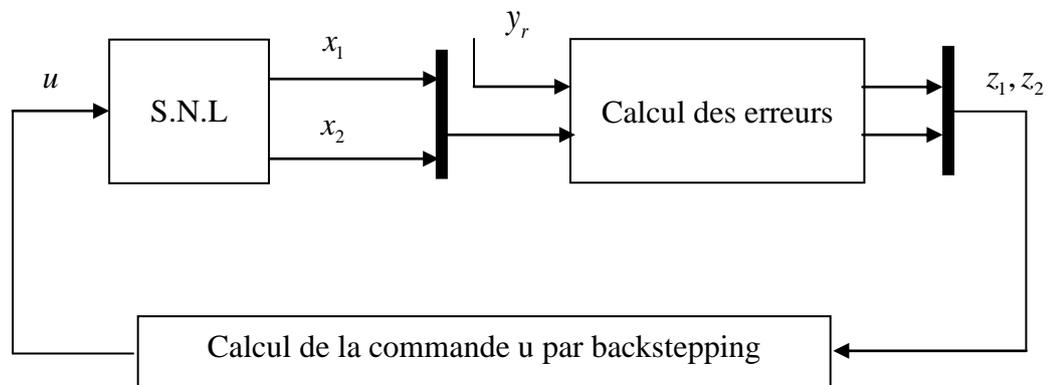


Figure (I.4) : Schéma de principe du contrôle par backstepping

I.4.1.2 Résultats de simulation

En première étape, nous intéressons à simuler numériquement le fonctionnement du système du second ordre étudié. Les coefficients définis positifs choisis sont $c_1 = 8$ et $c_2 = 7$, le système choisi est de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + [x_1^2 \quad 2x_1]^T \cdot \theta \\ \dot{x}_2 &= u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

Avec : $\theta = [6 \quad 4]^T$ et $x_1(0) = x_2(0) = 0$.

Pour caractériser les performances dynamiques du système réglé, il faut observer la réponse à un échelon. Cette réponse doit être identique à celle d'un second ordre.

Les résultats numériques du système dans un régime établi sont donnés par la figure(I.5). La réponse indicielle de la variable x_1 présente une erreur statique nulle. Il est clair que cette variable suit parfaitement la valeur de la consigne y_r ($y_r = 2$) avec un temps de réponse relativement faible (0.8s) sans dépassement.

Après établissement du régime permanent, les erreurs z_1 et z_2 deviennent à leur tour nulles, garantissant ainsi une bonne stabilité de système.

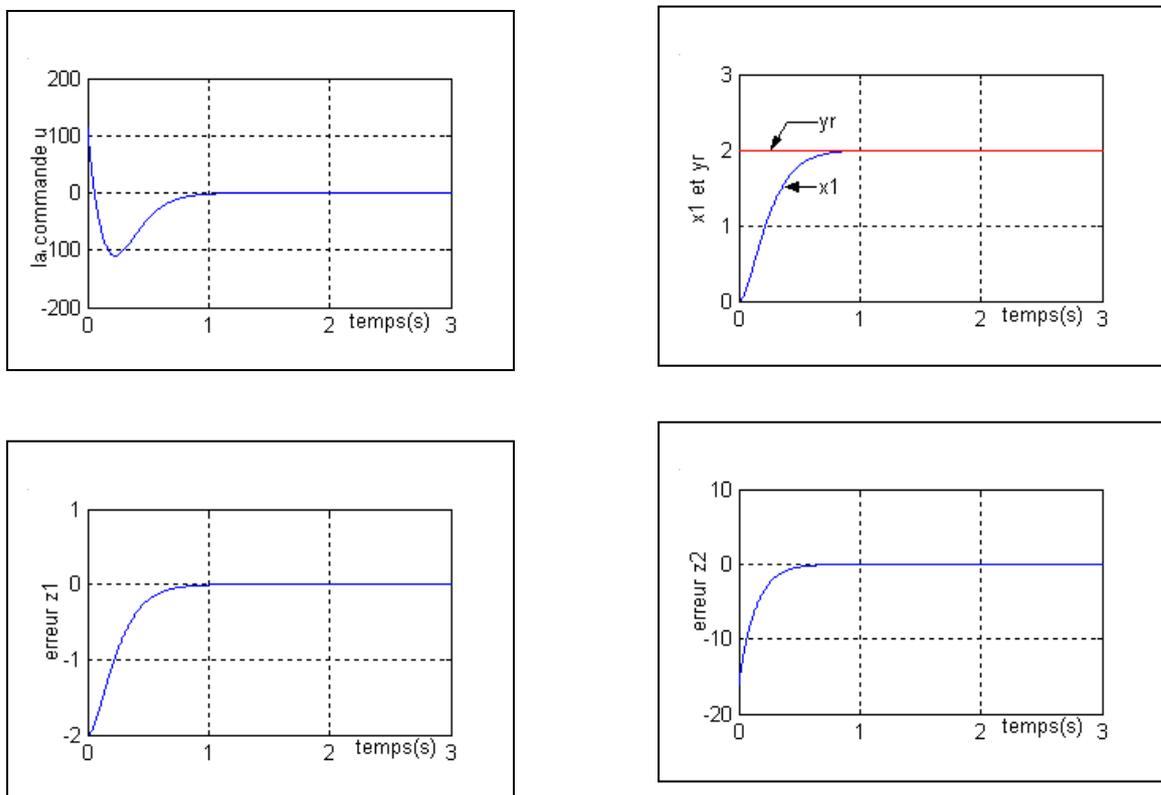


Figure (I.5) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre par une référence constante.

La figure (I.6) présente la réponse du système précédent pour une consigne sinusoïdale de valeur $y_r = \sin(10t)$ avec $c_1 = 12$ et $c_2 = 16$.

Les résultats obtenus présentent des erreurs z_1 et z_2 nulles. Il est clair que la variable x_1 suit parfaitement la valeur de la consigne y_r ($y_r = \sin(10t)$) avec un temps de réponse relativement faible.

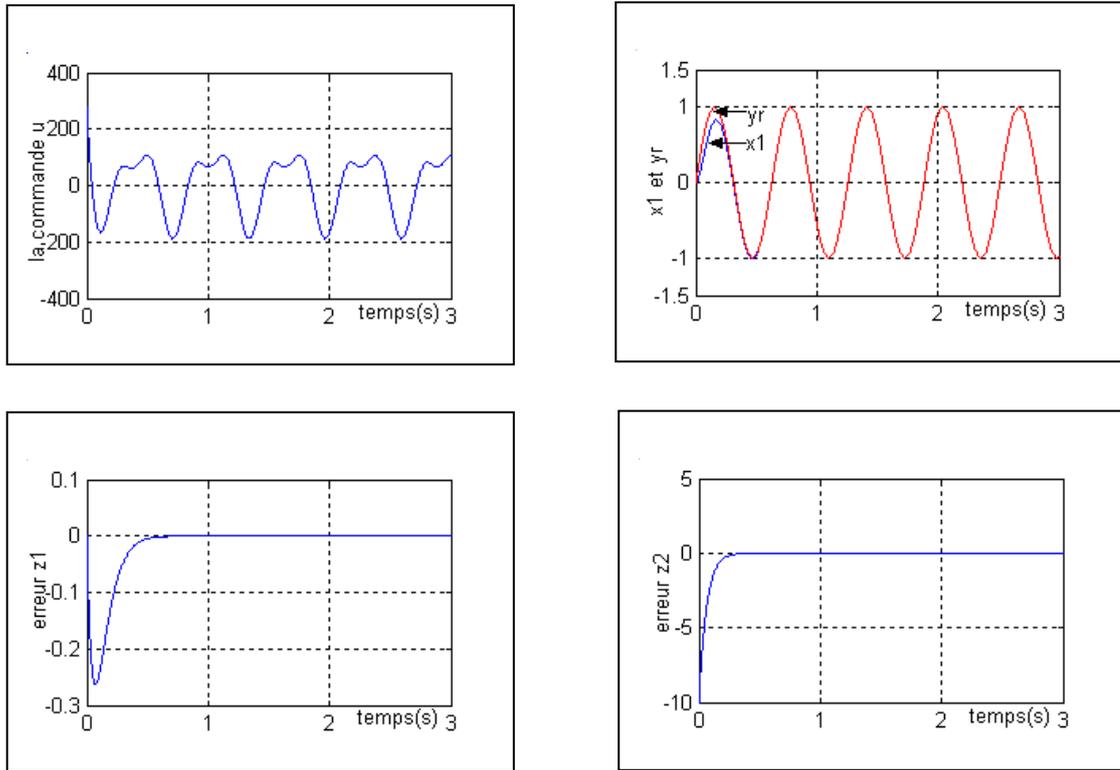
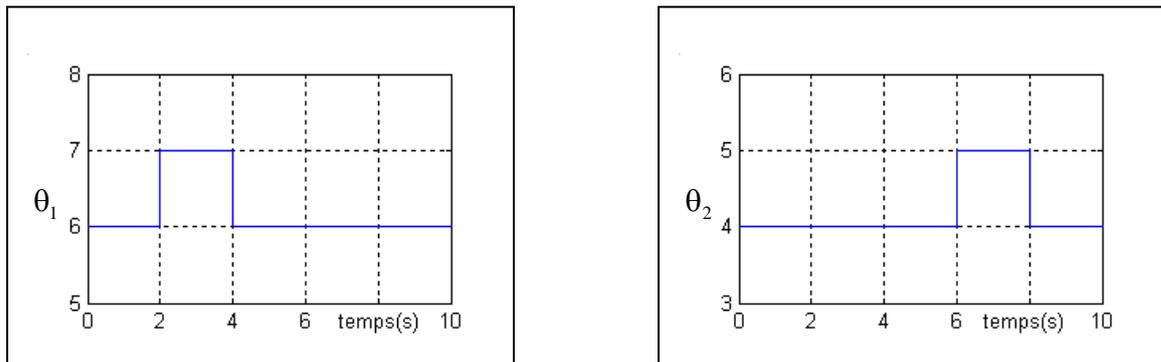


Figure (I.6) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre ($y_r = \sin(10t)$).

Afin de tester la robustesse du contrôle par backstepping contre les variations paramétriques, on a appliqué un changement sur le vecteur paramétrique θ (le changement de +16.67% par rapport à la valeur nominale). Pour une référence constante de $y_r = 2$, les résultats obtenus présentent des pics au moment de la variation du vecteur paramétrique sur la courbe de la commande u , les erreurs z_1 , z_2 et la sortie y , après ils se stabilisent à leur valeurs de références.



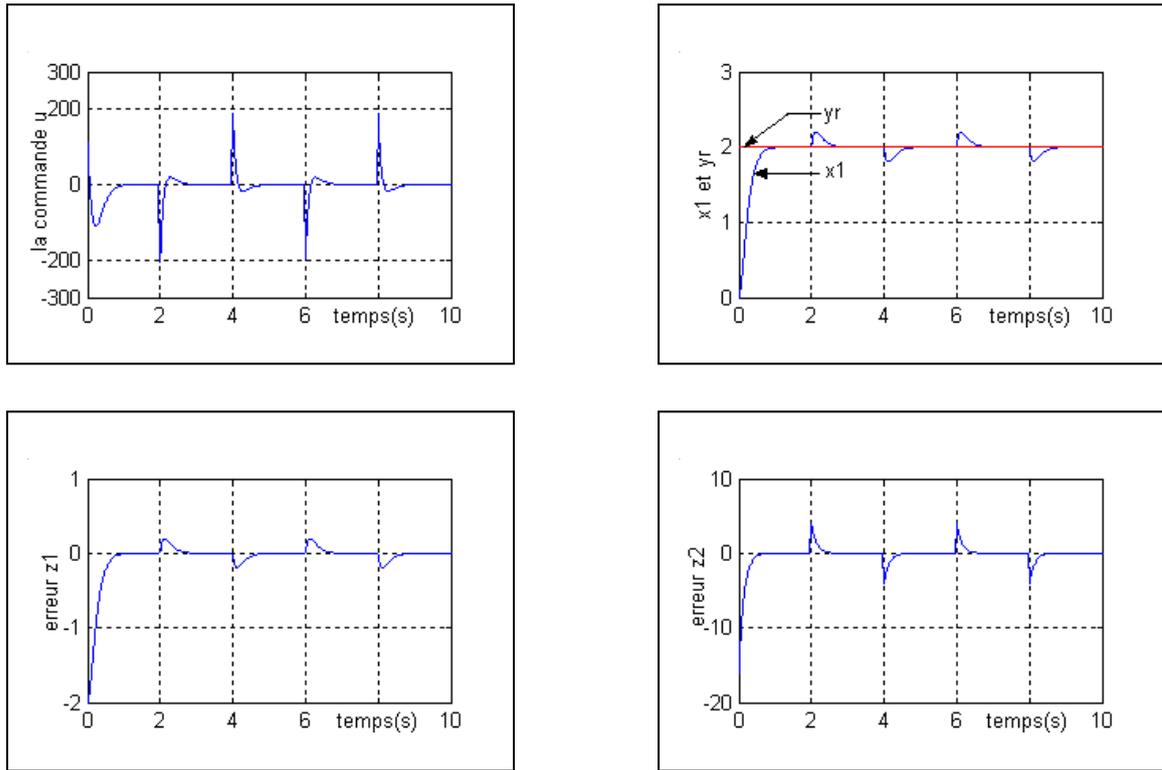
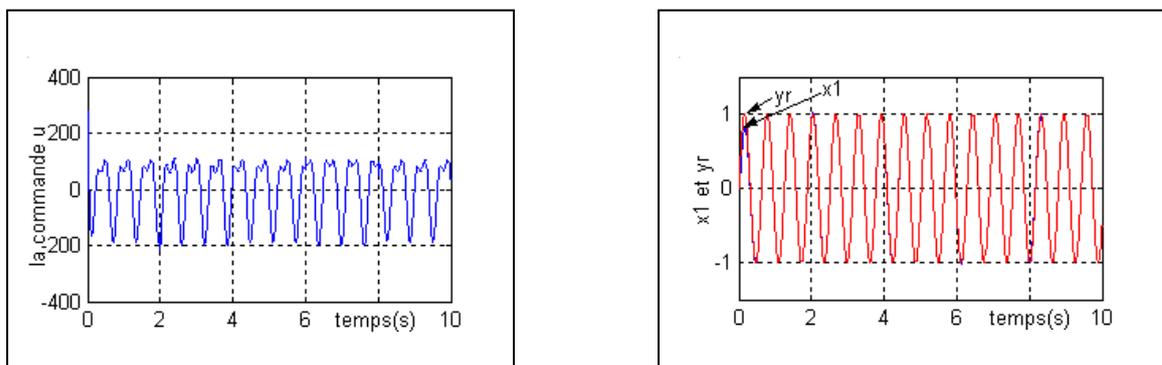


Figure (I.7) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec une variation paramétrique.

Le même test sera appliqué au système par référence sinusoïdale de valeur $y_r = \sin(10t)$.

Les résultats de simulation dans un régime établi sont donnés par la figure (I.8). Il est clair que cette variable suit parfaitement la valeur de la consigne $y_r = \sin(10t)$ avec des pics dans la zone de variation du vecteur paramétrique θ .

Pour diminuer bien l'influence du changement du vecteur paramétrique θ on a besoin d'adaptation ce vecteur.



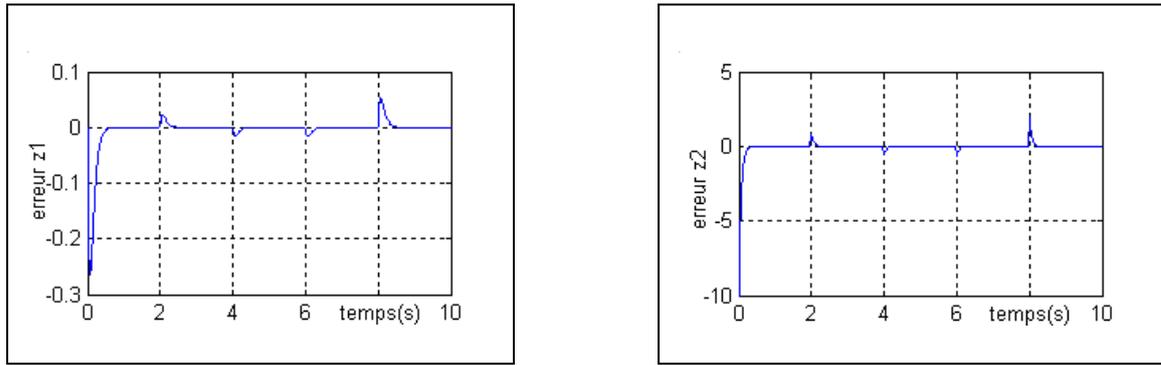


Figure (I.8) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec une variation paramétrique θ et $y_r = \sin(10t)$.

I.4.2 Système du second ordre généralisé

I.4.2.1 Principe

$\beta(x) = 1$ et $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$

Comme le 1^{er} cas on définit la fonction stabilisante comme suit :

$$\alpha_1(x_1) = -c_1(x_1 - y_r) - \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \quad (\text{I.15})$$

Avec c_1 gain > 0

Le changement de variable est décrit par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \alpha_1(x_1) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.16})$$

La dynamique des erreurs s'exprime par :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -c_1 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= \beta(x)u + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta) - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

La fonction de Lyapunov définie positive est choisie comme suit :

$$v = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{I.18})$$

La dérivée de (I.18) donne :

$$\begin{aligned} \dot{v} &= z_1 \cdot \dot{z}_1 + z_2 \cdot \dot{z}_2 \\ \dot{v} &= -c_1 z_1^2 + z_2 \cdot \left[\beta(x) \cdot u + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta + z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta) - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \right] \end{aligned} \quad (I.19)$$

Pour obtenir \dot{v} négative on choisie la commande u comme suit :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[-c_2 z_2 - z_1 - \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta) + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \right] \quad (I.20)$$

En remplaçant (I.20) dans (I.19) on obtient :

$$\dot{v} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2$$

I.4.2.2 Résultats de simulation

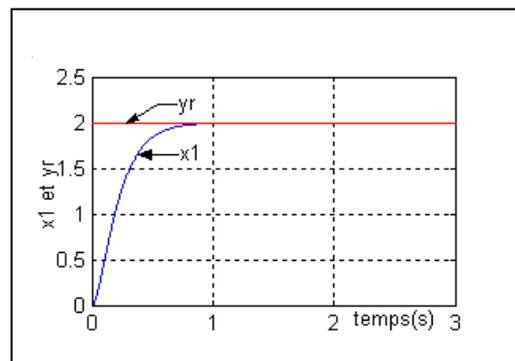
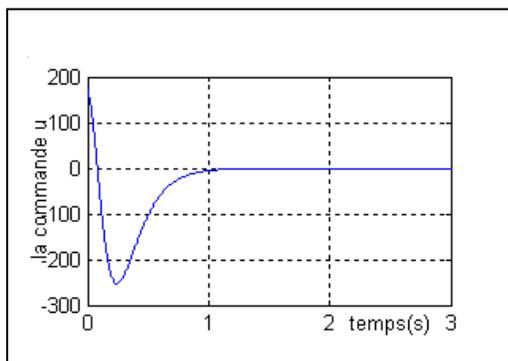
Dans ce cas, le système choisi est de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + [x_1^2 \quad 2x_1]^T \cdot \theta \\ \dot{x}_2 &= u + [2x_1 x_2 \quad -6x_2]^T \cdot \theta \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

Avec : $\theta = [6 \quad 4]^T$ et $x_1(0) = x_2(0) = 0$.

Les coefficients c_1 et c_2 choisis, sont donnés respectivement par 6 et 14. Pour caractériser les performances dynamiques du système réglé, on observe la réponse à un échelon, qui doit être identique à celle d'un second ordre.

Les résultats de simulation du système dans un régime établi sont donnés par la figure(I.9). La réponse indicielle de la variable x_1 présente une erreur statique nulle. Il est clair que cette variable suit parfaitement la valeur de la consigne y_r ($y_r = 2$) avec un temps de réponse faible (0.85s). Après établissement de régime permanent, les erreurs z_1 et z_2 deviennent nulles, ainsi le système présente une bonne stabilité.



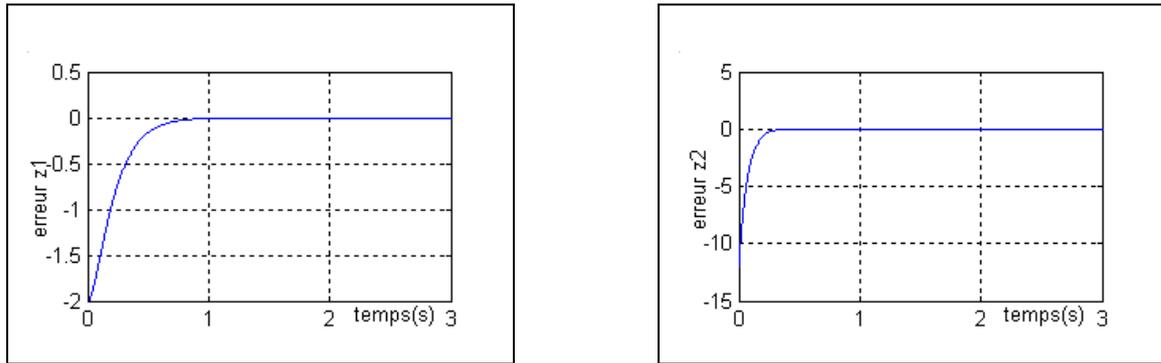


Figure (I.9) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$.

Le même test précédent sera appliqué au système par une référence sinusoïdale de valeur $y_r = \sin(10t)$ et de coefficients $c_1 = 14$ et $c_2 = 18$. En gardant les mêmes conditions initiales.

Il est clair d'après la figure (I.10) que x_1 suit parfaitement la valeur de la consigne y_r , présentant une bonne stabilité du système.

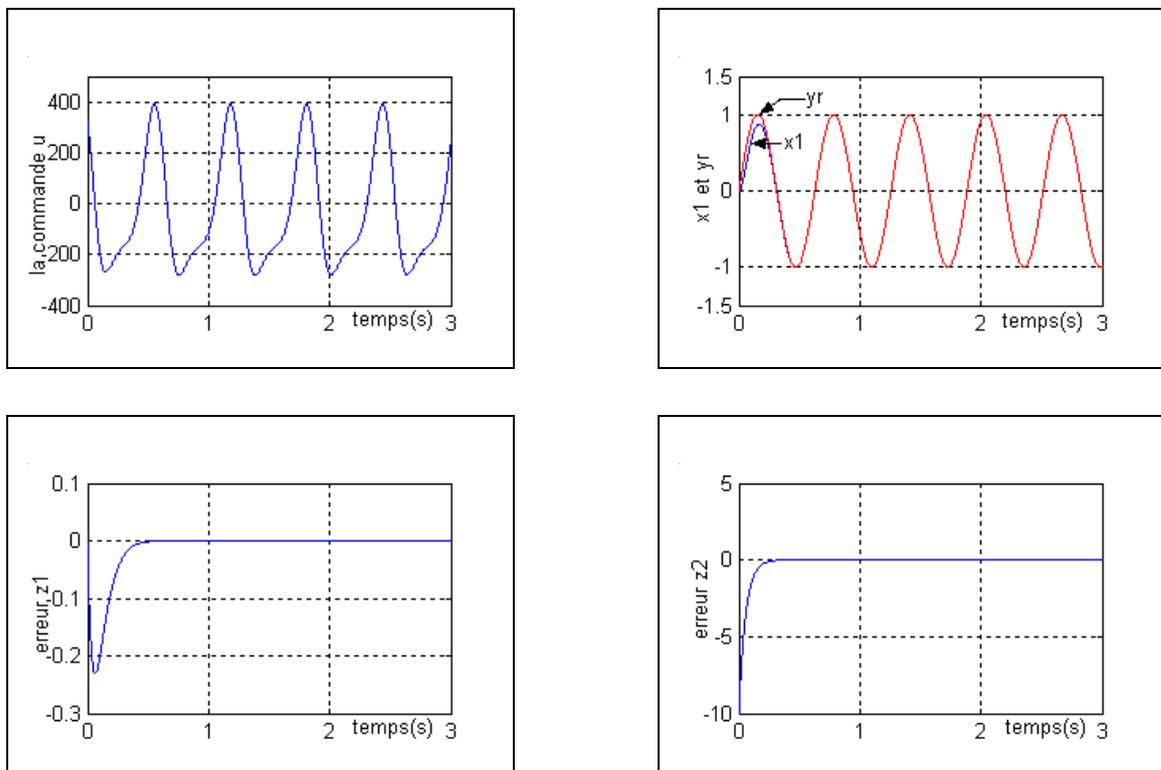


Figure (I.10) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$ et $y_r = \sin(10t)$.

Pour les mêmes conditions que précédemment, on va tester la commande du backstepping lors de la variation paramétrique.

Pour une référence constante, les résultats obtenus sont groupés dans la figure (I.11), on signale la présence des pics au moment de la variation sur les courbes de la commande u et les erreurs z_1 et z_2 . Alors que la poursuite et la stabilité du système sont toujours maintenues.

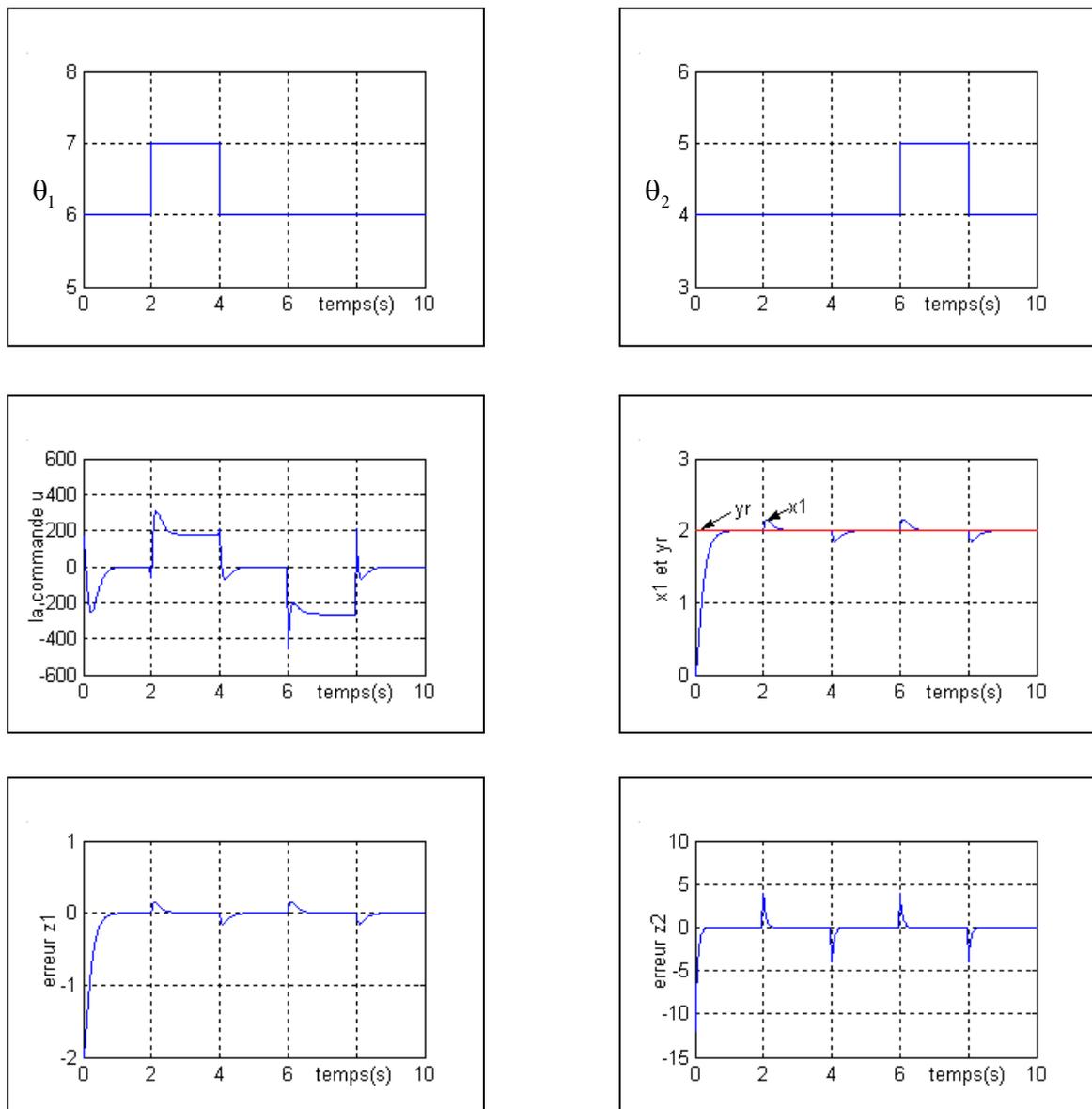


Figure (I.11) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec variation paramétrique et $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$.

Le même test est appliqué pour une référence sinusoïdale, les résultats correspondants sont regroupés dans la figure (I.12).

On peut signaler la variation de la commande u lors de la variation paramétrique pour maintenir une bonne poursuite de x_1 à la valeur de référence y_r avec des erreurs nulles.

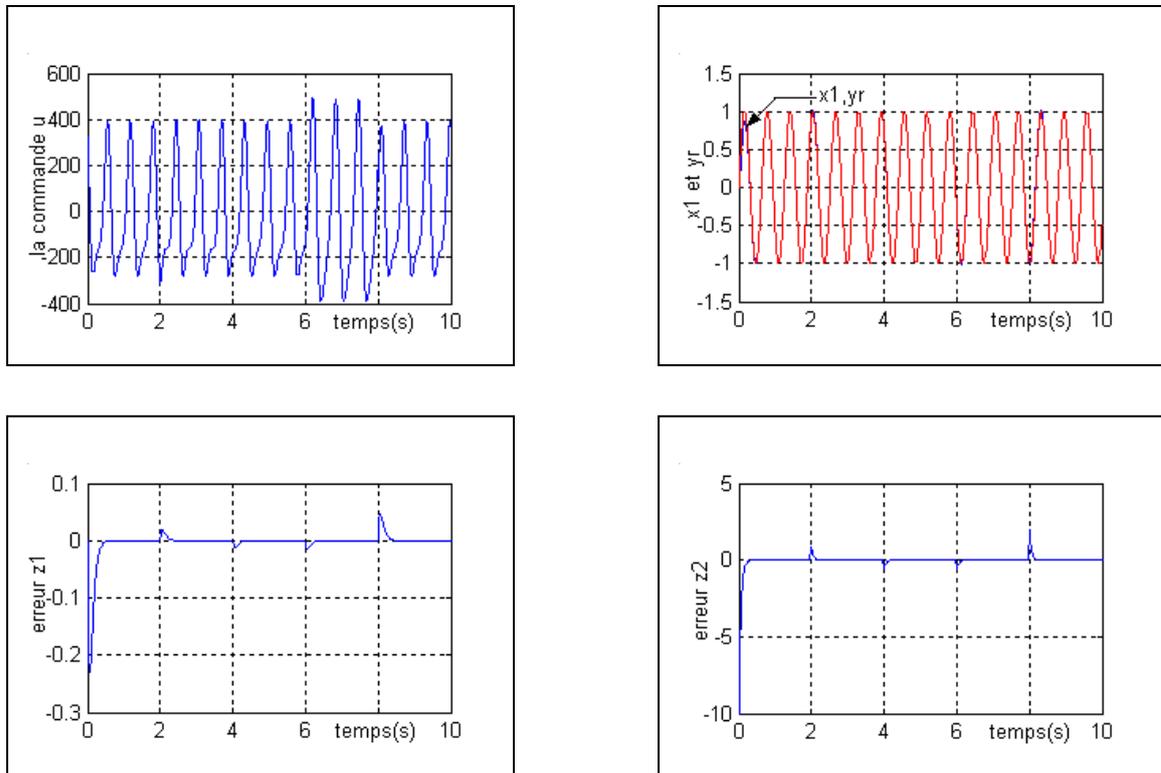


Figure (I.12) : Commande non adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec variation paramétrique, $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$ et $y_r = \sin(10t)$.

I.5 COMMANDE PAR BACKSTEPPING ADAPTATIVE

Les modèles réels des systèmes physiques ne sont pas linéaires et habituellement caractérisés par des paramètres (masses, inductances,.....) qui sont peu connus ou dépendent d'un petit changement d'environnement. Si ces paramètres varient dans un intervalle important, il serait mieux d'employer une loi d'adaptation pour estimer les paramètres du système [9].

La figure (I.13) représente la commande par backstepping adaptative des systèmes non linéaires.

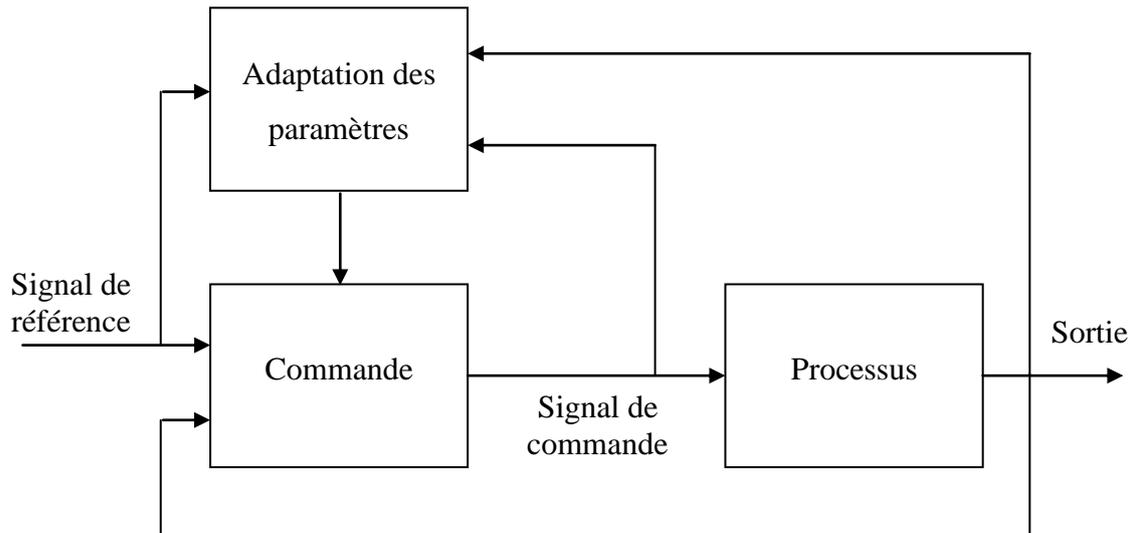


Figure (I.13) : Schéma de principe de la commande par backstepping adaptative

Puisque le vecteur paramétrique θ est inconnu, alors avec une augmentation du système de commande par la dynamique de l'estimateur $\hat{\theta}$, un algorithmique adaptatif du backstepping est utilisé pour atteindre une stabilité globale et asymptotique de l'erreur primaire du système en respectant les conditions suivantes :

- Le système est introduit selon la forme (I.4).
- Les fonctions non linéaires φ_i sont connues.
- La paramétrisation est linéaire.
- La fonction $\beta(x)$ satisfait la condition $\beta(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$.
- Chaque φ_i est suffisamment lisse.
- Le signal qui va être suivi y_r est continu.
- Tous les états sont mesurables.

Pour concevoir une commande adaptative dans cette partie, on reconsidère le système donné dans le paragraphe (I.4.1) avec $\beta(x) = 1$, $\varphi_2(x_1, x_2) = 0$ et on remplace le vecteur de paramètres réels θ par son estimation $\hat{\theta}$ dans la fonction de stabilisation (équations I.6 et I.7), ce qui donne :

$$\begin{aligned}
 z_1 &= x_1 - y_r \\
 z_2 &= x_2 - \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) - \dot{y}_r \\
 \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) &= -c_1 z_1 - \varphi_1^T \cdot \hat{\theta}
 \end{aligned} \tag{I.21}$$

Dans ce cas, la loi de commande va être renforcé par le terme $\vartheta_2(x_1, x_2, \hat{\theta})$ qui va compenser les transitions des paramètres estimés.

$$u = \alpha_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \hat{\theta}) + \vartheta_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \quad (\text{I.22})$$

Le système d'erreurs résultant est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + \alpha_1 + \varphi_1^T \cdot \theta = -c_1 z_1 + z_2 + \varphi_1^T \cdot \tilde{\theta} \\ \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \cdot \theta) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \\ &= -c_2 z_2 - z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \cdot \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \vartheta_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) \end{aligned} \quad (\text{I.23})$$

Avec : $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$

En tenant compte de l'équation (I.22), le terme compensateur est choisi comme suit :

$$\vartheta_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad (\text{I.24})$$

Si l'erreur $\tilde{\theta}$ est nulle, le système devient asymptotiquement linéaire et stable. Puisque ce n'est pas le cas, la tâche suivante consiste à choisir la loi de mise à jour $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2(x, \hat{\theta})$.

Considérons la fonction de Lyapunov :

$$v_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (\text{I.25})$$

Puisque $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$, la dérivée de v_2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{v}_2 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \begin{bmatrix} z_1 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1^T \\ -\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \end{bmatrix} \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \left(\Gamma \begin{bmatrix} \varphi_1 & -\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \dot{\hat{\theta}} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.26})$$

Pour éliminer l'erreur paramétrique $\tilde{\theta}$, il suffit de choisir la loi de mise à jour suivante :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2(x, \hat{\theta}) = \Gamma \begin{bmatrix} \varphi_1 & -\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.27})$$

Ce qui permet d'écrire les expressions suivantes :

erreurs z_1 et z_2 s'annulent en présentant une bonne convergence et une bonne stabilité du système.

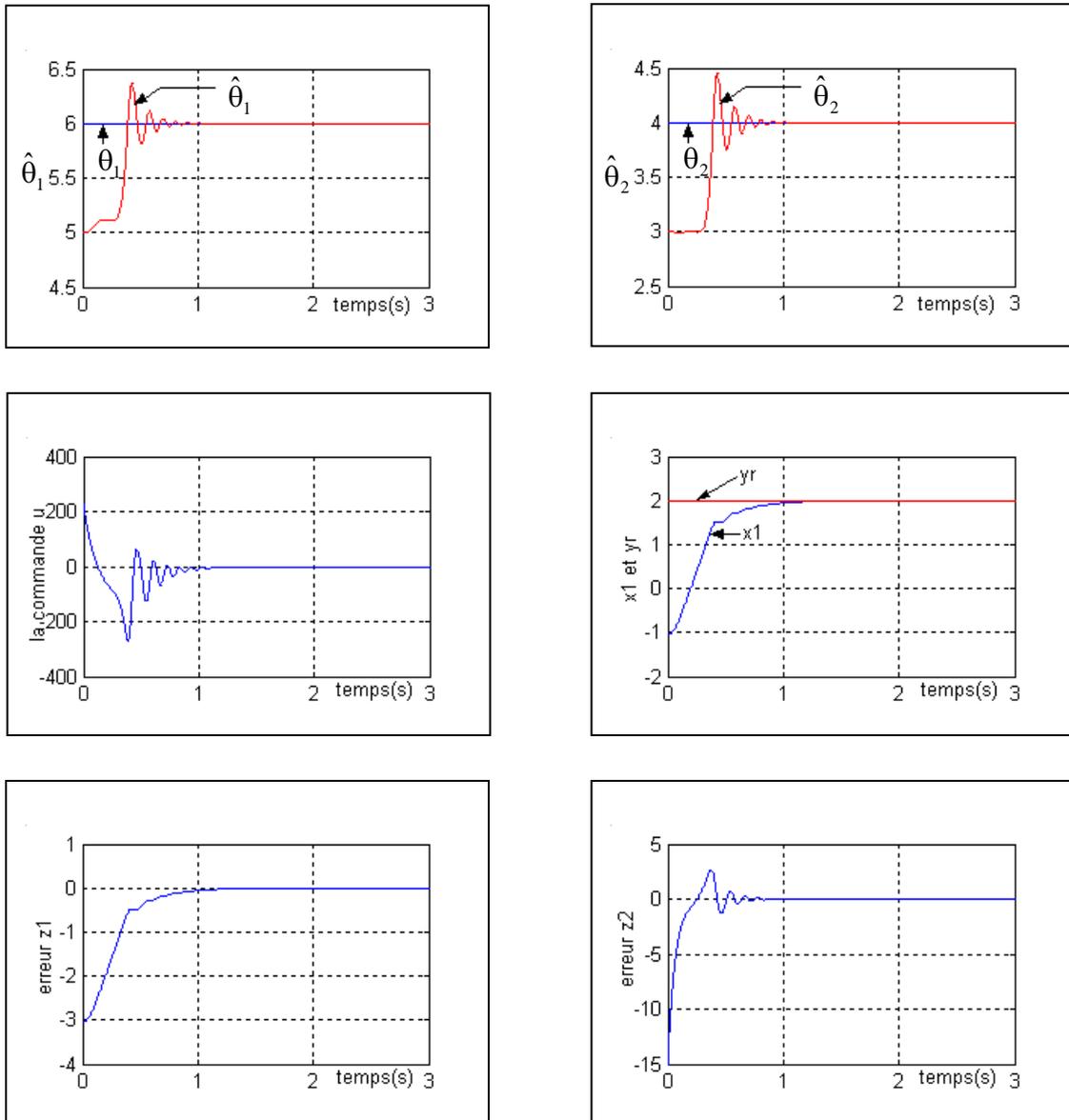


Figure (I.15) : Commande adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) = 0$.

Le même test sera considéré pour une entrée sinusoïdale. Il est représenté dans la figure (I.16) avec les mêmes conditions initiales précédentes. Les erreurs après 1s deviennent à leur tour nulles. Les résultats obtenus montrent la bonne poursuite aux valeurs de références données.

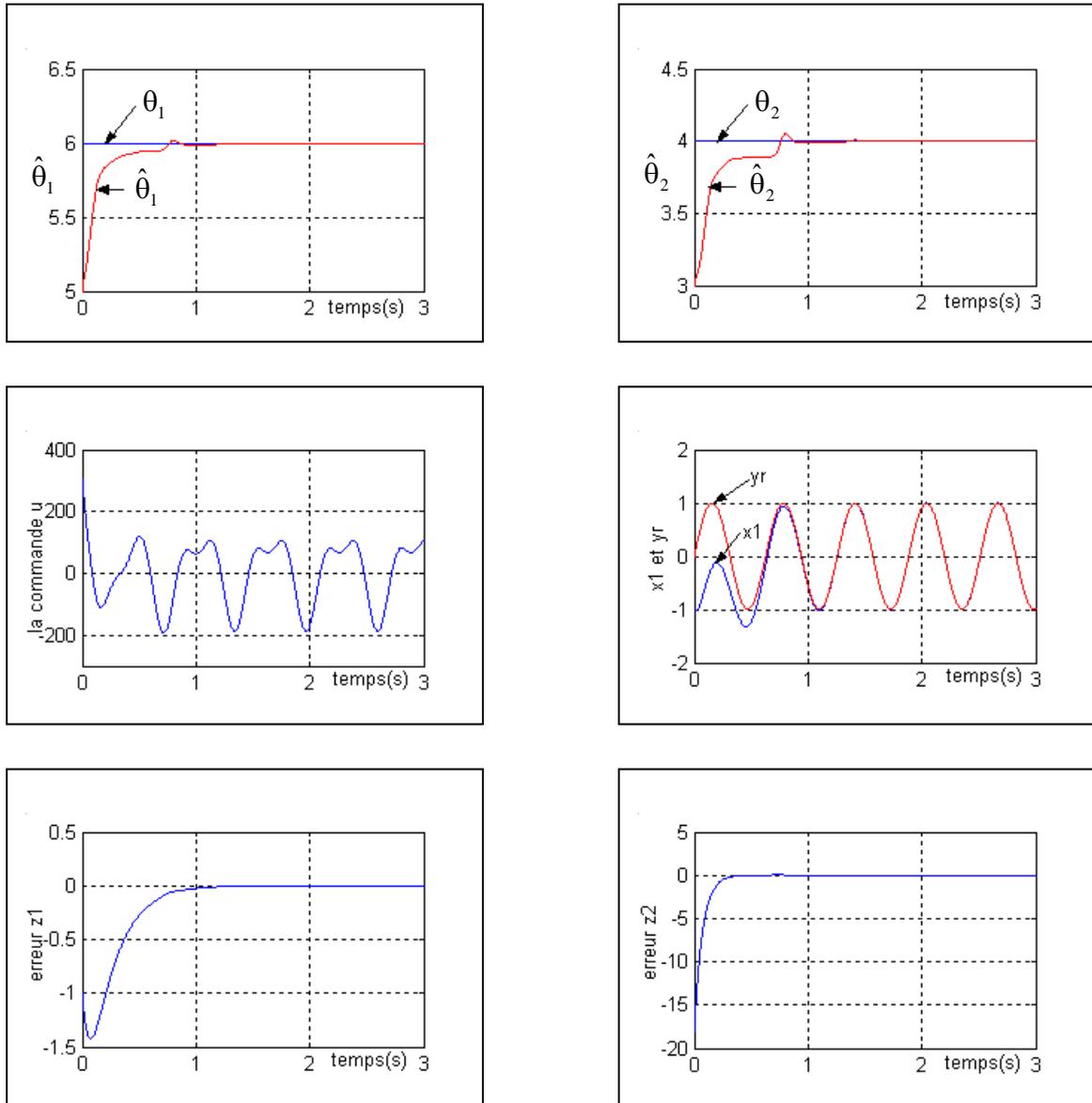


Figure (I.16) : Commande adaptative par backstepping d'un système non linéaire du second ordre avec $\varphi_2(x_1, x_2) \neq 0$ et $y_r = \sin(10t)$.

I.6 GENERALISATION

Afin de généraliser la commande adaptative par backstepping pour les systèmes d'ordre n et qui sera un résumé global pour ce chapitre. On considère un système du second ordre suivant :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_2 &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{I.30}$$

Le changement de variable adopté est décrit par les expressions :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.31})$$

La fonction stabilisante peut être choisie comme suit :

$$\alpha_1(x_1, \hat{\theta}, y_r) = -c_1 z_1 - \varphi_1^T \cdot \hat{\theta} \quad (\text{I.32})$$

Sachant que :

$$\tau_1 = \varphi_1 z_1$$

La dynamique des erreurs s'exprime par :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= -c_1 z_1 + z_2 + \varphi_1^T \cdot \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{y}_r - \dot{\alpha}_1 \\ &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2^T \cdot \theta - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \cdot \theta) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.34})$$

➤ Fonction de Lyapunov

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \\ \dot{v}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_2 \left[z_1 + \beta(x) \cdot u + \varphi_2^T \hat{\theta} - \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \cdot \hat{\theta}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right] \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \left(\Gamma \varphi_1 z_1 - \Gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 z_2 - \dot{\hat{\theta}} + \Gamma \varphi_2 z_2 \right) \end{aligned} \quad (\text{I.35})$$

➤ loi de mise à jour

Pour éliminer l'erreur il faut choisir la loi d'adaptation :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma \varphi_1 z_1 - \Gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 z_2 + \Gamma \varphi_2 z_2 \\ &= \Gamma \left(\varphi_1 z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 z_2 - \dot{\hat{\theta}} + \varphi_2 z_2 \right) = \Gamma \cdot \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{I.36})$$

Qu'on peut écrire sous forme matricielle :

.

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \Gamma.W.Z \quad (\text{I.37})$$

Avec :

$$W = [w_1 \quad w_2]$$

$$w_1 = \varphi_1, \quad w_2 = \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1$$

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

$$\tau_2 = \varphi_1 z_1 + z_2 \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) = \tau_1 + z_2 \cdot w_2$$

➤ loi de commande adaptative

Pour que le système soit équilibré ($\dot{v}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2$), il faut que :

$$-c_2 z_2 = \left[z_1 + \beta(x)u + \varphi_2^T \hat{\theta} - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \cdot \hat{\theta}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right]$$

Alors, on aura la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[-c_2 z_2 - z_1 - \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right] \quad (\text{I.38})$$

Sachant que :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \cdot \tau_2, \quad \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot \tau_2 = \mathfrak{S}_2$$

Alors, l'expression de la fonction stabilisante s'écrit :

$$\alpha_2(x, \hat{\theta}, \dot{y}_r) = -z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \mathfrak{S}_2 \quad (\text{I.39})$$

Ce qui permet de déduire la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_2(x, \hat{\theta}, \dot{y}_r) + \ddot{y}_r \right] \quad (\text{I.40})$$

➤ **Système après changement de variables**

La dynamique des erreurs s'écrit :

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 + \varphi_1^T \cdot \tilde{\theta} \tag{I.41}$$

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \tilde{\theta} \tag{I.42}$$

Alors :

$$\dot{Z} = A.Z + W^T \cdot \tilde{\theta} \tag{I.43}$$

Tel que :

$$A = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 \\ -1 & -c_2 \end{bmatrix}, W = [w_1 \quad w_2] = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \end{bmatrix}$$

En généralisant cette procédure pour un système d'ordre n on aura l'algorithme du backstepping suivant :

Par convention, on définit $z_0 = 0, \alpha_0 = 0, \tau_0 = 0$

$$z_i = x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1}$$

$$\alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}^{(i-1)}) = -z_{i-1} - w_i^T \cdot \hat{\theta} + \sum \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) + \vartheta_i$$

$$\vartheta_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}^{(i-1)}) = \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \Gamma \tau_i + \sum_{k=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \Gamma w_i z_k$$

$$\tau_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}^{(i-1)}) = \tau_{i-1} + w_i z_i$$

$$w_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}^{(i-2)}) = \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \varphi_k \right)$$

$i=1, \dots, n$

$$\bar{y}_r^{(i)} = (y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r, \dots, y_r^{(i)}), \bar{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_i),$$

La loi de commande adaptative

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_n(x, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)} + y_r^{(n)} \right]$$

La loi d'adaptation de mise à jour :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_n(x, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)}) = \Gamma \cdot w \cdot z$$

Le système bouclé aura la forme :

$$\dot{z} = A_z(z, \hat{\theta}, t)z + w(z, \hat{\theta}, t)^T \tilde{\theta}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma w(z, \hat{\theta}, t)z$$

Tel que :

$$A_z(z, \hat{\theta}, t) = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -c_2 & 1 + \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ 0 & -1 - \sigma_{23} & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 + \sigma_{n-1,n} \\ 0 & -\sigma_{2n} & \dots & -1 - \sigma_{n-1,n} & -c_n \end{bmatrix}$$

Et

$$\sigma_{ij}(x, \hat{\theta}) = -\frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_k$$

La fonction de Lyapunov s'exprime par:

$$v_n = \frac{1}{2} z^T z + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$$

La fonction de stabilité est sous forme:

$$\dot{v}_n = -\sum_{k=1}^n c_k z_k^2$$

L'équilibre du système s'exprime par : $Z = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y_r(t)] = 0$.

$$t \rightarrow \infty \quad t \rightarrow \infty$$

I.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux approches de la commande adaptative et non adaptative en utilisant la technique du backstepping. Dans le cas non adaptatif, il est considéré que tous les paramètres du système sont connus ce qui a permis d'avoir des résultats globalement acceptables. En réalité ces paramètres sont inconnus, ce qui nous a incité d'utiliser un algorithme d'adaptation basé sur la technique de backstepping, afin de rendre la commande pratique au voisinage de la réalité.

La résolution des problèmes de commande des systèmes non linéaires suppose que toutes les variables d'état du système sont mesurables. Or en pratique, cette hypothèse n'est pas vérifiée. Donc pour pallier ce problème, une estimation de l'état et une synthèse d'observateur non linéaire sont nécessaires et qui seront l'objet du prochain chapitre.

2^{EME} CHAPITRE
COMMANDE ADAPTATIVE PAR BACKSTEPPING AVEC
OBSERVATEUR

contenu

II.1 INTRODUCTION

II.2 CONCEPTS D'ESTIMATEUR ET D'OBSERVATEUR

II.2.1 Estimateur

II.2.2 Observateur

II.2.2.1 Observateur déterministe

II.2.2.2 Observateur de luenberger

II.2.2.3 Filtre de kalman

II.2.2.4 Observateur à structure variable (mode glissant)

II.3 COMMANDE PAR BACKSTEPPING AVEC OBSERVATEUR

II.3.1 Observateur

II.3.2 Transformation de coordonnées

II.4 RESULTATS DE SIMULATION

II.5 CONCLUSION

II.1 INTRODUCTION

On va développer dans le présent chapitre, l'étude de la commande adaptative par backstepping avec observateur d'un système non linéaire représenté par son équation d'état.

Le problème d'observabilité a une importance pratique, car certaines variables internes sont quelques fois inaccessibles à la mesure ou coûteuses à mesurer. La plupart du temps, soit par impossibilité physique d'introduire un capteur, soit pour des questions de coût, on ne peut pas mesurer tous les états [9], [10].

Ce pendant, à partir de la mesure faite sur l'entrée et la sortie du processus, on peut reconstruire ou observer, le vecteur d'état complet. Le sous-système, qui réalise cette reconstruction, est appelé reconstituteur ou observateur.

II.2 CONCEPTS D'ESTIMATEUR ET D'OBSERVATEUR

Les grandeurs d'état ou de sorties utilisées pour l'élaboration de la commande des systèmes physiques électriques sont souvent difficilement accessibles pour des raisons techniques ou pour des problèmes de coût. Il faut donc les déterminer sans utiliser de capteurs dédiés. Elles sont évaluées à partir des grandeurs déjà mesurées comme les courants ou les tensions. Elles peuvent être reconstituées par un estimateur ou un observateur.

II.2.1 Estimateur

Les estimateurs, utilisés en boucle ouverte, reposent sur les entrées et les sorties du processus réel et dont la sortie est une estimation de l'état de ce processus [10]. La dynamique d'un estimateur dépend des modes propres du processus [11]. Un tel estimateur est représenté sur la figure (II.1).

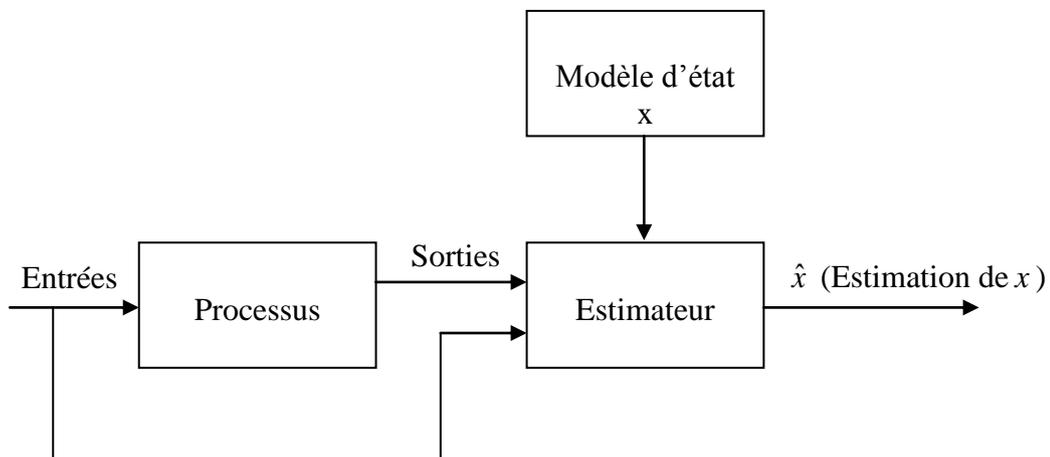


Figure (II.1) : Principe d'un estimateur

II.2.2 Observateur

Un observateur est un estimateur fonctionnant en boucle fermée et disposant d'une dynamique indépendante du système [11]. Le principe de construction d'un observateur consiste donc à corriger la dynamique de l'estimateur [12].

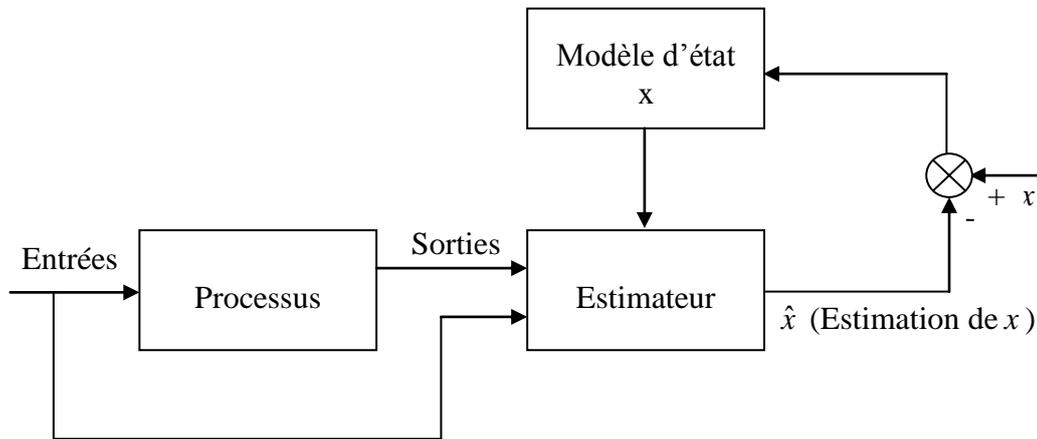


Figure (II.2) : Principe d'un observateur

Le problème de l'observateur consiste donc à reconstruire, pour un processus donné, un système défini par ses équations d'état, dont la sortie donne une estimation de l'état réel du processus. Cette estimation comporte une erreur qui doit tendre vers zéro. Quand cette propriété est satisfaite, l'observation est dite asymptotique.

Parmi les méthodes d'observation, on peut citer l'observateur déterministe (Luenberger, observateur adaptatif d'ordre réduit ou d'ordre complet), le filtre de Kalman et l'observateur à structure variable par mode glissant.

II.2.2.1 Observateur déterministe

Dans la pratique, l'observateur déterministe prend deux formes différentes, observateur d'ordre réduit ou seulement les variables d'état non mesurables du système sont reconstruites, et l'observateur d'ordre complet pour lequel toutes les variables d'état du système sont reconstruites.

II.2.2.2 Observateur de Luenberger

L'observateur déterministe de Luenberger permet de reconstituer l'état d'un système observable à partir de la mesure des entrées et des sorties. Il est utilisé dans les commandes par retour d'état lorsque tout ou une partie du vecteur d'état ne peut être mesurée. Dans sa version étendue, il permet d'estimer les paramètres variables ou inconnus d'un système [10], [12].

II.2.2.3 Filtre de kalman

Les observateurs de type déterministe ne considèrent pas dans l'estimation des variables d'état d'un système physique les fluctuations aléatoires. Dans le cas où le système est perturbé par un bruit, il est possible de minimiser ce bruit par l'utilisation du filtre de kalman. Le filtre de kalman est un reconstituteur d'état dans un environnement stochastique, c'est un estimateur minimisant la variance de l'erreur d'estimation [12], [13].

II.2.2.4 Observateur à structure variable (mode glissant)

L'observateur par mode glissant est basé sur la théorie des systèmes à structures variables. Cette approche est bien adaptée aux systèmes dynamiques non linéaires incertains. Les contrôleurs par mode glissant ont les dispositions robustes. Ils sont caractérisés par une structure discontinue agissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement [11].

II.3 COMMANDE PAR BACKSTEPPING AVEC OBSERVATEUR

Pour atteindre l'objectif fixé dans cette partie, on doit adopter un ensemble d'hypothèses afin d'introduire l'observateur. On va traiter un système du second ordre selon les étapes habituelles de la commande adaptative par backstepping [9].

Le premier principe consiste à exposer deux schémas permettant d'éclaircir la différence entre la commande non adaptative avec observateur (figure (II.3)) et la commande adaptative avec observateur (figure (II.4)).

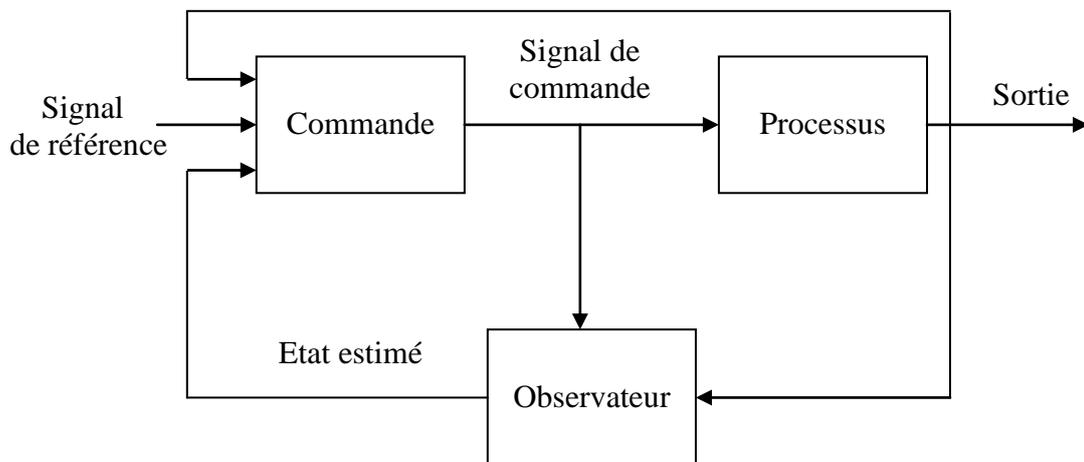


Figure (II.3) : Schéma de principe de la commande par backstepping non adaptative avec observateur

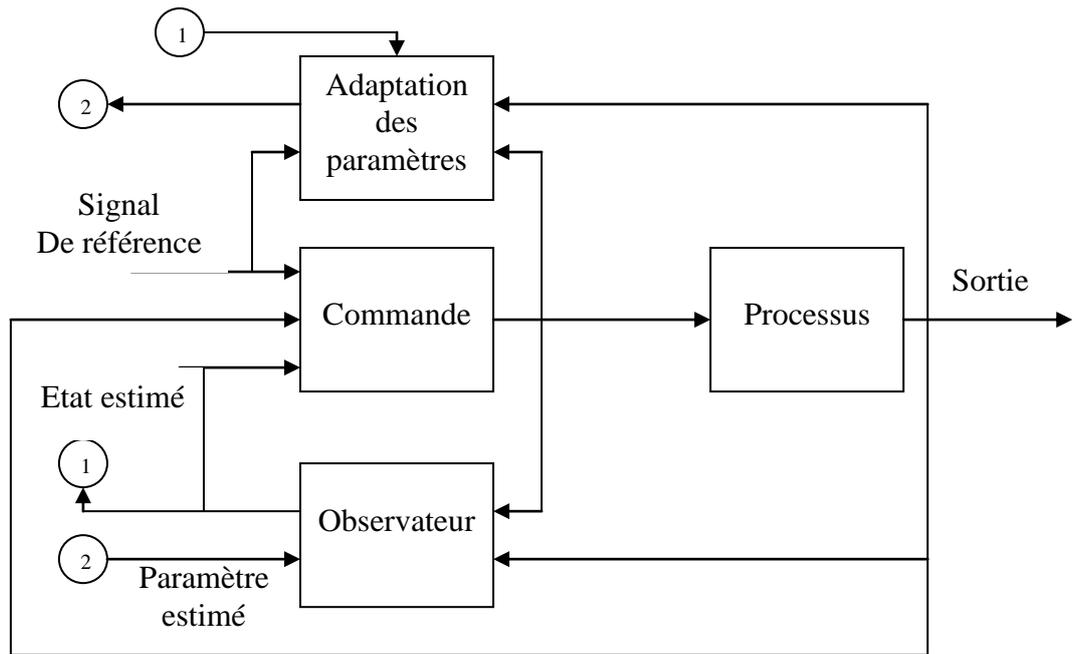


Figure (II.4) : Schéma de principe de la commande par backstepping adaptative avec observateur

Dans le but de faire la synthèse de la commande adaptative par backstepping avec observateur, les hypothèses suivantes sont supposées :

- la plupart des états ne sont pas disponibles.
- la fonction de sortie $y=h(x)$ doit être définie.
- les non-linéarités du système sont fonctions des grandeurs mesurables.

Ces conditions supplémentaires permettent au système de prendre la forme :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(y)^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(y)^T \cdot \theta \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(y)^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n(y)^T \cdot \theta
 \end{aligned}
 \tag{II.1}$$

Tel que chaque $\varphi_i(y)^T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^P$ est un vecteur de fonction non linéaires, et $\theta \in \mathbb{R}^P$ est un vecteur de paramètres constants.

Dans le but de concevoir un observateur, le système (II.1) peut être représenté par la somme :

- d'une partie connue linéaire.
- D'une partie non linéaire inconnue.
- D'une fonction de commande.

$$\dot{X} = A.X + \varphi^T(y).\theta + B.g(y).u \quad (\text{II.2})$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi(y) = [\varphi_1^T(y) \quad \varphi_2^T(y) \quad \dots \quad \varphi_i^T(y) \quad \dots \quad \varphi_n^T(y)]$$

$$B^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 1]$$

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_i \quad \dots \quad x_n]^T, \quad \theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_i \quad \dots \quad \theta_p]^T$$

Pour illustrer la technique de cette méthode, on considère le système d'ordre deux suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(y)^T.\theta \\ \dot{x}_2 &= \theta_u.u + \varphi_2(y)^T.\theta \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

On peut écrire (II.3) sous la forme :

$$\dot{X} = A.X + \varphi^T(y).\theta + B.\theta_u.u \quad (\text{II.4})$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi(y) = [\varphi_1^T(y) \quad \varphi_2^T(y)]^T$$

$$\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_i \quad \dots \quad \theta_M]^T, \quad B^T = [0 \quad 1]$$

II.3.1 Observateur

Si on note \hat{x} le vecteur d'état estimé et ε l'erreur d'observation, alors :

$$x = \hat{x} + \varepsilon \quad (\text{II.5})$$

L'état de l'observateur \hat{x} est défini par une composition de trois vecteurs :

ζ : dépend de la partie linéaire connue.

λ : dépend de la partie liée aux paramètres θ inconnus.

υ : dépend de la partie liée aux paramètres θ_u inconnus.

L'observateur aura alors la structure suivante :

$$\hat{x} = \zeta(t) + \lambda(t).\theta + \upsilon(t).\theta_u \quad (\text{II.6})$$

Tel que :

$$\zeta \in \mathbb{R}^2, \lambda \in \mathbb{R}^{2 \times M} \text{ et } \upsilon \in \mathbb{R}^2.$$

Les termes θ et θ_u , utilisés dans la relation (II.6) sont des paramètres réels inconnus et les filtres ζ , λ et υ sont implantés individuellement comme suit :

$$\dot{\zeta}(t) = A.\zeta - K.\zeta_1 + K.y \quad (\text{II.7})$$

$$\dot{\lambda}(t) = A.\lambda - K.\lambda_1 + \varphi^T(y) \quad (\text{II.8})$$

$$\dot{\upsilon}(t) = A.\upsilon - K.\upsilon_1 + B.u \quad (\text{II.9})$$

Tel que :

$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

A partir des équations (II.5) à (II.9), l'erreur dynamique de l'observateur prend la description suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= \dot{x} - \left(\dot{\zeta}(t) + \dot{\lambda}(t).\theta + \dot{\upsilon}(t).\theta_u \right) \\ &= \dot{x} - \left((A.\zeta - K.\zeta_1 + K.y) + (A.\lambda - K.\lambda_1 + \varphi^T(y))\theta + (A.\upsilon - K.\upsilon_1 + B.u).\theta_u \right) \\ &= \dot{x} - \left(A.(\zeta + \lambda.\theta + \upsilon.\theta_u) + K.(y - (\zeta_1 + \lambda_1.\theta + \upsilon_1.\theta_u)) + \varphi^T(y).\theta + B.u.\theta_u \right) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

En utilisant l'équation (II.4), l'expression (II.10) devient :

.

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon} &= A.x - (A.(\zeta + \lambda.\theta + \nu.\theta_u) + k.(y - (\zeta_1 + \lambda_1.\theta + \nu_1.\theta_u))) \\
&= A.x - A.\hat{x} - K.(x_1 - \hat{x}_1) \\
&= A.\varepsilon - K.\varepsilon_1
\end{aligned} \tag{II.11}$$

Avec :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

Ce qui permet d'écrire l'équation (II.11) sous forme :

$$\dot{\varepsilon} = A_0.\varepsilon \tag{II.12}$$

Tel que : $A_0 = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix}$, et K est un vecteur constant.

II.3.2 Transformation de coordonnées

Une fois la dynamique de l'erreur de l'observation, qui est exponentiellement stable, est définie, il sera possible d'utiliser la procédure du backstepping pour définir la loi de commande. La première étape pour la méthode du backstepping consiste toujours à définir le changement de variables.

$$\begin{aligned}
z_1 &= y - y_r \\
z_2 &= \nu_2.\hat{\theta}_u - \dot{y}_r - \alpha_1
\end{aligned} \tag{II.13}$$

Tel que α_1 est la commande virtuelle non définie jusqu'ici

➤ Etape 1

Cette première étape consiste à identifier la commande virtuelle α_1 . Pour atteindre cet objectif, on utilise la fonction de Lyapunov qui garantit la stabilité et les performances du système.

On choisit également :

$$P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, p > 0 \text{ et } P^T = P$$

Tel que la condition suivante soit satisfaite :

$$P.A_0 + A_0.P = -I \tag{II.14}$$

La première fonction de Lyapunov est définie par :

$$v_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2 \cdot g} \tilde{\theta}^T \cdot \tilde{\theta} + \frac{1}{2 \cdot g_u} \tilde{\theta}_u^2 + \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \cdot P \cdot \varepsilon \quad (\text{II.15})$$

Sa dérivée s'écrit alors :

$$\dot{v}_1 = z_1 \cdot \dot{z}_1 - \frac{1}{g} \tilde{\theta}^T \cdot \dot{\hat{\theta}} - \frac{1}{g_u} \tilde{\theta}_u \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{II.16})$$

D'après les équations (II.5) et (II.13), on peut déduire :

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 + \varphi_1(y)^T \cdot \theta = \hat{x}_2 + \varepsilon_2 + \varphi_1(y)^T \cdot \theta \quad (\text{II.17})$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \hat{x}_2 + \varepsilon_2 + \varphi_1(y)^T \cdot \theta - \dot{y}_r \\ &= z_2 + \alpha_1 + \zeta_2 + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \cdot \hat{\theta} + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \tilde{\theta} + v_2 \cdot \tilde{\theta}_u + \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Pour choisir la commande virtuelle et ajouter un terme de stabilisation, il faut annuler tous les termes connus sauf le terme z_2 et isoler les erreurs d'observateur inconnues, d'où :

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - \left\{ \zeta_2 + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \cdot \hat{\theta} \right\} - d_1 z_1 \quad (\text{II.19})$$

En remplaçant l'équation (II.19) dans (II.18) on aura :

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 - d_1 z_1 + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \cdot \tilde{\theta} + v_2 \cdot \tilde{\theta}_u + \varepsilon_2 \quad (\text{II.20})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov aura la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= z_1 \cdot \left(z_2 - c_1 z_1 - d_1 z_1 + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \cdot \tilde{\theta} + v_2 \cdot \tilde{\theta}_u + \varepsilon_2 \right) + \tilde{\theta}^T \left(-\frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(-\frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \cdot \dot{\varepsilon} \\ &= -c_1 z_1^2 - d_1 \cdot \left(z_1 - \frac{\varepsilon_2}{2 \cdot d_1} \right)^2 + \frac{\varepsilon_2^2}{4 \cdot d_1} - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \cdot \dot{\varepsilon} + z_1 \cdot z_2 \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \left(z_1 \cdot (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot v_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \end{aligned}$$

Avec :

$$\varepsilon^T \cdot \dot{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2$$

Ceci permet de réécrire l'équation précédente sous forme :

$$\begin{aligned}
\dot{v}_1 &= -c_1 z_1^2 - d_1 \left(z_1 - \frac{\varepsilon_2}{2d_1} \right)^2 - \frac{3\varepsilon_2^2}{4d_1} - \frac{\varepsilon_1^2}{d_1} + z_1 \cdot z_2 + \tilde{\theta}^T \left(z_1 \cdot (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot v_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \\
&\leq -c_1 z_1^2 - d_1 \left(z_1 - \frac{\varepsilon_2}{2d_1} \right)^2 - \frac{3\varepsilon_2^2}{4d_1} - \frac{3\varepsilon_1^2}{4d_1} + z_1 \cdot z_2 + \tilde{\theta}^T \left(z_1 \cdot (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot v_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \\
&\leq -c_1 z_1^2 - \frac{3}{4d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + z_1 \cdot z_2 + \tilde{\theta}^T \left(z_1 \cdot (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot v_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \tag{II.21}
\end{aligned}$$

En adoptant les définitions suivantes :

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= z_1 \cdot (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T \\
\tau_{u,1} &= z_1 \cdot v_2 \tag{II.22}
\end{aligned}$$

L'expression (II.21) s'écrit alors :

$$\dot{v}_1 \leq -c_1 z_1^2 - \frac{3}{4d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + z_1 \cdot z_2 + \tilde{\theta}^T \left(\tau_1 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(\tau_{u,1} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \tag{II.23}$$

➤ Etape 2

Dans cette étape, la fonction de Lyapunov va être augmentée par le terme z_2 et l'erreur d'observation, ce qui permet d'écrire :

$$v_2 = v_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \cdot P \cdot \varepsilon \tag{II.24}$$

Sa dérivée devient :

$$\dot{v}_2 = \dot{v}_1 + z_2 \cdot \dot{z}_2 - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \cdot \varepsilon \tag{II.25}$$

D'après l'équation (II.22), on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{v}_2 &\leq -c_1 z_1^2 - \frac{3}{4d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + z_1 \cdot z_2 + \tilde{\theta}^T \left(\tau_1 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(\tau_{u,1} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + z_2 \cdot \dot{z}_2 - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \cdot \varepsilon \\
&\leq -c_1 z_1^2 - \frac{3}{4d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + z_2 \cdot (z_1 + \dot{z}_2) - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + \tilde{\theta}^T \left(\tau_1 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(\tau_{u,1} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \tag{II.26}
\end{aligned}$$

A partir des expressions (II.9) et (II.13), le terme $(z_1 + \dot{z}_2)$ aura le développement suivant :

$$\begin{aligned}
(z_1 + \dot{z}_2) &= z_1 + \frac{d(v_2 \cdot \hat{\theta}_u - \dot{y}_r - \alpha_1)}{dt} \\
&= z_1 + (-k_2 \cdot v_1 + u) \cdot \hat{\theta}_u + v_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \dot{y} \\
&\quad - \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_i} \dot{\zeta}_i + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_i} \dot{\lambda}_i + \frac{\partial \alpha_1}{\partial v_i} \dot{v}_i \right) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_u} \dot{\hat{\theta}}_u
\end{aligned} \tag{II.27}$$

Avec :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \dot{y} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_i} \dot{\zeta}_i + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_i} \dot{\lambda}_i + \frac{\partial \alpha_1}{\partial v_i} \dot{v}_i \right) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_u} \dot{\hat{\theta}}_u \tag{II.28}$$

D'après l'expression (II.19), α_1 est une fonction seulement de y , ζ_2 , y_r , λ_2 et $\hat{\theta}$. Donc, sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_2} \dot{\zeta}_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_2} \dot{\lambda}_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}}$$

Et l'expression (II.27) devient alors :

$$\begin{aligned}
(z_1 + \dot{z}_2) &= z_1 + (-k_2 \cdot v_1 + u) \cdot \hat{\theta}_u + v_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \dot{y} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_2} \dot{\zeta}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_2} \dot{\lambda}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \\
&= u \cdot \hat{\theta}_u + z_1 - k_2 \cdot v_1 \cdot \hat{\theta}_u + v_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \dot{y} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_2} \dot{\zeta}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_2} \dot{\lambda}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}}
\end{aligned} \tag{II.29}$$

On remplace \dot{y} par son expression (II.17) et on aura :

$$\begin{aligned}
(z_1 + \dot{z}_2) &= u \cdot \hat{\theta}_u + z_1 - k_2 \cdot v_1 \cdot \hat{\theta}_u + v_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\zeta_2 + \lambda_2 \hat{\theta} + \lambda_2 \tilde{\theta} + v_2 \hat{\theta}_u + v_2 \tilde{\theta}_u + \varepsilon_2 + \phi_1^T \hat{\theta} + \phi_1^T \tilde{\theta}) \\
&\quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_2} \dot{\zeta}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_2} \dot{\lambda}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}}
\end{aligned} \tag{II.30}$$

Tel que ζ_2 et λ_2 sont des filtres entièrement définis.

Afin de choisir la commande virtuelle et ajouter un terme de stabilisation, il faut annuler tous les termes connus sauf le terme z_2 et isoler les erreurs d'observateur inconnues.

On note $\alpha_2 = u \cdot \hat{\theta}_u$ et on choisit α_2 de la façon suivante :

$$\alpha_2 = -c_2 z_2 - \left\{ z_1 - k_2 \cdot v_1 \hat{\theta}_u - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\zeta_2 + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \hat{\theta} + v_2 \hat{\theta}_u) \right. \\ \left. - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_2} \dot{\zeta}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_2} \dot{\lambda}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} g \tau_2 + v_2 g_u \tau_{u,2} \right\} - d_2 z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{II.31})$$

Avec τ_2 et $\tau_{u,2}$ qui vont être convenablement définies.

L'expression (II.30) aura la forme :

$$(z_1 + \dot{z}_2) = -c_2 z_2 + v_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\lambda_2 \tilde{\theta} + v_2 \cdot \tilde{\theta}_u + \varepsilon_2 + \varphi_1^T \tilde{\theta}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} g \tau_2 \\ - v_2 g_u \tau_{u,2} - d_2 z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{II.32})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov aura l'expression :

$$\dot{v}_2 \leq -c_1 z_1^2 - \frac{3}{4.d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon \\ + z_2 \left\{ -c_2 z_2 + v_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\lambda_2 \tilde{\theta} + v_2 \cdot \tilde{\theta}_u + \varepsilon_2 + \varphi_1^T \tilde{\theta}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} g \tau_2 - v_2 g_u \tau_{u,2} - d_2 z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right)^2 \right\} \\ - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + \tilde{\theta}^T \left(\tau_1 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}_u \left(\tau_{u,1} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \\ \leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - \frac{3}{4.d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon - d_2 z_2^2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right)^2 + z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) \varepsilon_2 - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \cdot \varepsilon + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} g \left(\tau_2 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) \\ + \tilde{\theta}^T \left(z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T + \tau_1 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) - z_2 v_2 g_u \left(\tau_{u,2} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) v_2 + \tau_{u,1} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \quad (\text{II.33})$$

Pour s'assurer que les deux termes $z_2 \cdot \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}$ et $\tilde{\theta}$ s'annulent aussi bien que les termes z_2 , v_2 , g_u et $\tilde{\theta}_u$, on définit les fonctions :

$$\tau_2 = z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T + \tau_1 \\ \tau_{u,2} = z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) v_2 + \tau_{u,1} \quad (\text{II.34})$$

Ce qui permet d'avoir l'expression dérivée de Lyapunov :

$$\begin{aligned} \dot{v}_2 \leq & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - \frac{3}{4.d_1} \varepsilon^T . \varepsilon - \frac{3}{4.d_2} \varepsilon^T . \varepsilon \\ & + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} g \left(\tau_2 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}^T \left(\tau_2 - \frac{1}{g} \dot{\hat{\theta}} \right) - z_2 v_2 g_u \left(\tau_{u,2} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + \tilde{\theta}_u \left(\tau_{u,2} - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

➤ Etape 3

Dans cette dernière étape, on peut déduire la loi de commande et les lois de mise à jours :

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{\hat{\theta}_u} \left[-c_2 z_2 - \left\{ z_1 - k_2 . v_1 \hat{\theta}_u - \ddot{y} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \left(\zeta_2 + (\lambda_2 + \varphi_1^T) \hat{\theta} + v_2 \hat{\theta}_u \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \zeta_2} \dot{\zeta}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_2} \dot{\lambda}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} g \tau_2 + v_2 g_u \tau_{u,2} \right\} - d_2 z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= g \tau_2 = g \cdot \left(z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) + z_1 \right) (\lambda_2 + \varphi_1^T)^T \\ \dot{\hat{\theta}}_u &= g_u \tau_{u,2} = g_u \cdot \left(z_2 \left(-\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) + z_1 \right) v_2 \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

Donc, la Dernière dérivée de la fonction de Lyapunov est :

$$\dot{v}_2 \leq -\sum_{j=1}^2 c_j z_j^2 - \sum_{i=1}^2 \frac{3}{4.d_i} \varepsilon^T . \varepsilon \quad (\text{II.38})$$

En se basant sur la fonction de Lyapunov $v = v_2$, on a pu démontrer que $\dot{v} < 0$, ce qui implique une stabilité asymptotique du système (II.4) et de l'observateur (II.6).

II.4 RESULTATS DE SIMULATION

Dans ce qui suit, nous intéressons à simuler le fonctionnement d'un système du second ordre. Le système choisi est de la forme :

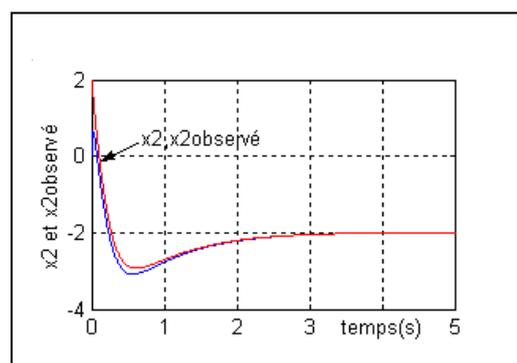
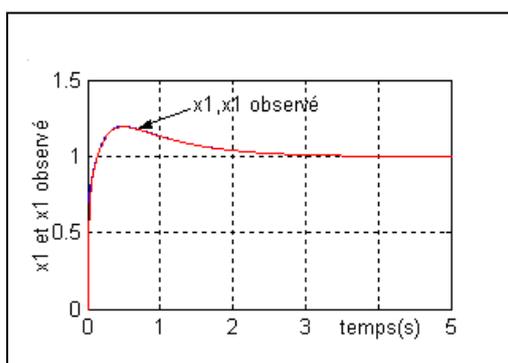
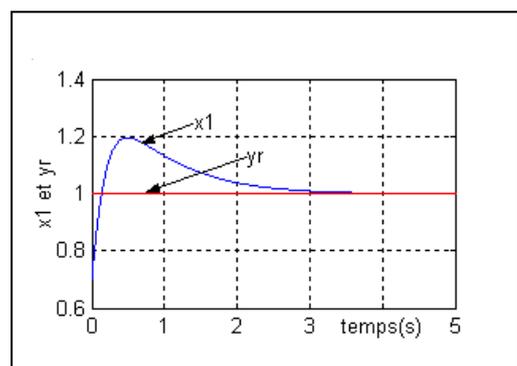
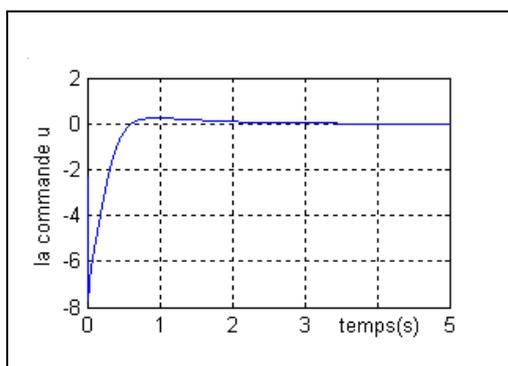
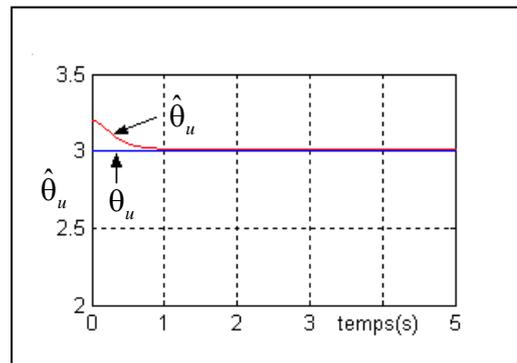
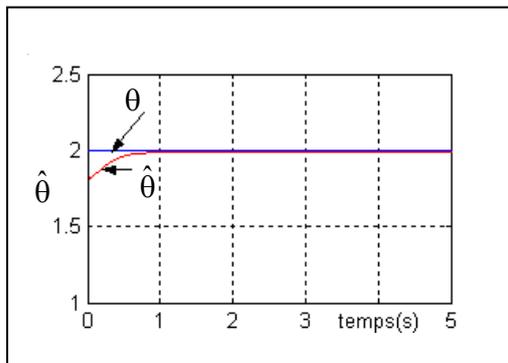
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + [x_1^2]^T . \theta \\ \dot{x}_2 &= \theta_u . u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

Avec $\theta = 2$ et $\theta_u = 3$.

Les coefficients prés en considération sont : $c_1 = 2$, $c_2 = 4$, $d_1 = 4$, $d_2 = 3$ et $g = g_u = 2$ avec des conditions initiales $x_1(0) = 0.7$ et $x_2(0) = 2$.

Les résultats de simulation du système dans un régime établi sont donnés par la figure (II.5) pour une référence constante de valeur $y_r = 1$.

La réponse indicielle de la variable x_1 présente une erreur statique nulle. Il est bien clair que cette variable suit parfaitement la valeur de la consigne y_r ($y_r = 1$). On peut noter également que les estimées \hat{x}_1 et \hat{x}_2 suivent parfaitement les variable x_1 et x_2 , présentant des erreurs z_1 et z_2 pratiquement nulles en régime permanent. L'adaptation des paramètres $\hat{\theta}$ et $\hat{\theta}_u$ présentent des erreurs très faibles non nulles.



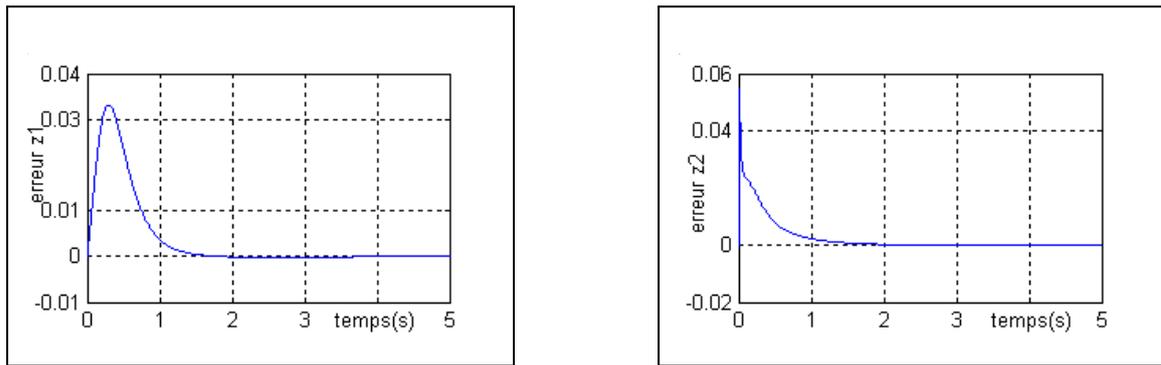
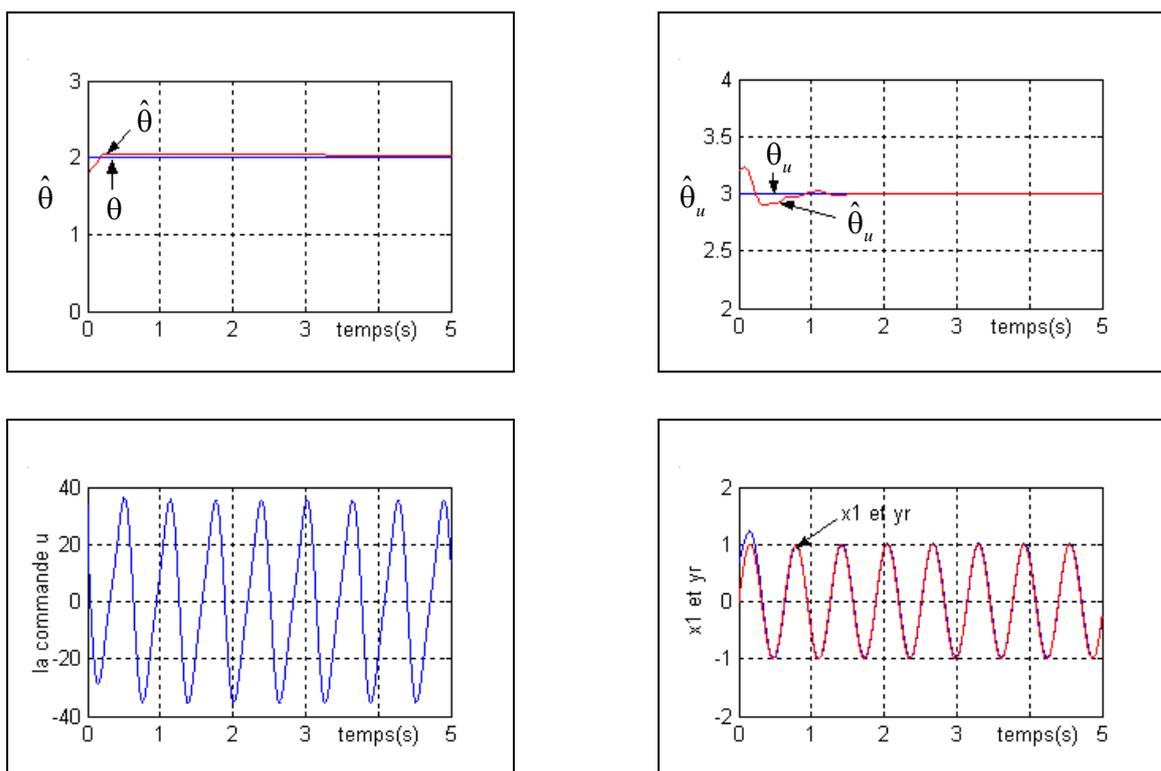


Figure (II.5) : Commande adaptative par backstepping avec observateur d'un système non linéaire du second ordre.

Le même système sera testé pour une référence sinusoïdale $y_r = \sin(10t)$. Les résultats correspondants sont regroupés dans la figure (II.6).

On peut signaler la parfaite poursuite des valeurs estimées \hat{x}_1 et \hat{x}_2 aux variables x_1 et x_2 . Après établissement du régime permanent, les erreurs z_1 et z_2 deviennent à leur tour nulles garantissant ainsi une bonne stabilité de système. Ainsi avec cette commande on peut dire qu'on a réalisé une bonne estimation et une bonne adaptation.



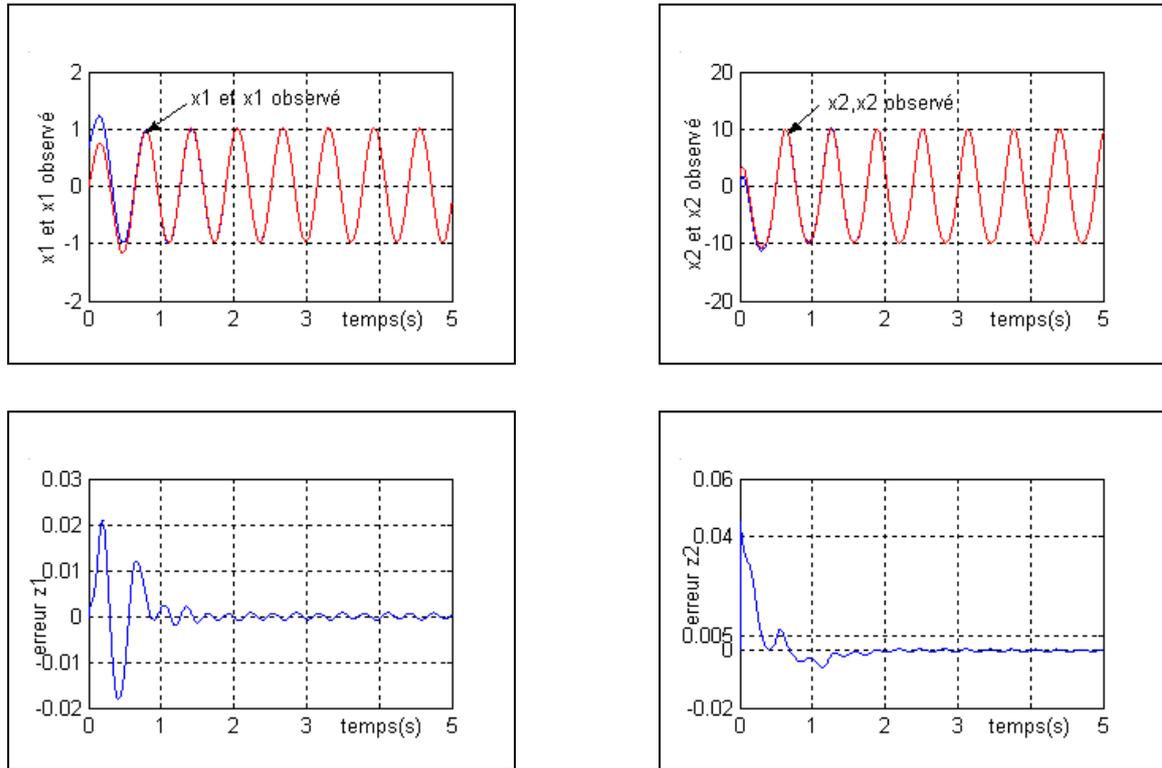


Figure (II.6) : Commande adaptative par backstepping avec observateur d'un système non linéaire du second ordre avec la consigne $y_r = \sin(10t)$.

II.5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, la technique de la commande présentée, repose sur l'utilisation d'un observateur en supposant que les états du système ne sont pas tous mesurables. Pour réaliser les objectifs de poursuite et de régulation, un choix d'observateur a été utilisé mais valable seulement pour les systèmes qui peuvent être représentés sous forme triangulaires. Cet observateur permet la poursuite ainsi que la régulation d'une manière parfaite.

Dans le but d'appliquer cette commande par backstepping à un système non linéaire, on a choisi la machine asynchrone dont la modélisation sous forme d'équations mathématiques sera l'objet du prochain chapitre.



CONCLUSION GENERALE

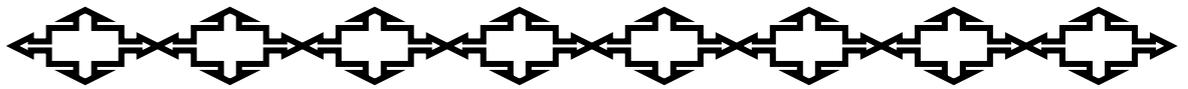


Les systèmes industriels qui requièrent une structure de commande, ont souvent un comportement significativement non linéaire. La linéarisation autour d'un point de fonctionnement est souvent inadaptée pour les besoins de la commande, par conséquent il est important de développer des méthodes de commande pour les systèmes non linéaires. Les travaux présentés dans la littérature [1-2], [14-15], ont permis de généraliser de nombreux concepts fondamentaux jusqu'alors réservés aux systèmes linéaires qu'aux systèmes non linéaires. Dans un premier temps l'accent a été mis sur l'analyse structurelle des systèmes commandés différentiables. Ensuite ces résultats ont été combinés avec des techniques analytiques de stabilité, stabilisation, commande robuste, conduisant aux techniques récursives telles que le « backstepping ».

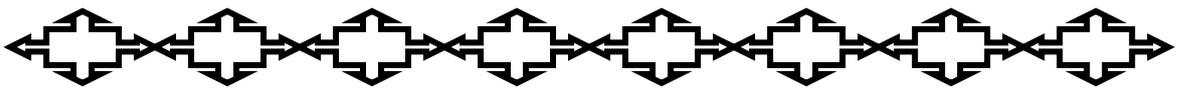
L'objectif principal de ce mémoire est de synthétiser un algorithme robuste pour une commande efficace des systèmes non linéaires. L'idée de base est l'application de la théorie de Lyapunov pour la commande de ces systèmes. A l'issue de ce travail, nous exposons une synthèse des résultats théoriques et de simulation obtenus afin d'établir les perspectives futures envisagées.

Le premier résultat de notre travail, est l'obtention d'une commande adaptative robuste non linéaire par backstepping. Partant d'un modèle mathématique du procédé à commander du second ordre, nous avons traité deux types de commande par backstepping non adaptative et adaptative. Il est clarifié que la commande adaptative par cette technique, nous permet d'estimer les paramètres en temps réel du système non linéaire. Les résultats obtenus avec des tests de robustesse significatifs vis-à-vis de la variation du vecteur paramétrique montre la qualité de cette commande.

La majorité des travaux effectués, sur la résolution des problèmes de commande des systèmes non linéaires, suppose que toutes les variables d'état du système sont mesurables. Or en pratique, cette hypothèse n'est que très rarement vérifiée. Donc pour pallier ce problème on a fait une reconstruction de l'état et une synthèse d'observateur non linéaire. Les résultats obtenus dans chapitre deux montrent le cas général d'une commande adaptative par backstepping avec observateur.



BIBLIOGRAPHIE



Références bibliographiques :

- [1] M. KRSTIE & P. V. KOKOTOVIE, "Nonlinear and adaptive control design", Proceeding of New York, Wiley, 1995.
- [2] P. V. KOKOTOVIE, "The joy of feedback : Nonlinear and adaptive", IEEE Control systems Magazine, vol. 12 pp. 7-17, jun. 1992.
- [3] L. MARCE, M. JULIERE & H. PLACE, " Stratégie de contournement d'obstacles pour un robot mobile", *Rairo*, vol. 15, no. 1, 1981.
- [4] M. CHEBBI Azzedine, " Commande Backstepping d'une machine asynchrone sans capteur de vitesse ", Mémoire de Magister, Université de Batna.
- [5] M. BENALEGUE & H. MOSTEFAI, "Asservissements linéaires continus", Editions LAMINE, Alger.
- [6] A. RACHID, " systèmes de régulation" , Edition Masson, Paris, 1996.
- [7] k. CHAICHE & M. BENHALIS, "Application de la technique de linéarisation par retour d'état à la commande d'une machine asynchrone", mémoire d'ingénieur, Université de M'sila, 2003.
- [8] A. BENCHAIIB, "Application des modes de glissement pour la commande en temps réel de la machine asynchrone", thèse de doctorat, Université de Picardie Jules Vernes, 1998.
- [9] M. MOKHTARI, "Commande adaptative des systèmes non linéaires « BACKSTEPPING »", thèse de magister Université de Batna, 2003.
- [10] P. BORNE, J-P. RICHARD, I. ZAMBETTAKIS, G. DAUPHIN-TANGUY & F. ROTELLA, "Commande et optimisation des processus", Editions Technip, Paris, 1990.
- [11] S. CHAOUCH, "Commande vectorielle robuste d'une machine à induction sans capteur de vitesse", thèse de doctorat, université de Batna, 2005.
- [12] G. GUY & C. GUY, "Actionneurs électriques", Editions Eyrolles, paris, 1997.

- [13] G. GUILLERMO, "Etude et mise en œuvre d'estimateurs et d'observateurs robustes de flux et de vitesse pour une machine à induction à cage commandée vectoriellement", thèse de doctorat, université de Paris, 1998.
- [14] H. TAN & J. CHANG, "Adaptative backstepping control of induction motor with uncertainties", proceedings of the American control conference, San diego, California, June 1999.
- [15] M. GHANES, A. GLUMINEAU & J. DELEON, "Backstepping Observer validation for sensorless induction motor on low frequencies Benchmark", 2004 IEEE International conference on industrial Technology (ICIT).