

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Ghardaïa

N° d'ordre :

N° de série :

Faculté des Sciences et Technologies

Département des Sciences et Technologie

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de

MASTER

Domaine : *Sciences et Technologies*

Filière : *Automatique*

Spécialité : *Automatique et Système*

Présenté par:

Doudou Brahim

Said Mohammed

Thème

**Commande par Mode Glissant des Systèmes
Non-linéaires sous Actionnés**

Soutenu publiquement le : 20/06/2018

Devant le jury composé de :

DJLOULI Tahar	MAA	Univ. Ghardaïa	Président
SAADOUNI Radhwane	MCB	Univ. Ghardaïa	Examinateur
BENCHAABANE Achour	MAA	Univ. Ghardaïa	Examinateur
BOUARROUDJ Nouredine	MRB	URAER. Ghardaïa	Encadreur
BECHOUAT Mohcene	MCB	Univ. Ghardaïa	Co-Encadreur

Année universitaire 2017/2018

ملخص:

الهدف من هذا العمل هو تطبيق التحكم بواسطة النمط المنزلق على الأنظمة غير الخطية المشغلة فرعيا. في بادئ الأمر تم إعطاء المفاهيم النظرية لهذه التقنية مع مثال توضيحي. بعد ذلك تم تطبيق هذه التقنية على حالات خاصة من الأنظمة التي لديها مدخل واحد ومخرجين (SITO)، مثل نظام العربية مع النواس المعكوس ونظام الكرة والعارضة. أظهرت نتائج المحاكاة كفاءة وموثوقية تقنية التحكم بالنسبة لمشكلة تتبع المسار على مخرج كل نظام. لتحسين قيم الوسائط في التقنية بالنسبة لكلا النظامين، استخدمنا خوارزمية سحابة الجسيمات (OEP)، حيث أظهرت نتائج المحاكاة فعالية هذه الخوارزمية لتحسين أداء النظام.

الكلمات المفتاحية: نظام مدخل واحد ومخرجين (SITO)، التحكم بواسطة الوضع الانزلاقي، خوارزمية سحابة الجسيمات (OEP)، نظام العربية مع النواس المعكوس، نظام الكرة والعارضة.

Résumé :

L'objectif visé par le présent travail est l'application de la commande par mode glissant pour les systèmes non linéaire sous actionnés. Dans un premier lieu, la théorie de cette stratégie de commande est donnée, avec un exemple illustratif. Ensuite, l'application de cette commande est étudiée pour des cas particuliers des systèmes a une seul entrée et deux sorties (en anglais single input two outputs (SITO)) tels que le système pendule inversé-chariot et le système bill-barre. Les résultats de simulation ont démontré l'efficacité et la robustesse de la commande pour un problème de poursuite de trajectoire sur les deux sorties de chaque système. Afin d'optimiser les valeurs des paramètres de la loi de commande synthétisée pour les deux systèmes, l'algorithme d'optimisation par essaim de particules (OEP) a été utilisé. Les résultats de simulation ont démontré aussi l'efficacité de cet algorithme d'améliorer les performances du système.

Mots clés : système sous actionnés (SITO), commande par mode glissants, algorithme (OEP), système pendule inversé-chariot, système bill-barre.

Abstract :

The objective of this work is the application of the sliding mode control for underactuated nonlinear systems. In a first place, the theory of this control strategy is given, with an illustrative example. Then, the application of this control strategy is studied for special cases of systems with a single input and two outputs (SITO) such as the cart-pole system and the bill-bar system. The simulation results demonstrated the efficiency and robustness of the control for a trajectory tracking problem on the two outputs of each system. In order to optimize the parameters of the synthesized control law for the two systems, the particle swarm optimization algorithm (OEP) is used. Simulation results have also demonstrated the effectiveness of this algorithm to improve system performance.

Keywords : (SITO) system, sliding mode control, (OEP) algorithm, cart-pole system, bill-bar system



REMERCIEMENTS

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, nous tenons à remercier notre encadreur Mr : *Bouarroudj Noureddine* et co-encadreur Mr. *Bechouat Mohcene*, pour leurs précieux conseils et leurs aides durant toute la période du travail.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicace

Nous dédions ce travail :

A nos parents en témoignage de leurs
sacrifices et leurs encouragements.

A nos sœurs et frères pour leurs
soutiens.

A nos amis en souvenirs des bons
moments passés ensemble.

Doudou Brahim et Saïd Mohammed

Sommaire

Résumé.....	I
remerciements.....	II
Dédicace	III
Sommaire.....	IV
Liste des figures.....	VI
Liste des tableaux.....	VIII
Introduction générale:.....	10

Chapitre I : commande par mode glissant

I.1-Introduction :	13
I.2-Système à structure variable :	14
I.3-Conception de la commande par mode de glissement :	15
I.3.1-Choix de la surface de glissement :	15
I.3.2-Condition d'existence et de convergence :	16
I.3.3-Calcul de la commande :	17
I.4-Elimination du phénomène de Chattering :	20
I.5-Domaine d'application du réglage par mode glissant :	21
I.6-Les avantages et les Inconvénients de la commande par mode glissant :	22
I.6.1-Avantage:	22
I.6.2-Inconvénients:	22
I.7-Application au système pendule inversé :	22
I.7.1-Choix de la surface :	23
I.7.2-Calcul de la commande :	24
I.7.3-Analyse de stabilité :	24
I.7.4-Résultats de Simulation :	25
I.8-Conclusion :	29

Chapitre II : commande par mode glissant des systèmes sous actionnés

II.1-Introduction :	31
II.2-Description du système :	32
II.3-Synthèse de la commande par mode glissant :	32
II.4-Analyse de stabilité :	35
II.5-Exemples de simulation :	36
II.5.1-Pendule Inversé-chariot :	36
II.5.2-Application au système Bille-Barre :	40
II.6-Conclusion :	43

Chapitre III : Optimisation de la loi de commande par essaim de particules (OEP)

III.1-Introduction :	45
III.2-Formalisation :	46
III.2.1-Nombre de particules :	47
III.2.2-Initialisation de l'essaim :	48
III.2.3-Equation de mouvement :	48
III.2.4-Confinement d'intervalle :	49
III.2.5-Critère d'arrêt :	52
III.3-Optimisation des commandes par essaim de particules :	52
III.3.1-Application au Pendule Inversé-chariot :	53
III.3.2-Application au système Bille-Barre :	56
III.4-Conclusion :	61
Conclusion générale :	62
Bibliographie :	64

Liste des figures

Figure (I.1):Le différent mode pour la trajectoire dans le plan de Phase.....	15
Figure (I.2):Surface de glissement.....	16
Figure (I.3):Commande équivalente.....	18
Figure (I.4):Représentation de la fonction " Signe ".....	20
Figure (I.5):Fonction « SAT » et« SMOOTH ».....	21
Figure (I.6):Pendule inversé.....	23
Figure (I.7):Variation de la position angulaire du pendule (désirée et réelle) pour différentes valeur de K.....	25
Figure (I.8):Variation de la surface de glissement.....	26
Figure (I.9):Variation de la commande.....	26
Figure (I.10):Variation de la position angulaire du pendule (désirée et réelle).....	27
Figure (I.11):Variation de la surface de glissement.....	27
Figure (I.12):Variation de la commande.....	28
<hr/>	
Figure (II.1):Schéma de principe du simple pendule inversé.....	36
Figure (II.2):Variation de la position angulaire du pendule (désirée et réelle).....	38
Figure (II.3):Variation de la position du chariot (désirée et réelle).....	38
Figure (II.4):Variation des surfaces de glissement (S1 , S2).....	39
Figure (II.5):Variation de la commande.....	39
Figure (II.6):Schéma de principe du B-B (Bille-Barre).....	40
Figure (II.7):Variation de la position angulaire de la barre.....	41
Figure (II.8):Variation de la position de la bille.....	42
Figure (II.9):Variation des surfaces de glissement (S1 , S2).....	42
Figure (II.10):Variation de la commande u.....	43

Figure(III.1):Exemple d'essaim de particules (Oiseaux).....	46
Figure(III.2):Déplacement d'une particule.	47
Figure(III.3):Processus d'optimisation des paramètres de la commande avec algorithme d'OEP pour système sous-actionné.	53
Figure(III.4):L'évolution de la fonction objective (J) pour les stratégies de la commande	54
Figure(III.5):Variation des variables d'état x_1 et x_3	54
Figure(III.6):Variation des surfaces S_1 , S_2 et de commande u	55
Figure(III.7):Variation des variables d'état x_1 et x_3 avec un avec un changement des trajectoires.....	55
Figure(III.8):Variation des surfaces S_1 , S_2 et de commande u avec un changement des trajectoires.....	56
Figure(III.9):L'évolution de la fonction objective (J) pour les stratégies de la commande	57
Figure(III.10):Variation des variables d'état x_1 et x_3	57
Figure(III.11):Variation des surfaces S_1 , S_2 et de commande u	58
Figure(III.12):Variation des variables d'état x_1 et x_3 avec un avec un changement des trajectoires.....	58
Figure(III.13):Variation de la variables les surfaces S_1 , S_2 et la commande u avec un changement des trajectoires	59

Liste des tableaux

Tableau(III.1):Algorithme d'optimisation par essaim de particules	50
Tableau(III.2):Fixation de la vitesse maximale.....	50
Tableau(III.3):Paramètres optimaux de la commande.....	53
Tableau(III.4):Paramètres optimaux de la commande.....	56
Tableau(III.5):Comparaison entre la commande par mode glissant optimisée et la commande par mode glissant non optimisée	60

Introduction générale

1. Introduction :

La commande des systèmes non linéaires sous-actionnés, possédant plus de degrés de liberté que d'une entrée de commande et deux sorties, est un défi qui a attiré beaucoup de chercheurs Durant les dernières décennies. Dans la littérature on trouve que les commandes classiques pour ce genre de systèmes ont présenté leurs limitations tels que la robustesse, la précision,etc. Pour surmonter à ces limitations, la commande par mode glissant sera étudiée et appliquée pour cette classe des systèmes.

La commande par mode glissant est une commande non linéaire naturellement discontinue, basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hyper-surface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à coïncider avec celle définie par l'équation de l'hyper-surface. Quand l'état est maintenu sur cette hyper-surface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique demeure alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont vérifiées. Ce type de commande présente plusieurs avantages tels que la robustesse, la stabilité, et la simplicité de réalisation. Cependant, le phénomène de Chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs. Pour remédier à cet inconvénient, plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature. Dans [1], les auteurs introduisent une bande de transition autour de la surface de glissement qui consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation. D'autres approches [2], [3] ont été également proposées, combinant le mode de glissement avec la commande par logique floue pour développer une commande hybride appelée fuzzy-sliding mode control.

Il est à noter que le problème majeur de la commande réside dans le manque de méthodes systématiques pour le choix des valeurs des paramètres, en particulier dans le cas des systèmes non linéaires sous-actionnés. La conception et la synthèse se basent sur l'expertise et les connaissances a priori sur le processus à commander. Pour remédier à cet inconvénient, plusieurs techniques d'optimisation ont été utilisées afin de calculer d'une manière optimale les paramètres des lois de commande. On peut citer, entre autres ; les algorithmes génétiques, les algorithmes de colonies de fourmis et l'essaim de particules. Ces derniers, appelés méthode d'optimisation par essaim de particules (OEP) (en anglais, Particle Swarm Optimization PSO) [4] s'inspire du comportement des animaux vivant en essaims (abeilles, oiseaux, poissons . . .

Introduction générale

etc). Les algorithmes OEP seront utilisés dans le présent travail pour le calcul des paramètres de la loi de commande que nous synthétiserons pour les systèmes non linéaire sous-actionnés.

2. Organisation du mémoire :

Le travail de mémoire est principalement organisé en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, nous donnons quelques notions de base sur la commande par mode glissant en mettant en évidence leurs principes ainsi que leurs applications.

Le deuxième chapitre présente la synthèse et l'application de la commande par mode glissant pour les systèmes non linéaires sous actionnés. Premièrement nous donnons le model dynamique sous forme d'espace d'état de cette classe des systèmes. Deuxièmement, nous donnons les concepts de base de la stratégie de commande choisie où le système global est décomposé en deux sous systèmes, chaque sous-système ayant sa propre surface de glissement, une variable intermédiaire z est utilisée pour hiérarchiser les deux surfaces et calculer la commande afin de contrôler les deux sorties du système. Finalement nous avons choisi comme exemple d'application le système pendule inversé-chariot et le système bille-barre.

Le troisième chapitre présente l'optimisation de la commande synthétisée en utilisation l'algorithme d'essaim de particules, afin de concevoir les meilleurs paramètres de la commande. L'objective de l'optimisation est de minimiser un critère basé sur l'intégrale des valeurs absolus des erreurs sur les deux sorties.

Enfin, une conclusion générale résume les principaux résultats obtenus dans ce travail.

Chapitre I

Commande par mode glissant

I.1-Introduction :

Dans la commande des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, les lois de commande classique peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités [5].

La commande par mode glissant a connu un grand succès ces dernières années. Cela est dû à la simplicité de mise en œuvre et la robustesse par rapport aux incertitudes du système et des perturbations externes entachant le processus.

La commande par mode glissant est une des techniques de commandes les plus connues efficaces et robustes en automatique pour des applications en robotique et machines électriques. Des propriétés intéressantes des contrôleurs par modes glissants sont illustrées où des études expérimentales sur des systèmes mécaniques présentant des frottements secs, un servomoteur et des robots à trois degré de liberté, sont présentées. Les commandes par modes glissants (CMG) sont réalisées de manière à contraindre les trajectoires du système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation après un temps fini. Il y a deux principaux avantages à une telle approche. Tout d'abord, le comportement dynamique résultant peut être déterminé par le choix d'une surface adéquate. Ensuite, la réponse du système en boucle fermée présente de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations, ce qui fait de cette méthode une candidate sérieuse dans la perspective de l'élaboration de commandes robustes. Cependant, la plupart des algorithmes de CMG d'ordre arbitraire souffrent de l'absence de conditions suffisantes de convergence constructives. La tâche de réglage des paramètres de la loi de commande s'avère alors difficile lorsqu'il s'agit d'atteindre des performances bien spécifiques pour le système bouclé. Ce handicap fait que ces techniques perdent de leur pertinence. Ainsi, la recherche d'algorithmes garantissant un régime glissant d'ordre quelconque et proposant un réglage simple des paramètres de la loi de commande en vue d'atteindre les performances désirées, présente un réel intérêt.

Dans ce chapitre, nous verrons une présentation générale de la commande par mode glissant.

I.2-Système à structure variable :

La commande à structure variable par régime glissant, apparue depuis le début des années 60, grâce aux résultats théoriques du mathématicien A.F. Philipov, est une commande non linéaire basée sur l'utilisation d'un terme discontinu. Après les travaux développés par l'équipe du professeur Emelyanov en union Soviétique et à cause des problèmes de broutements et de réalisation, la commande à structure variable a attendu la fin des années soixante-dix pour connaître sa réapparition et son épopée avec l'avancée de l'électronique et l'informatique. En effet, cette commande est basée sur une commutation à haute fréquence pour un meilleur régime glissant [6].

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes [7] :

➤ Le mode de convergence (MC)

Le mode de convergence (MC) : durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.

➤ Le mode de glissement (MG)

Le mode de glissement (MG) : durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique dans ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement.

➤ Le mode du régime permanent (MRP)

Le mode du régime permanent (MRP) : il est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase). Il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

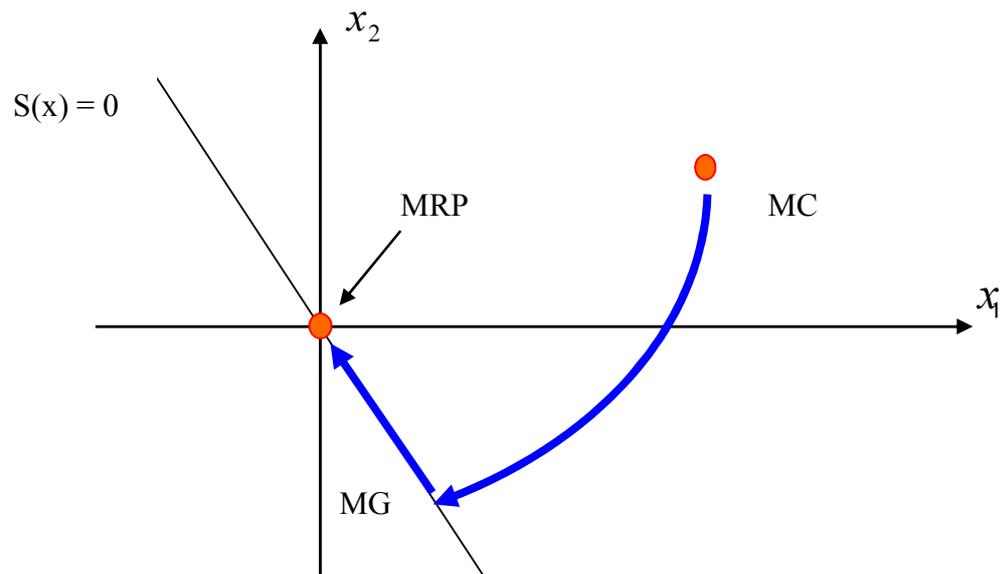


Figure (I.1): Le différent mode pour la trajectoire dans le plan de Phase

I.3- Conception de la commande par mode de glissement :

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre :

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

I.3.1- Choix de la surface de glissement :

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{t})\mathbf{u} \quad (\text{I.1})$$

- Où f et g sont des fonctions non linéaires, est supposée inversible.
- u : L'entrée du système.
- x^n : vecteur d'état du système.

La fonction S est appelée par abus de langage surface de glissement, cette dernière peut être une droite ou une hyper surface selon l'ordre du système à commander.

Propose par (J. Slotine) une forme générale qui consiste à définir une fonction scalaire des surfaces de glissement dans le plan de phase (figure (I.2)), dans le but est d'assurer la

convergence d'une variable d'état x vers sa valeur de consigne x_d cette fonction est donnée par l'équation suivante [1] :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \cdot e(x) \quad (\text{I.2})$$

$e(x)$ est l'erreur entre la variable à réguler et sa référence : $e(x) = x_d - x$

λ : est une constante strictement positive, représentant la pente de la surface de glissement.

n : est un degré relatif du système qui représente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

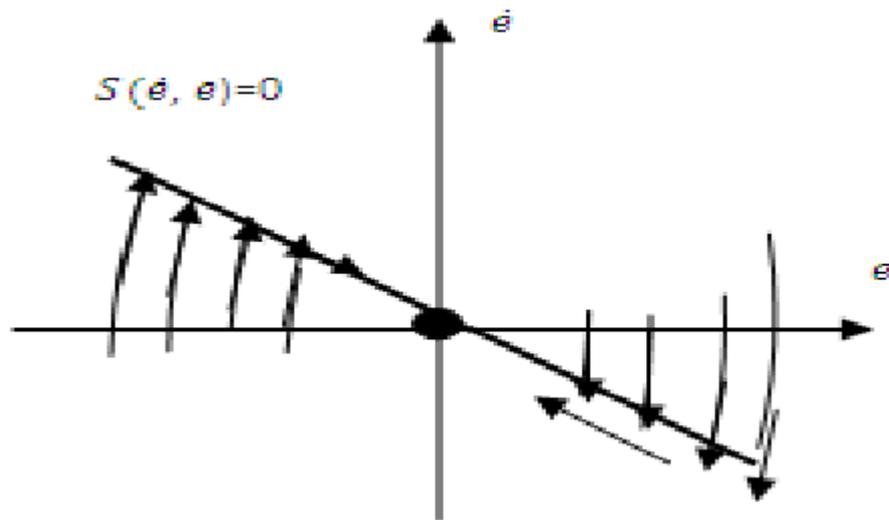


Figure (I.2): Surface de glissement

I.3.2- Condition d'existence et de convergence :

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y demeurer, indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence :

- une fonction discrète de commutation.
- La fonction de Lyapounov.

I.3.2.1- La fonction discrète de commutation :

C'est la première condition de convergence (attractivité). Elle est proposée et étudiée par Emilyanov et Utkin [8].

Il s'agit de donner, à la surface une dynamique convergente vers zéro Elle est formulée par :

$$\dot{s}(x) > 0 \text{ lorsque } s(x) < 0$$

$$\dot{s}(x) < 0 \text{ lorsque } s(x) > 0$$

Cette condition peut être donnée autrement par :

$$\dot{\mathbf{s}}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{s}(\mathbf{x}) < 0 \quad (\text{I.3})$$

Elle est globale mais ne garantit pas en revanche un temps d'accès fini.

Cette condition est toutefois difficile à utiliser pour faire la synthèse de la loi de commande, particulièrement dans le cas d'un système multi-entrées [9].

I.3.2.2- La fonction de Lyapounov :

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive ($V(x) > 0$) pour les variables d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction ($\dot{V}(x) < 0$). Cette fonction est généralement utilisée pour garantir la stabilité des systèmes non linéaires.

En définissant la fonction de Lyapunov par :

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{S}^2(\mathbf{x}) \quad (\text{I.4})$$

Et sa dérivée par :

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \mathbf{S}(\mathbf{x}) \cdot \dot{\mathbf{S}}(\mathbf{x}) \quad (\text{I.5})$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative.

Ceci est vérifié si :

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) \cdot \dot{\mathbf{S}}(\mathbf{x}) < 0 \quad (\text{I.6})$$

L'équation (I.6) montre que le carré de la distance vers la surface, mesuré par ($S^2(x) > 0$), diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface des deux côtés. Cette condition suppose un régime glissant idéal.

I.3.3- Calcul de la commande :

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants. Une des hypothèses essentielles dans la conception des systèmes à structure variable

contrôlés par les modes glissants, est que la commande doit commuter entre u_{\max} et u_{\min} instantanément (fréquence infinie), en fonction du signe de la surface de glissement (figure (I.3)).

Dans ce cas, des oscillations de très haute fréquence appelées 'broutement' ou 'Chattering' apparaissent dans le mode de glissement.

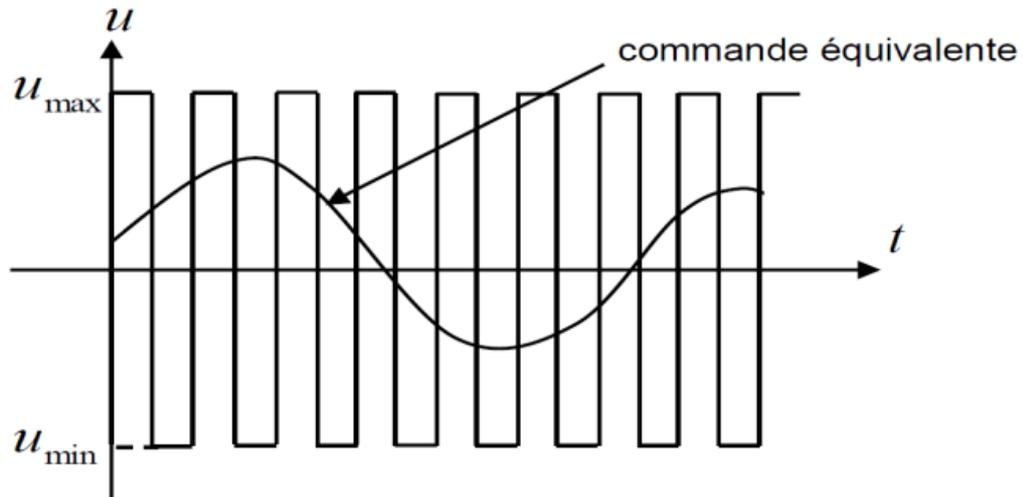


Figure (I.3): Commande équivalente

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée. La partie continue permet de réduire l'amplitude de la partie discontinue.

En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité [10]. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement se compose de deux parties :

- une concernant la linéarisation exacte u_{eq} .
- et l'autre attractante u_n .

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_n(t) \quad (I.7)$$

u_{eq} Correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin. Elle sert à maintenir l'état sur la surface de glissement ($V(x)=0$). Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par :

$$\dot{\mathbf{S}}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (I.8)$$

$u_n(t)$ Est introduite pour satisfaire la condition de convergence $\dot{S}(x)S(x) < 0$. Il détermine ainsi le comportement dynamique du système durant le mode de convergence, donc pour garantir l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface de glissement et elle est donnée par :

$$\dot{S}(x) = u_n(t) \quad (I.9)$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre u_{min} et u_{max} .

I.3.3.1- Expression analytique de la commande :

Nous intéressons au calcul de la commande équivalente et par la suite au calcul de la commande attractive du système défini dans l'espace d'état par l'équation (I.10) [11] [12].

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t) \quad (I.10)$$

La commande est composée de deux grandeurs : u_{eq} et u_n , soit:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_n(t) \quad (I.11)$$

Nous avons :

$$\dot{S}(x) = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dS}{dx} (\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}_{eq}(t)) + \frac{dS}{dx} \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}_n \quad (I.12)$$

En mode de glissement et en régime permanent, la dérivée de la surface est nulle (car la surface est égale à zéro). Ainsi, nous obtenons :

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = - \left(\frac{dS}{dx} \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \right)^{-1} \left(\frac{dS}{dx} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \right), \quad \mathbf{u}_n = \mathbf{0} \quad (I.13)$$

Durant le mode de convergence, en remplaçant le terme u_{eq} par sa valeur tirée de l'équation (I.13) dans l'équation (I.12). Donc, nous obtenons une nouvelle expression de la dérivée de la surface, soit :

$$\dot{S}(x) = \frac{dS}{dx} \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}_n \quad (I.14)$$

Le problème revient à trouver u_n tel que :

$$S(x)\dot{S}(x) = S(x) \frac{dS}{dx} \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}_n < 0 \quad (I.15)$$

I.3.3.2- Commande discontinue (fonction signe) :

La solution la plus simple est de choisir u_n sous la forme de relais (figure(I.4)). Dans ce cas, la commande s'écrit comme suit :

$$u_n = K \cdot \text{sign}(S(x)) \quad (\text{I.16})$$

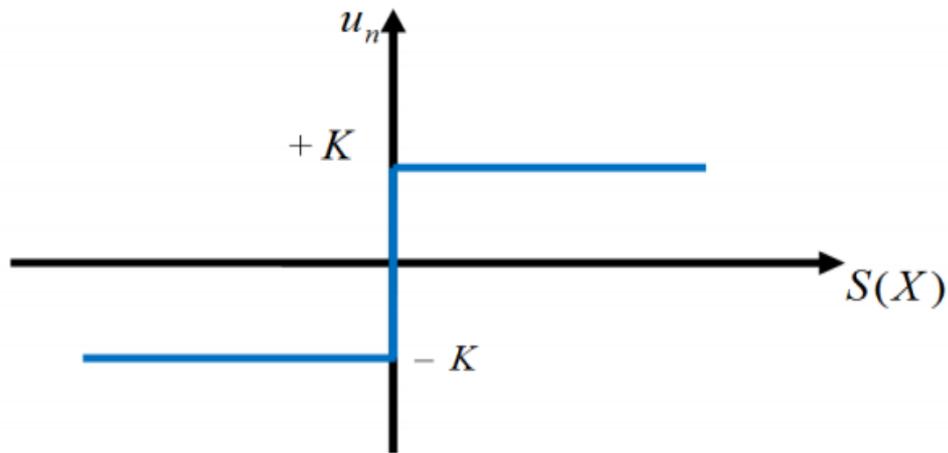


Figure (I.4): Représentation de la fonction " Signe "

En remplaçant l'expression (I.16) dans (I.15) on obtient :

$$S(x)\dot{S}(x) = \frac{dS}{dx} g(x, t) K |S(x)| < 0 \quad (\text{I.17})$$

Où le facteur $\frac{dS}{dx} g(x, t)$ est toujours négatif pour la classe de système que nous considérons. Le gain K est choisi positif pour satisfaire la condition (I.17). Le choix de ce gain est très influent car, s'il est très petit, le temps de réponse sera très long, et s'il est très grand, nous aurons des fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de Chattering), ou même détériorer l'organe de commande.

I.4-Elimination du phénomène de Chattering :

Le phénomène de Chattering est provoqué par une commutation rapide de la commande quand les techniques des modes glissants sont utilisées. Ce phénomène est indésirable car il ajoute au spectre de la commande des composantes de haute fréquence.

Le broutement (phénomène de Chattering) peut être réduit en remplaçant la fonction « **Signe** » par une fonction de saturation adéquate qui filtre les hautes fréquences. On donne ci-dessous un exemple de fonction de saturation (figure (I.5)).

- Fonction SAT :

$$\begin{cases} \mathit{sat}(S) = 1 & \text{si } S > \mu \\ \mathit{sat}(S) = -1 & \text{si } S < -\mu \\ \mathit{sat}(S) = \frac{S}{\mu} & \text{si } |S| < \mu \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

μ : Un paramètre petit et positif.

- Fonction SMOOTH :

On peut aussi remplacer la fonction « **signe** » par une fonction de « **Smooth** ». On donne ci-dessous un exemple de ce type de fonction (figure(I.5)).

$$\mathit{Smooth}(S) = \frac{S}{|S| + \mu} \quad (\text{I.19})$$

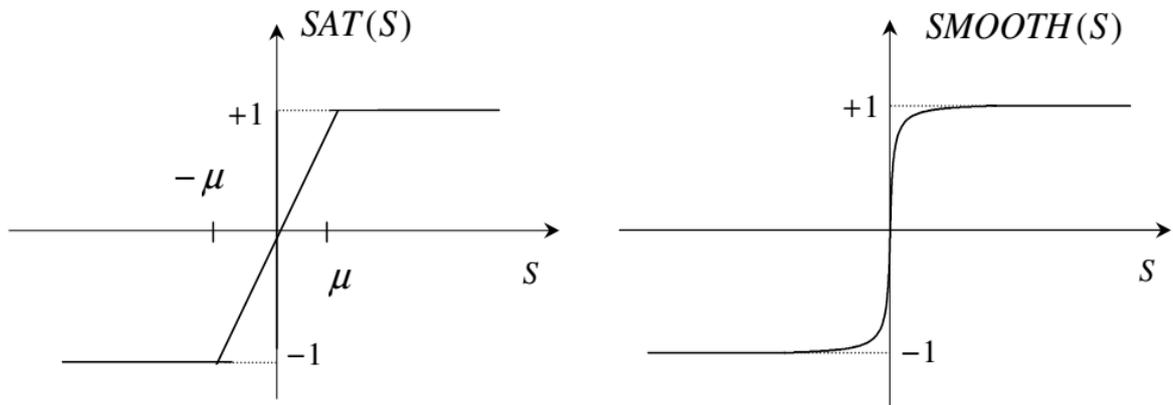


Figure (I.5): Fonction « SAT » et « SMOOTH »

I.5-Domaine d'application du réglage par mode glissant :

La technique du réglage par mode glissant a connu des développements importants dans tous les domaines de la commande. Dans le domaine des commandes hydrauliques ou pneumatiques, il existe des valves fonctionnant par tout ou rien qui ne possèdent que deux états stables, complètement ouvertes ou complètement fermées. Ces valves admettent des fréquences de commutation de quelques 10Hz.

Les entraînements électriques pour des machines-outils ou des robots, entraînements qui nécessitent, soit un réglage de la vitesse de rotation, soit un réglage de position, dans ce cas le

comportement dynamique à haute performance et la possibilité de limiter facilement certaines grandeurs (comme le courant et la vitesse de rotation) sont des avantages incontestables en faveur du réglage par mode glissant, il faut mentionner que dans certains domaines tels que : les processus chimiques et métallurgies, où il y'a des réglages qui font appel à des régulateurs à deux positions [13].

I.6-Les avantages et les Inconvénients de la commande par mode glissant :

I.6.1- Avantage:

La réponse du système est insensible et robuste aux variations de certains paramètres et aux effets troubles de la charge, et perturbations [14].

- Il suffit de connaître une borne pour u , ce qui simplifie le réglage.
- Le choix de la surface de commutation est assez libre.
- La commande est adoucie par la présence de la commande équivalente, celle-ci peut être supprimée au prix d'une augmentation de u .

I.6.2- Inconvénients:

- Les retards purs en série avec le système en boucle ouverte (retards inhérents au système, échantillonnage...).
- Les dynamiques non modélisées des capteurs et des observateurs, qui retardent le moment où le régulateur prend conscience qu'il faut inverser la commande.
- Les dynamiques non modélisées des actionneurs et autres dynamiques rapides du système, qui retardent le moment où la commande est suffisamment forte pour rapprocher le système de la surface de glissement [14].

I.7-Application au système pendule inversé :

Dans cette partie on s'intéresse à l'application de la commande par mode de glissement sur le pendule inversé. Le pendule est représenté sous sa forme simplifiée comme le présente la (figure(I.6)), il est commandé par la force F appliquée au chariot, la grandeur à régler est la position angulaire θ .

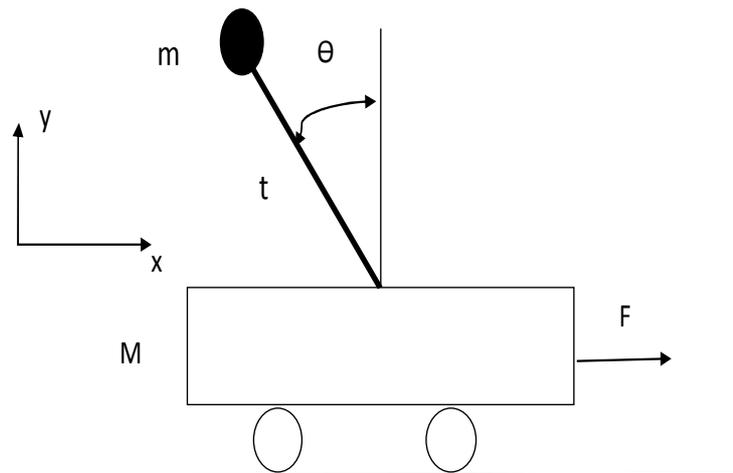


Figure (I.6): Pendule inversé

Le modèle dynamique du système est donné par [15] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(X) + g(X)u(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{I.20})$$

Avec

$$f(X) = \frac{g \sin x_1 - \frac{m_p L x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_p + m_c}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m_p \cos x_1^2}{m_p + m_c} \right)} \quad (\text{I.21})$$

$$g(X) = \frac{\frac{\cos x_1}{m_p + m_c}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m_p \cos x_1^2}{m_p + m_c} \right)} \quad (\text{I.22})$$

Avec, $x_1 = \theta$ est l'angle du pendule et x_2 la vitesse angulaire. $m_p=0.1\text{kg}$; $m_c =1 \text{ kg}$; $m_t=m_c+m_p$; $l=0.5\text{m}$; $g=9.8\text{m/s}^2$.

I.7.1- Choix de la surface :

Ainsi le problème de poursuite de trajectoire consiste à déterminer la loi de commande $u(x)$ qui permet d'assurer la convergence du vecteur d'état $x(t) = [x_1, x_2]$ vers le vecteur d'état désiré $x_d(t) = [x_{1d}, x_{2d}]$ avec une erreur de poursuite sur la première composante du vecteur d'état $x(t)$:

Puisque le degré relatif $n=2$, alors la surface de glissement est définie par :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{2-1} \cdot e$$

$$e = x_1 - x_{1d} \quad (I.23)$$

$$s(x) = \lambda e + \dot{e} = \lambda(x_1 - x_{1d}) + \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \quad (I.24)$$

Où λ est une constante de glissement strictement positive.

I.7.2- Calcul de la commande :

Pour trouver u_{eq} on dérive l'équation (I.24) et on la met à 0 ; nous obtenons :

$$\dot{S}(x) = \lambda \dot{e} + \ddot{e} = \lambda \dot{e} + \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d} = \lambda \dot{e} + f(x) + g(x)u_{eq} - \ddot{x}_{1d} = 0 \quad (I.25)$$

$$u_{eq} = -g^{-1}(f(x) + \lambda \dot{e} - \ddot{x}_{1d}) \quad (I.26)$$

Pour satisfaire la condition de stabilité au sens de Lyapunov, la commande $u_n(t)$ est choisie comme suit :

$$u_n(t) = K \cdot \text{sign}(S(x)) \quad (I.27)$$

La commande globale est donnée par :

$$u(t) = -g^{-1}(f(x) + \lambda \dot{e} - \ddot{x}_{1d}) - g^{-1}K \cdot \text{sign}(S(x)) \quad (I.28)$$

I.7.3- Analyse de stabilité :

Nous considérons la fonction de Lyapunov donnée par :

$$V(x) = \frac{1}{2} \cdot S^2(x) \quad (I.29)$$

Pour que le système soit stable il faut que :

$$\dot{V}(x) = S(x) \cdot \dot{S}(x) < 0 \quad (I.30)$$

On a :

$$\dot{S}(x) = \lambda \dot{e} + f(x) + g(x)u - \ddot{x}_{1d} \quad (I.31)$$

Par la substitution de la formule de commande $u(t)$ dans l'équation (I.31) on obtient alors :

$$\dot{S}(x) = \lambda \dot{e} + f(x) + g(x)[-g^{-1}(f(x) + \lambda \dot{e} - \ddot{x}_{1d}) - g^{-1}K \cdot \text{sign}(S(x))] - \ddot{x}_{1d} \quad (I.32)$$

Ce que veut dire :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = -S(x) \cdot K \cdot \text{sign}(S(x)) < 0$$

$$-K \cdot |S| < 0 \quad (I.33)$$

On peut conclure que la stabilité au sens de Lyapunov est vérifiée.

I.7.4- Résultats de Simulation :

Les résultats de simulation pour une poursuite de trajectoire sinusoïdale (avec $x_1(0)=0.2$) sont donnés par les figures suivantes. On a fixé le facteur λ à 15, et on a varié le facteur K entre 2 et 25. La variation de la position du pendule est donnée par la figure suivante. Si $K=25$ nous remarquons une excellente rapidité au temps de réponse et une poursuite satisfaisant du système. Si $K=2$ le système devient un peu lent.

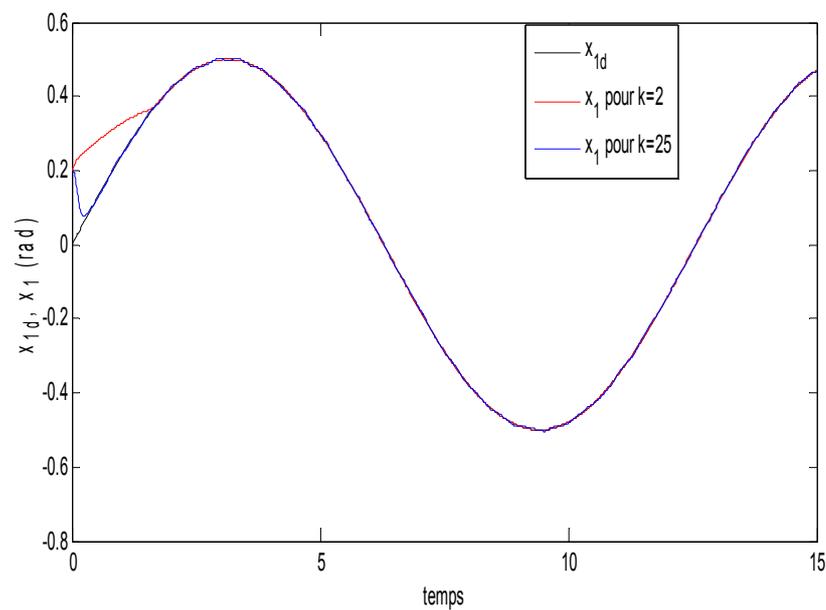


Figure (I.7): Variation de la position angulaire du pendule (désirée et réelle) pour différentes valeur de K

La figure ci-dessous présente la variation de la surface de glissement S ; d'après cette figure on peut conclure que l'amplitude du Chattering dépend fortement de la valeur de K ; si K augment l'amplitude augment aussi.

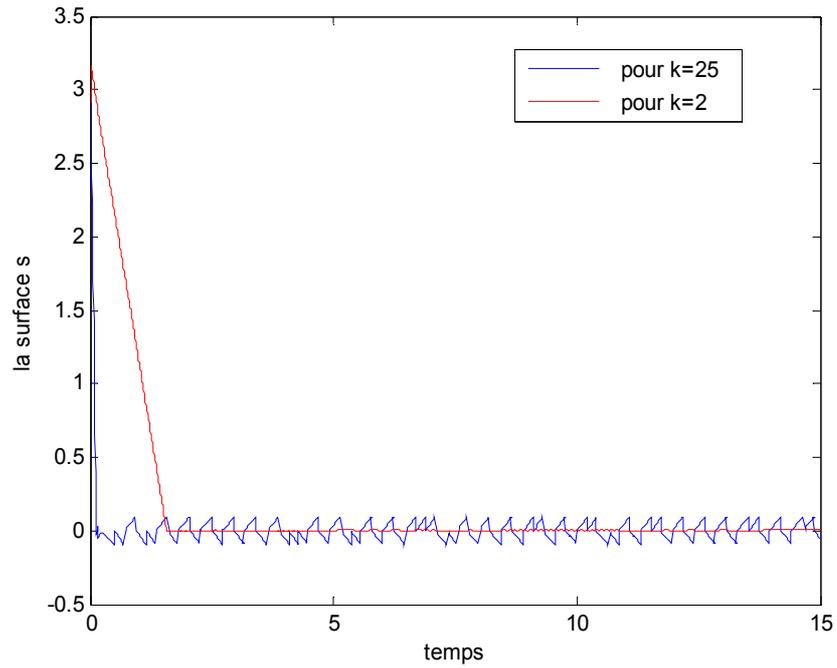


Figure (I.8): Variation de la surface de glissement

La figure ci-dessous présente le signal de commande u . le phénomène de Chattering est apparu à cause de présence de la fonction *sign* dans l'expression de commande. On observe aussi que l'amplitude des oscillations dépende fortement par la valeur de K ; ce qui justif la discussion ci-dessus (partie 3.3).

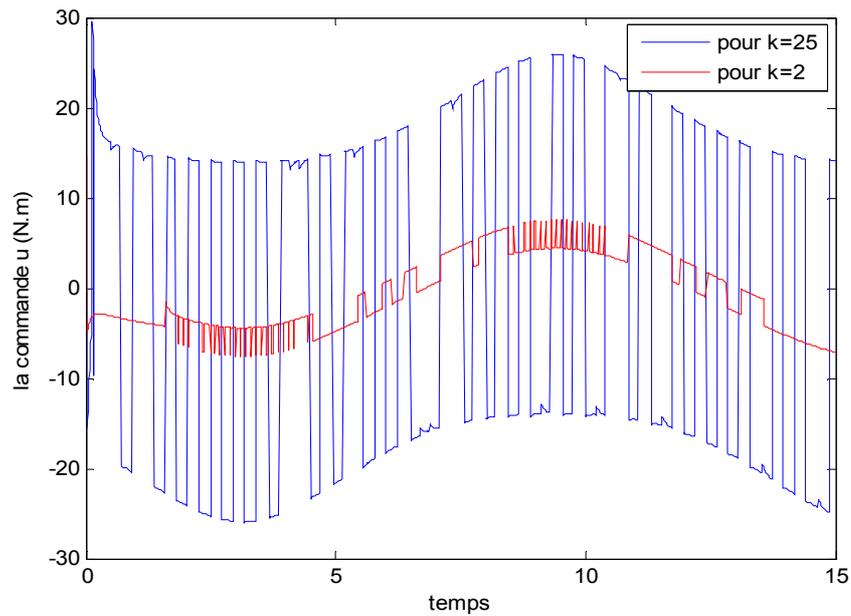


Figure (I.9): Variation de la commande

- Parmi les solutions pour éliminer ce phénomène de Chattering on remplace la fonction **sign(s)** par **sat(s)** dans la commande discontinue ; les résultats obtenus sont présentés par les figures suivants :

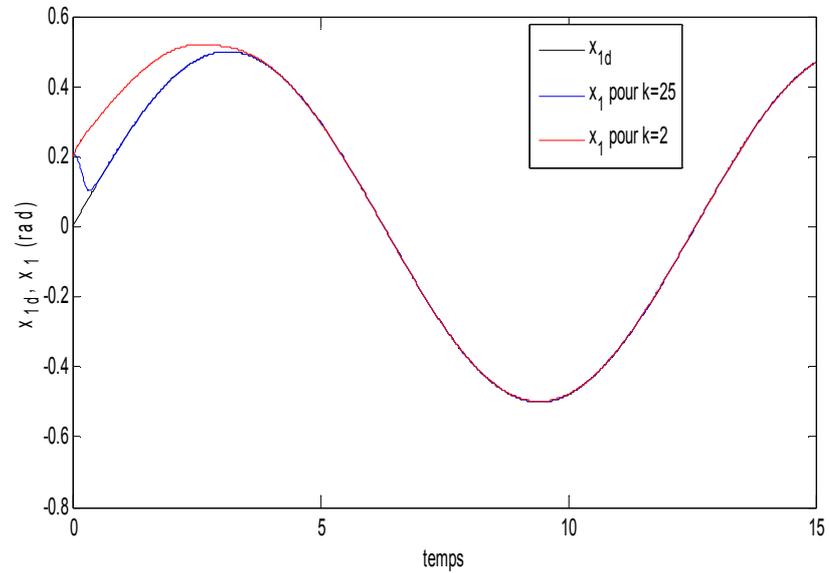


Figure (I.10): Variation de la position angulaire du pendule (désirée et réelle)

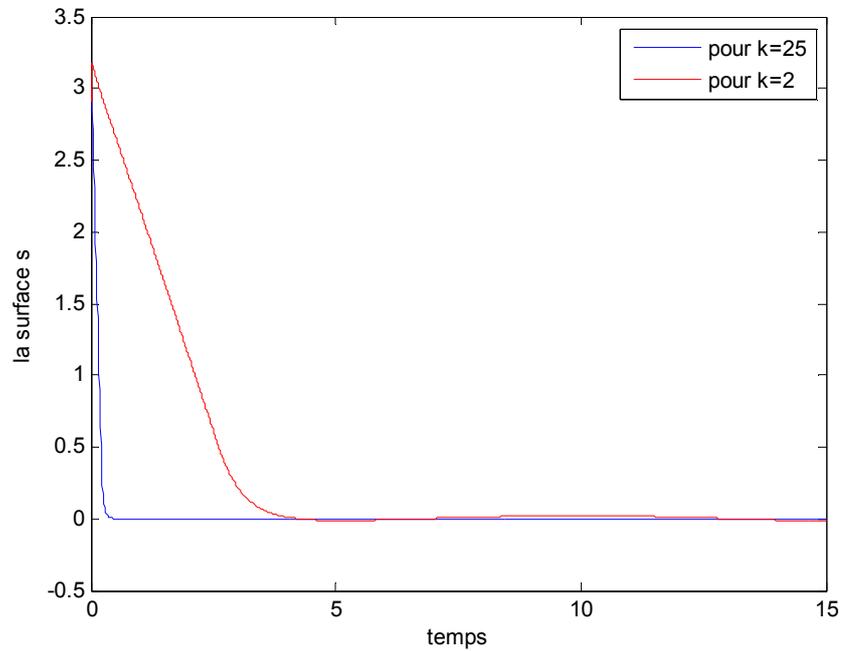


Figure (I.11): Variation de la surface de glissement

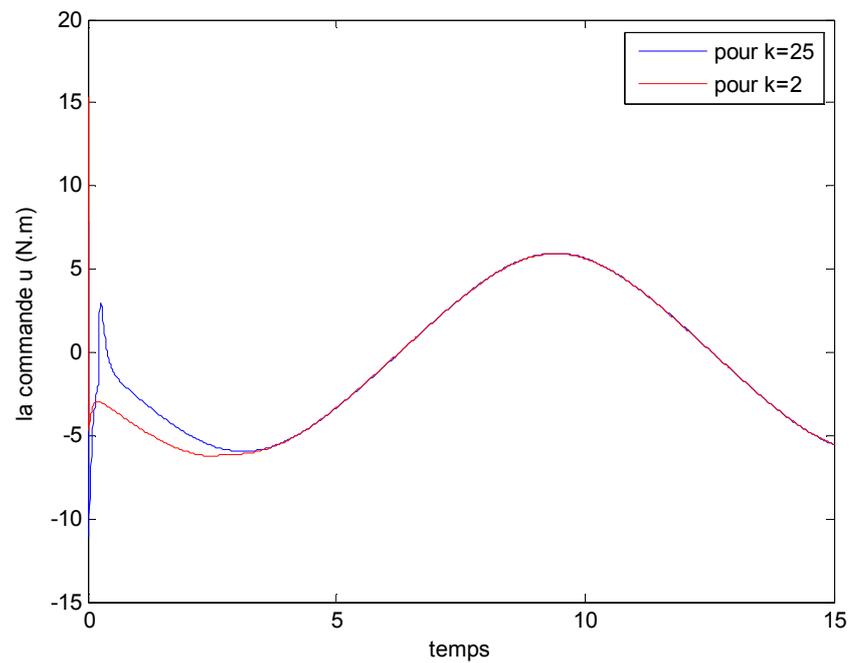


Figure (I.12): Variation de la commande

Il est clair que le remplacement de la fonction **sign (s)** par **sat (s)** nous a résolu le problème de Chattering. La commande du système rend plus lisse, Et force la sortie à suivre le signal de référence, cette poursuite s'effectue, donc en assure la convergence de surface vers le zéro en temps fini d'une part, et la stabilité de notre système d'autre part.

I.8-Conclusion :

Dans ce chapitre, on a abordé une méthode de réglage moderne, c'est le réglage par mode glissant. On a présenté le principe et la mise en œuvre de cette méthode de commande qui nécessite principalement trois étapes :

- 1) le choix de la surface : le choix de la surface de glissement concerne non seulement le nombre de ces surfaces, mais leur forme, en fonction de l'application et l'objectif visé.
- 2) l'établissement des conditions de convergence : c'est la condition qui permet aux dynamiques du système de converger vers les surfaces de glissement.
- 3) la détermination de la commande : une fois la surface de glissement choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point.

Le système est soumis à chaque instant à une commande de valeur élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci peut être inacceptable. Parmi les solutions proposées à ces problèmes on a cité la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation *sign* dans la commande par une fonction de saturation.

Chapitre II

Commande par mode glissant des systèmes sous actionnés

II.1-Introduction :

Dans les dernières années ont vu la commande des systèmes non linéaires sous-actionnés ou à entrée unique et plusieurs sorties, particulièrement à une entrée et deux sorties à gagner une place importante et attirer un certain nombre de chercheurs. Par exemple, dans [16] des régulateurs PID (Proportionnel Intégral Dérivé) sont appliqués à la stabilisation et commande de poursuite de trois types de pendules inversés ; dans [17] le régulateur PID est combiné avec la Commande linéaire quadratique (en anglais Linear Quadratic Regulator (LQR)) afin d'aboutir à une commande résultante optimale ; un contrôleur flou avec estimation de ses paramètres a été proposé dans [18]. Une commande intelligente basée sur le PD (Proportionnel Dérivé) flou type-2 a été également proposée dans [19].

La conception de la commande par mode glissant pour ce genre de systèmes constitue un défi de taille. En premier lieu, deux surfaces de glissement sont utilisées avec une variable intermédiaire transférée de la seconde surface vers la première (considérée comme principale), afin d'hierarchiser les deux surfaces de glissement [20]. En second lieu, une loi de commande a été synthétisée afin de commander les deux sorties du système. La condition de stabilité au sens de Lyapunov a été présentée.

Enfin, l'efficacité et la robustesse de l'approche de commande par mode glissant, est démontrée à travers des résultats de simulation avec le système pendule inversé-chariot et le système Bille-Barre.

II.2-Description du système :

Soit le système non linéaire décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2(t) \\
 \dot{x}_2 &= f_1(X) + g_1(X)u(t) \\
 \dot{x}_3 &= x_4(t) \\
 \dot{x}_4 &= f_2(X) + g_2(X)u(t)
 \end{aligned} \tag{II.1}$$

Avec :

$X=[x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(X)$, $f_2(X)$, $g_1(X)$ et $g_2(X)$ sont des fonctions non linéaires, $u(t)$ est la commande du système appliquée aux deux sous systèmes, $Y = [x_1, x_3]$ est le vecteur de sortie du système.

II.3-Synthèse de la commande par mode glissant :

L'idée principale de la commande par mode glissant pour le système (II.1) peut être présentée comme suit :

On découple le système global en deux sous systèmes (le premier sous-système contient les états: x_1 et x_2 , et le deuxième contient les états x_3 et x_4), et on définit deux surfaces de glissement S_1 et S_2 :

$$S_1 = \dot{e}_1 + \lambda_1 \cdot e_1 \quad e_1 = x_1 - x_{1d} \tag{II.2}$$

$$S_2 = \dot{e}_3 + \lambda_2 \cdot e_3 \quad e_3 = x_3 - x_{3d} \tag{II.3}$$

Avec λ_1 et λ_2 sont des constants positives.

Notez que l'objectif de la commande consiste à forcer les états du premier sous-système à se déplacer vers la surface de glissement $S_1 = 0$ et converger vers $x_1 = x_{1d}$, $x_2 = \dot{x}_{1d}$. Le deuxième objectif est de forcer les états du deuxième sous-système à se déplacer vers la surface de glissement $S_2 = 0$ et converger vers $x_3 = x_{3d}$, $x_4 = \dot{x}_{3d}$.

Puisque l'utilisation d'une commande u_1 calculée à partir de la surface de glissement S_1 , n'assure que la convergence des états x_1 , x_2 aux souhaités, valeurs et l'utilisation d'une commande u_2 calculée à partir de la surface de glissement S_2 , n'assure que la convergence états x_3 , x_4 , nous prenons en compte l'idée donnée dans [20] qui consiste à utiliser une variable intermédiaire z de l'équation (II.5) présentant les informations transférées de S_2 vers S_1 .

En effet, la surface de glissement S_1 est modifiée comme dans l'équation (II.4) et surface S_2 conserve toujours la même forme telle que dans l'équation (II.3).

Cette modification change l'objectif de la commande de $x_1 = x_{1d}$, $x_2 = \dot{x}_{1d}$ et $x_3 = x_{3d}$, $x_4 = \dot{x}_{3d}$ à $x_1 = x_{1d} + z$, $x_2 = \dot{x}_{1d}$ et $x_3 = x_{3d}$, $x_4 = \dot{x}_{3d}$.

$$S_1 = \dot{e}_1 + \lambda_1 \cdot (e_1 - z) \quad (\text{II.4})$$

$$z = \text{sat}\left(\frac{S_2}{\varphi_2}\right) \cdot K_2, \quad 0 < K_2 < 1 \quad (\text{II.5})$$

Avec φ_2 est la bande limite de la surface de glissement S_2 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande.

D'après l'équation (II.4), si $S_1 = 0$, alors $x_1 = x_{1d} + z$, $x_2 = \dot{x}_{1d}$. D'autre part, lorsque $S_2 \neq 0$ alors $z \neq 0$. Il en résulte que l'objectif de la commande est de réduire S_2 . Lorsque S_2 diminue, z diminue aussi. En résumé, lorsque $S_2 \rightarrow 0$: avec $x_3 = x_{3d}$, alors $z \rightarrow 0$ avec $x_1 = x_{1d}$, alors

$S_1 \rightarrow 0$ et ainsi l'objectif de la commande est atteint. L'objectif de commande sera, donc atteint quand $S_1 = 0$ et $S_2 = 0$. Dans ce cas, si $t_{f1} \geq t_{f2}$, t_{f2} est non considéré, t_f sera égal à t_{f1} . En outre, si $t_{f2} \geq t_{f1}$, t_{f1} est non considéré, t_f sera égal à t_{f2} ; avec t_{f1} , t_{f2} et t_f respectivement le temps final (pour l'erreur $e=0$) de sous-système 1 système 2 et système global.

D'après l'équation (II.5) la valeur absolue maximale de e_1 sera limitée.

Démonstration : L'équation (II.4) peut être réécrite comme suit :

$$S_1 = \dot{e}_1 + \lambda_1 \cdot e_1 - \lambda_1 \cdot \text{sat}\left(\frac{\dot{e}_3 + \lambda_2 \cdot e_3}{\varphi_2}\right) \cdot k_2 \quad (\text{II.6})$$

Supposant que :

$$|\dot{e}_3 + \lambda_2 \cdot e_3| \leq \varphi_2 \quad (\text{II.7})$$

Nous sommes dans la partie linéaire de la fonction «**sat**» et alors (II.6) devient

$$S_1 = \dot{e}_1 + \lambda_1 \cdot e_1 - \lambda_1 \cdot \left(\frac{\dot{e}_3 + \lambda_2 \cdot e_3}{\varphi_2}\right) \cdot k_2 \quad (\text{II.8})$$

En régime glissant on a $S_1 = 0$. Le point d'équilibre est atteint quand $t \rightarrow \infty$ dans ce cas $\dot{e}_1 = \dot{e}_3 = 0$. Donc on trouve que:

$$S_1 = 0 = \lambda_1 \cdot e_1 - \lambda_1 \cdot \left(\frac{\lambda_2 \cdot e_3}{\varphi_2}\right) \cdot k_2 \Rightarrow e_1 = \left(\frac{\lambda_2 \cdot e_3}{\varphi_2}\right) \cdot k_2 \quad (\text{II.9})$$

Si la relation (II.7) est vérifiée, alors nous aurions en régime glissant $\left| \frac{\lambda_2 \cdot e_3}{\varphi_2} \right| \leq 1$. donc par substitution dans (II. 9) on obtien $|e_1| \leq k_2$.

La structure générale de la commande qui répond à la condition de stabilité peut être écrite comme suit :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_n \quad (\text{II.10})$$

Avec u_{eq} est la commande équivalente calculée à partir de $\dot{S}_1 = 0$, et un la commande discontinue ou attractante.

La dérivée par rapport au temps de l'équation (II.4) donne :

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \dot{e}_1 + \lambda_1 \cdot (e_1 - \dot{z}) \\ &= (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d}) + \lambda_1 \cdot (e_1 - \dot{z}) \\ &= (f_1 + g_1 u - \ddot{x}_{1d}) + \lambda_1 \cdot (e_1 - \dot{z}) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Avec \dot{z} est donné par l'expression suivante :

$$\dot{z} = \begin{cases} \frac{k_2}{\varphi_2} \cdot S_2 & \text{si } \left| \frac{S_2}{\varphi_2} \right| < 1 \\ 0 & \text{si } \left| \frac{S_2}{\varphi_2} \right| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Et \dot{S}_2 par :

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= \dot{e}_3 + \lambda_2 \cdot e_3 \\ &= \ddot{x}_3 - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \cdot e_3 \\ &= f_2 + g_2 u - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \cdot e_3 \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

En substituant l'équation (II.13) et l'équation (II.12) dans l'équation (II.11) et en posant $\dot{S}_1 = 0$, la commande équivalente pour le système non perturbé est obtenue :

$$\mathbf{u}_{eq} = \frac{-1}{\left(g_1 - \lambda_1 \frac{k_2}{\varphi_2} g_2\right)} \left[f_1 - \ddot{x}_{1d} - \lambda_1 \frac{k_2}{\varphi_2} \cdot (f_2 - \ddot{x}_{3d}) + \left(\lambda_1 \cdot e_1 - \lambda_1 \lambda_2 \frac{k_2}{\varphi_2} e_3 \right) \right] \quad (\text{II.14})$$

La commande globale u sera :

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \frac{-1}{\left(g_1 - \lambda_1 \frac{k_2}{\varphi_2} g_2\right)} \left[f_1 - \ddot{x}_{1d} - \lambda_1 \frac{k_2}{\varphi_2} \cdot (f_2 - \ddot{x}_{3d}) + \left(\lambda_1 \cdot e_1 - \lambda_1 \lambda_2 \frac{k_2}{\varphi_2} e_3 \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(k_2 \text{sign} \left(\frac{S_1}{\varphi_2} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

Où k_1 est une constante positive et φ_1 est la couche limite de la surface de glissement S_1 .

II.4- Analyse de stabilité :

Garder les états du système (x_1, x_3) sur les surfaces de glissement $S_1, S_2 \forall t > 0$ garantira que le vecteur des erreurs de poursuite (e_1, e_3) se rapproche asymptotiquement vers zéro. La condition de glissement correspondante est donnée par la fonction candidate de Lyapunov [21].

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \frac{1}{2} \mathbf{S}_1^2 \\ \dot{\mathbf{S}} = \mathbf{S}_1 \dot{\mathbf{S}}_1 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Substituant l'équation (II.13) dans l'équation (II.12)

$$\dot{S}_1 = f_1 + g_1 u - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \cdot (e_1 - \dot{z}) \quad (\text{II.17})$$

$$\dot{z} = \frac{k_2}{\varphi_2} \cdot (f_2 + g_2 u - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \cdot e_3) \quad (\text{II.18})$$

$$\dot{S}_1 = f_1 + g_1 u - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \cdot e_1 - \frac{\lambda_1 \cdot k_2}{\varphi_2} (f_2 + g_2 u - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \cdot e_3) \quad (\text{II.19})$$

$$\dot{S}_1 = f_1 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \cdot e_1 - \frac{\lambda_1 \cdot k_2}{\varphi_2} (f_2 - \ddot{x}_{3d} + \lambda_2 \cdot e_3) + (g_1 - \frac{\lambda_1 \cdot k_2 \cdot g_2}{\varphi_2}) u \quad (\text{II.20})$$

La substitution des équations (II.15), (II.13) et (II.12) dans l'équation (II.11) donne alors :

$$\dot{S}_1 = -k_1 \text{sign} \left(\frac{S_1}{\varphi_1} \right) \quad (\text{II.21})$$

D'où

$$S_1 \dot{S}_1 = -S_1 k_1 \text{sign} \left(\frac{S_1}{\varphi_1} \right) = -\frac{S_1}{\varphi_1} \varphi_1 k_1 \text{sign} \left(\frac{S_1}{\varphi_1} \right) = -\varphi_1 k_1 \left| \frac{S_1}{\varphi_1} \right| \leq 0 \quad (\text{II.22})$$

Mais, l'équation (II.15) aura une commutation à haute fréquence (Chattering) à proximité de la surface de glissement ($S_1 = 0$) en raison de la fonction 'sign' impliqués. Ainsi, afin d'éliminer ce phénomène, on remplace $\text{sign} (S_1/\varphi_1)$ par $\text{sat} (S_1/\varphi_1)$ comme suit :

$$u = \frac{-1}{(g_1 - \lambda_1 \frac{k_2}{\varphi_2} g_2)} \left[f_1 - \ddot{x}_{1d} - \lambda_1 \frac{k_2}{\varphi_2} \cdot (f_2 - \ddot{x}_{3d}) + \left(\lambda_1 \cdot e_1 - \lambda_1 \lambda_2 \frac{k_2}{\varphi_2} e_3 \right) + \left(k_2 \text{sat} \left(\frac{S_1}{\varphi_2} \right) \right) \right] \quad (\text{II.23})$$

II.5- Exemples de simulation :

Afin de tester l'applicabilité de la commande par mode glissant au problème de poursuite de trajectoire des systèmes à une seule entrée et deux sorties, nous avons choisi les deux systèmes connus comme systèmes de test dans beaucoup de laboratoires d'automatique dans le monde. Ses deux systèmes sont le système pendules inversé-chariot et le système Bille-Barre.

II.5.1-Pendule Inversé-chariot :

Le système se compose d'un chariot mobile en translation supportant un pendule libre en rotation comme le montre la (figure II.1).

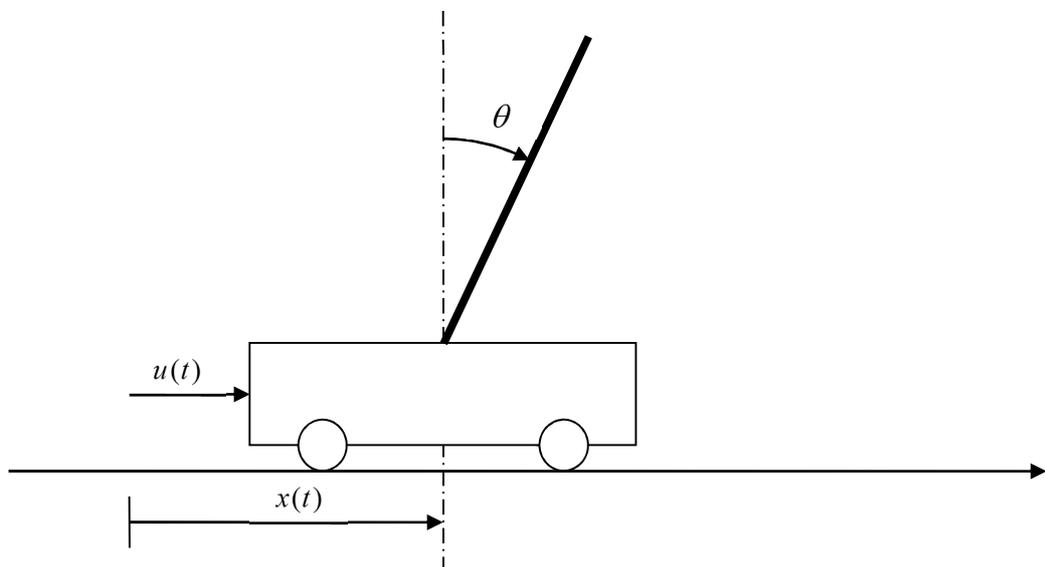


Figure (II.1): Schéma de principe du simple pendule inversé

En exerçant une force horizontale $u(t)$ sur le chariot, le chariot se déplace à la position x provoquant la rotation du pendule d'un angle θ . Le pendule inversé est un système instable en boucle ouverte, non linéaire et multi variable.

Le mouvement peut être décrit par les équations différentielles suivantes [20] :

Avec : $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = x, x_4 = \dot{x}$.

$u(t)$: la commande appliquée sur le chariot.

x : la position du chariot.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{m_t g \sin x_1 - m_p L \sin x_1 \cos x_1 x_2^2 + \cos x_1 u}{L \cdot \left(\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1 \right)} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\frac{4}{3} m_p L x_2^2 \sin x_1 + m_p g \sin x_1 \cos x_1}{\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1} + \frac{4}{3 \cdot \left(\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1 \right)} u \end{array} \right. \quad (\text{II.24})$$

θ : l'angle du pendule.

$m_p = 0.1kg$: est la masse du pendule.

$m_c = 1kg$: la masse du chariot.

$m_t = m_c + m_p$: la masse totale du chariot-pendule.

$L = 0.5m$: demi-longueur du pendule.

$g = 9.81m/s^2$: La pesanteur.

Les résultants de simulation du système pendule inversé-chariot utilisant la stratégie de commande par mode glissant, sont donnée par les figures suivantes. Pour réduire le phénomène de Chattering et la commutation sur la commande, on utilise une commande attractante avec la fonction de saturation.

On donne : $\lambda_1=3.5$; $\lambda_2=1.7$, $k_1=7.2$; $k_2=0.9$; $\varphi_1=4.9$; $\varphi_2=2.6$; $(x_1(0), x_3(0)) = (0.2, 0.2)$

La figure (II.2) représente la convergence de l'état x_1 vers sa valeur de référence $x_{1d} = 0$. Et la figure (II.3) représente la convergence de l'état x_3 vers sa valeur de référence sinusoïdale x_{3d} . D'après les deux figures on peut constater que la commande a réalisé notre objectif. L'oscillation de l'état x_1 autour x_{1d} est due aux perturbations causées par le déplacement sinus du chariot.

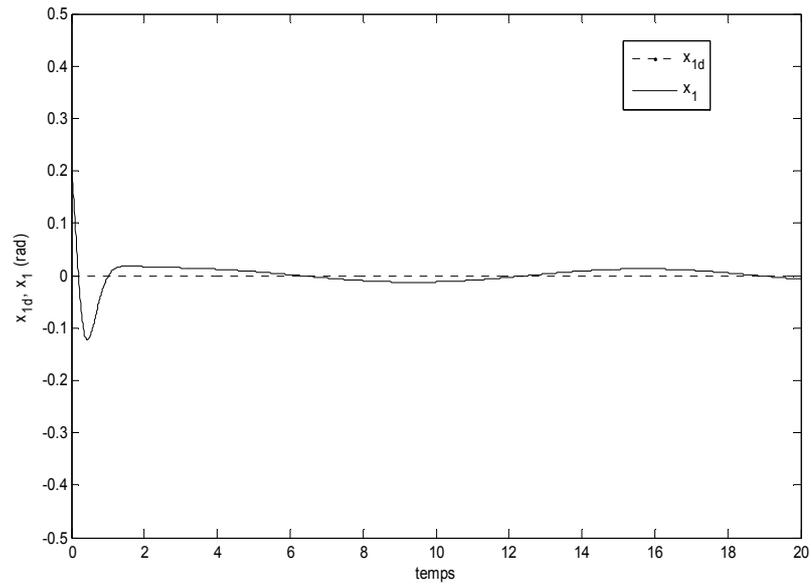


Figure (II.2): Variation de la position angulaire du pendule (désirée et réelle)

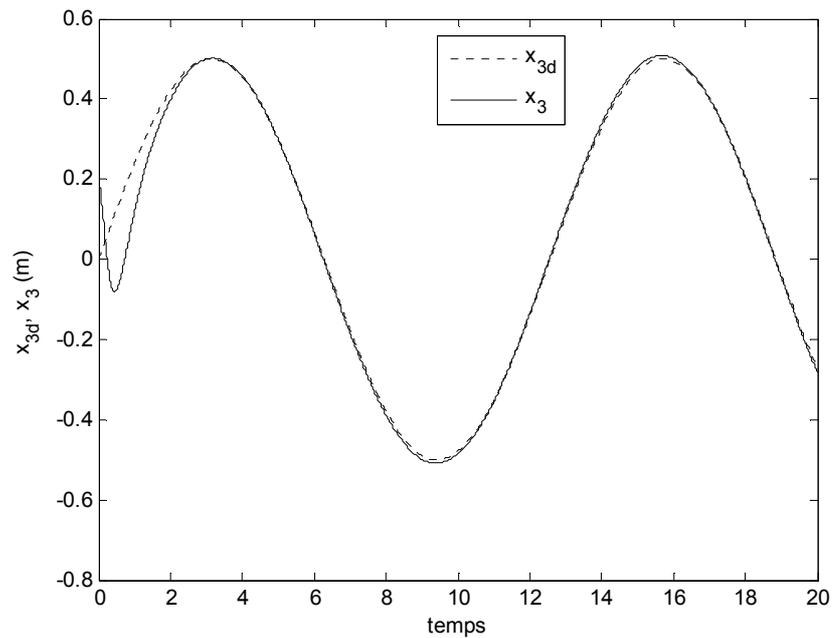


Figure (II.3): Variation de la position du chariot (désirée et réelle)

La figure (II.4) présent l'évolution des deux surface de glissement S_1 et S_2 qui tendent vers zéro. La variation de la commande appliquée est donnée par la figure (II.5) ; on peut constater que le phénomène de Chattering est éliminé par la fonction de saturation.

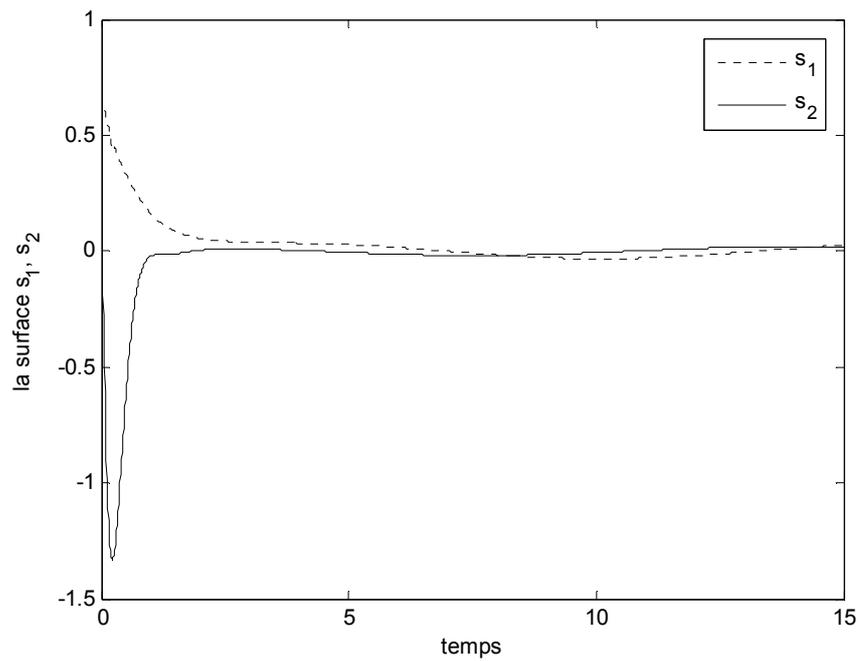


Figure (II.4): Variation des surfaces de glissement (S_1, S_2)

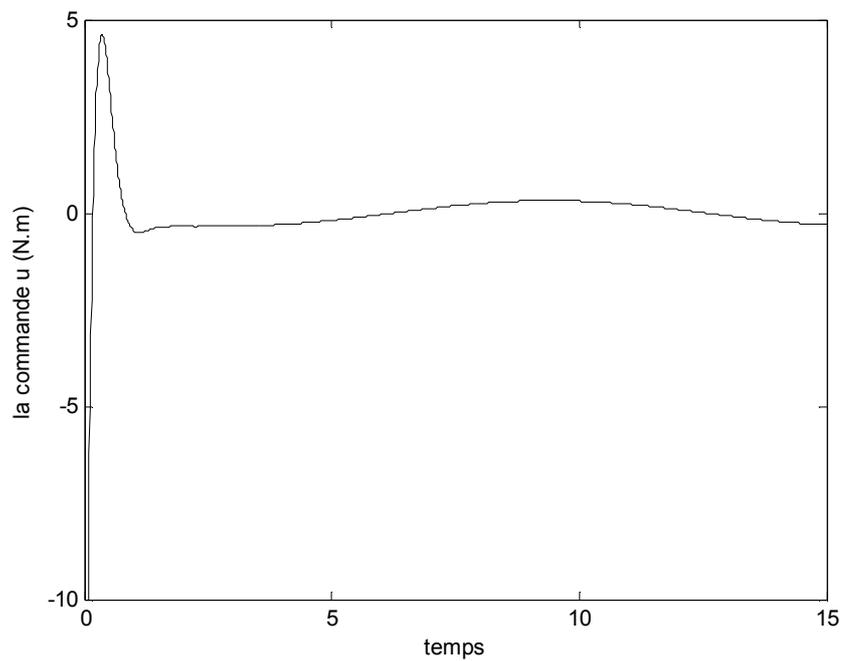


Figure (II.5): Variation de la commande

II.5.2-Application au système Bille-Barre :

Le système Bille-Barre est donné par la figure suivante :

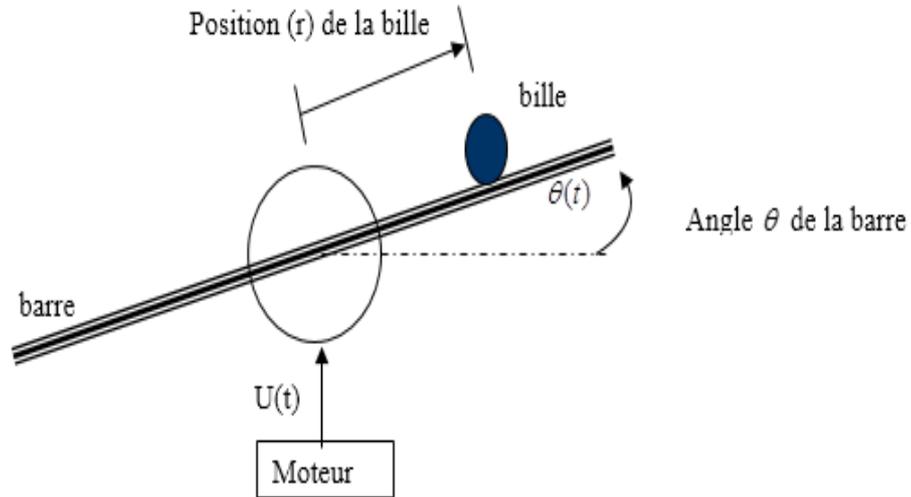


Figure (II.6): Schéma de principe du B-B (Bille-Barre)

Un couple $u(t)$ est appliqué à l'entrée du système à travers un moteur, provoquant la rotation de la barre d'un angle θ , la bille se déplace à la position r . La dynamique du système Bille-Barre est représentée par les équations suivantes [22].

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-m_s x_3 (2x_4 x_2 - g \cos(x_1))}{m_s x_3^2 + I_b} + \frac{1}{m_s x_3^2 + I_b} u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{-5}{7} (g \sin(x_1) - x_3 x_2^2) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Avec :

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = r, x_4 = \dot{r}.$$

$m_s = 0.05 \text{ Kg}$: la masse de la bille.

$m_b = 1 \text{ kg}$: la masse de la barre.

$a = 1 \text{ m}$: la longueur de la barre.

$r_s = 0.01 \text{ m}$: Rayon de la sphère.

$I_b = \frac{m_b a^2}{12}$ Le moment d'inertie de la barre.

$I_s = \frac{2}{5} (m_s r_s^2)$ Le moment d'inertie de la bille.

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ L'accélération de la pesanteur.

Les paramètres de commande utilisés dans les scénarios de test sont donnés par : $\lambda_1=3.5$; $\lambda_2=1.7$, $k_1=1.8$; $k_2=0.9$; $\varphi_1=1$; $\varphi_2=0.6$; avec $(x_1(0), x_3(0)) = (0.2, 0.2)$.

Les résultats de simulation pour une poursuite de trajectoire sont donnés par les figures suivantes. On peut constater que les deux états x_1 et x_3 ont convergés respectivement vers x_{1d} et x_{3d} mais avec des petites oscillations sur x_1 à cause de l'évolution sinusoïdale de l'état x_3 .

L'évolution des deux surfaces de glissement S_1 et S_2 est donné par la figure (II.9). Il est claire que les deux surfaces ont convergée vers ces point d'origine zéro. La commande qui a réalisée tous ca est donnée par la figure (II .10).

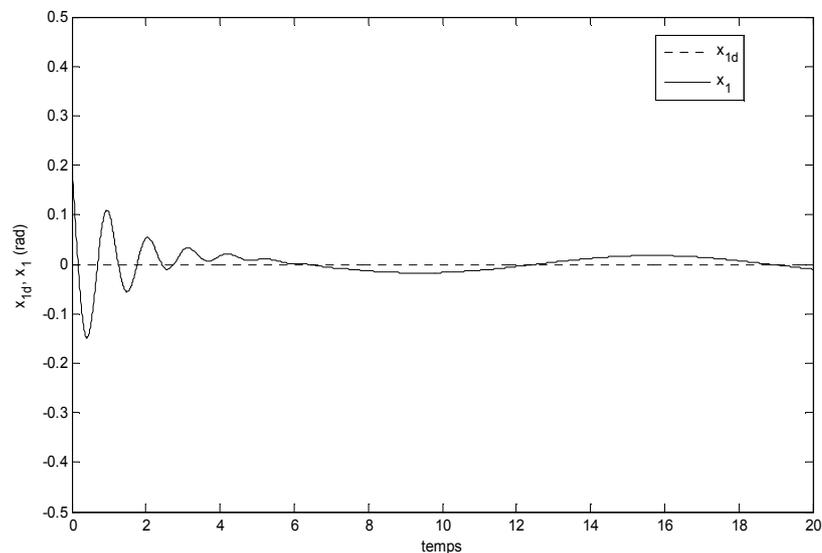


Figure (II.7): Variation de la position angulaire de la barre

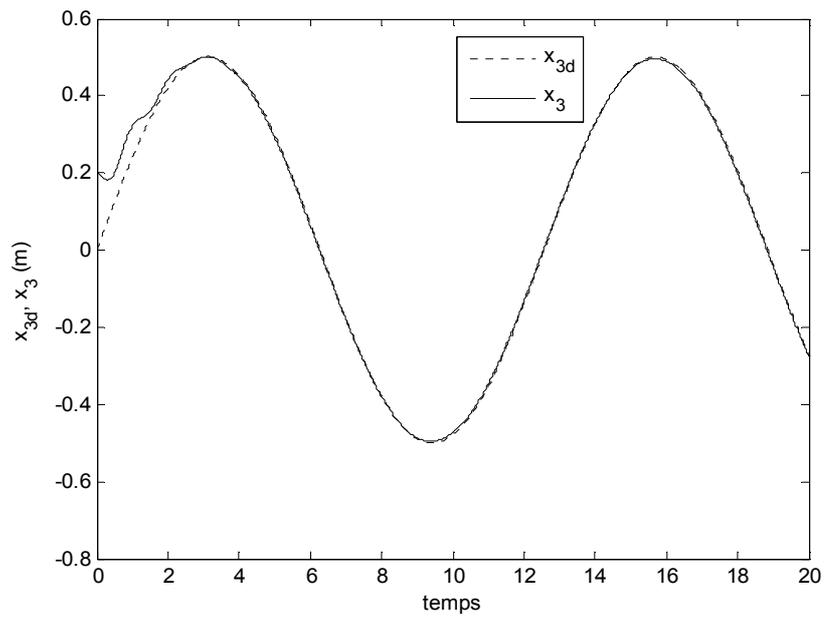


Figure (II.8): Variation de la position de la bille

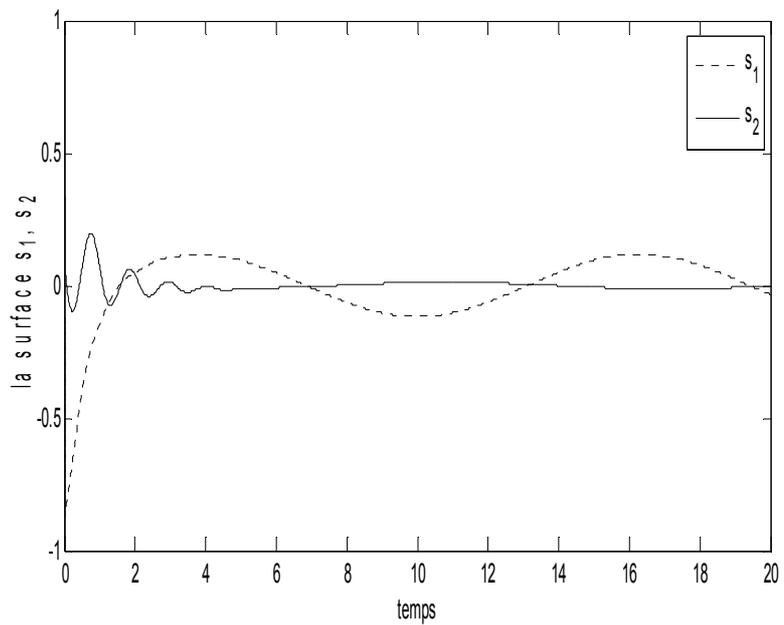


Figure (II.9): Variation des surfaces de glissement (S_1 , S_2)

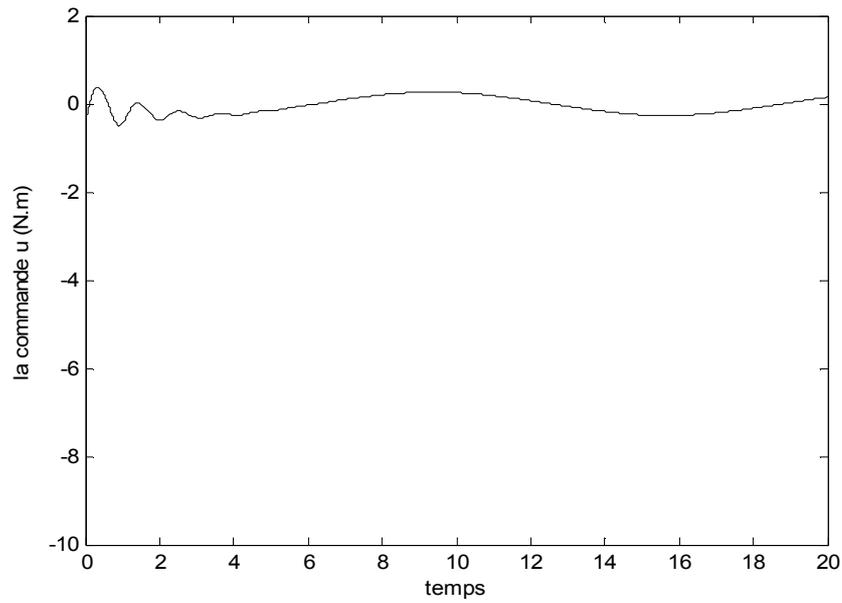


Figure (II.10): Variation de la commande u

II.6-Conclusion :

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la commande par modes glissants des systèmes non linéaires sous actionnés, particulièrement à une entrée et deux sorties. Nous avons d'abord commencé par exposer la stratégie de commande, où une variable intermédiaire z a été introduite, pour découpler l'ensemble des systèmes en deux sous-systèmes. Chaque sous-système a une surface de glissement. L'information de la surface de glissement secondaire S_2 conditionne la surface principale S_1 à travers la variable z de telle sorte que lorsque $S_2 \neq 0$ (c'est-à-dire que la seconde cible n'est pas achevée), la variable z interagit avec la surface de glissement S_1 . Le contrôleur par mode glissant basé sur la surface S_1 va générer une action de commande pour que les deux sous-systèmes va se déplacer vers leur surfaces de glissement (et bien sûr vers leurs positions désirées). Les résultats de simulation trouvés ont montrés la bonne poursuite des trajectoires des deux états x_1 et x_3 pour les deux exemples étudiés.

Chapitre III

Optimisation de la loi de commande par essaim de particules (OEP)

III.1- Introduction :

La solution des problèmes d'optimisation constitue, actuellement, un axe de recherche privilégié de plusieurs équipes de recherche, vu l'importance capitale qu'elle revêt dans notre vie quotidienne. Ce domaine de recherche fait appel à des méthodes mathématiques et informatiques [23]. La solution d'un problème d'Optimisation consiste à rechercher une solution d'une qualité suffisante parmi un ensemble de solutions au regard d'un (des) critère(s) donné(s) et des objectifs à satisfaire. Elle consiste à maximiser ou à minimiser une ou un ensemble de fonctions fitness en respectant des contraintes liées au problème traité. Dans la littérature on trouve plusieurs algorithmes d'optimisation, parmi eux celui de l'optimisation par essaim de particules.

L'optimisation par essaim de particules (OEP), ou en anglais Particle Swarm Optimization (PSO) est une méta-heuristique d'optimisation qui utilise une population de solutions candidates pour développer une solution optimale au problème, cet algorithme a été inventé par Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et James Kennedy (socio- psychologue) en 1995 [4]. Cette méthode est inspirée du comportement social des animaux évoluant en essaim, tels que les bancs de poissons et les vols groupés d'oiseaux [24], [25]. Reynolds a montré qu'un essaim réaliste d'oiseau pourrait être programmé en mettant en application trois règles simples : assortir la vitesse des voisins, orienter pour le centre perçu de l'essaim, et éviter les collisions [26].

Cette approche est basée sur la coopération entre individus simples souvent appelés des particules. Ces dernières possèdent une capacité de mémorisation dans le sens où chaque particule se rappelle de sa meilleure position visitée et la meilleure position trouvée dans son voisinage. Chaque particule se déplace alors selon une trajectoire perturbée en utilisant les informations sur la position et la vitesse [27].

L'OEP est un algorithme simple et efficace qui commence par un certain nombre de particules placées de manière aléatoire dans l'espace de recherche et initialisées avec des vitesses aléatoires.



Figure(III.1): Exemple d'essaim de particules (Oiseaux).

Dans ce chapitre et après voir la théorie de cet algorithme d'optimisation, on va l'utiliser pour conserver les meilleurs paramètres de la commande glissante développée dans le deuxième chapitre.

III.2- Formalisation :

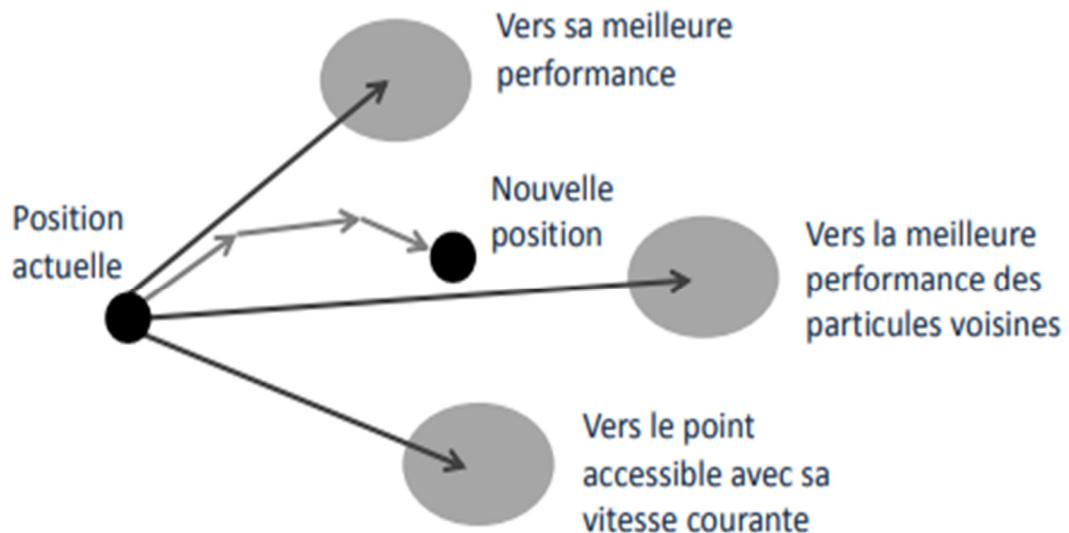
Dans l'algorithme d'optimisation par essaim de particules, un ensemble d'individus appelés particules, sont originellement disposés de façon aléatoire et homogène, se déplaçant dans l'espace de recherche et constituant, chacune, une solution potentielle.

Chaque particule dispose d'une mémoire concernant sa meilleure solution visitée ainsi que la capacité de communiquer avec les particules de son entourage. Ensuite, à chaque itération :

- Chaque particule est capable d'évaluer la qualité de sa position et de garder en mémoire sa meilleure position qu'elle a atteint jusqu'ici (parfois la position courante) et sa qualité (la valeur de la fonction à optimiser en cette position).
- Chaque particule est capable de communiquer avec un certain nombre de ses voisins et d'obtenir de chacune d'elles sa propre meilleure performance (et la qualité afférente).
- Chaque particule choisit la meilleure performance parmi les meilleures dont elle a connaissance, modifie sa vitesse en fonction de cette information et de ses propres données et se déplace en conséquence.

Pour réaliser son prochain mouvement, chaque particule combine les trois tendances suivantes : suivre sa propre vitesse, revenir vers sa meilleure performance, et aller vers la

meilleure performance de ses informatrices. Une fois la meilleure informatrice détectée, la modification de la vitesse est une simple combinaison linéaire de ces trois tendances. La stratégie de déplacement d'une particule est illustrée par la figure (III.2).



Figure(III.2): Déplacement d'une particule

III.2.1- Nombre de particules :

Le nombre n de particules allouée sa la résolution du problème dépend essentiellement de deux paramètres :

La taille de l'espace de recherche D et le rapport entre les capacités de calcul de la machine et le temps maximum de recherche. Il n'y a pas de règle pour déterminer ce paramètre n , mais réaliser de nombreux essais permet de se doter de l'expérience nécessaire à l'appréhension de ce paramètre.

Ce qui compte, c'est plutôt le nombre de fois où la fonction fitness doit être évaluée car dans la plupart des problèmes réels, cette évaluation nécessite un temps non négligeable, et évidemment, pour une itération, ce nombre d'évaluation est égal au nombre de particules.

Donc si nous voulons réduire le nombre total d'évaluations nécessaires pour trouver une solution, nous sommes au contraire tentés de diminuer la taille de l'essaim. Mais un essaim trop petit risque de mettre très longtemps pour trouver une solution ou même ne pas la trouver du tout.

Donc il y a un compromis à trouver. Empiriquement, les expérimentateurs ont proposé des tailles de l'ordre de 20 à 30 particules qui, en effet, se révèlent tout à fait suffisante pour résoudre la quasi-totalité des problèmes de test classiques [28].

III.2.2- Initialisation de l'essaim :

La position des particules ainsi que leur vitesse initiale doivent être initialisés aléatoirement selon une loi uniforme sur $[0, 1]$.

Mais en pratique, il n'est pas souhaitable que trop de particules tendent à sortir de l'espace de recherche dès le premier pas du temps, ni d'ailleurs plus tard. Pour les premières formulations nous nous contentons de tirer au hasard les valeurs des composantes de chaque position et vitesse, selon une distribution uniforme dans :

$$\left[\frac{(x_{\min} - x_{\max})}{2}, \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2} \right] \quad (\text{III.1})$$

III.2.3- Equation de mouvement :

On considère un ensemble de n particules et une fonction objective f que l'on cherche à minimiser sur un espace de recherche D . Pour chaque particule, on définit son vecteur de position $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]$, et son vecteur de vitesse $\mathbf{v}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]$. La qualité de sa position est déterminée par la valeur de la fonction objectif f dans chaque itération. Cette particule garde en mémoire la meilleure position par laquelle elle est déjà passée, que l'on note $Pbest_i = (pbest_{i1}, pbest_{i2}, \dots, pbest_{iD})$. $Gbest = (gbest_1, gbest_2, \dots, gbest_D)$ correspond à la meilleure position atteinte par les particules de l'essaim. Nous nous référons à la version globale de l'OEP, où toutes les particules de l'essaim sont considérées comme voisines de la particule i , d'où la notation $Gbest$ (global best).

Au départ de l'algorithme, les particules de l'essaim sont initialisées de manière aléatoire/régulière dans l'espace de recherche du problème. Ensuite, à chaque itération, chaque particule se déplace, leurs vitesses de déplacement et leurs positions à l'itération $(k+1)$ sont mises à jour. Les équations régissant cette étape sont données par (III.2) et (III.3) respectivement [29] :

$$\mathbf{v}_{i,j}^{k+1} = w\mathbf{v}_{i,j}^k + c_1r_{1i,j}^k (pbest_{i,j}^k - \mathbf{x}_{i,j}^k) + c_2r_{2i,j}^k (gbest_j^k - \mathbf{x}_{i,j}^k), j \in \{1, \dots, D\} \quad (\text{III.2})$$

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{i,j}^k + v_{i,j}^{k+1}, j \in \{1, \dots, D\} \quad (\text{III.3})$$

w : s'appelle le facteur d'inertie, il sert à contrôler l'influence de la direction de déplacement sur le déplacement futur.

c_1 et c_2 : sont des constantes positives, appelées respectivement le facteur cognitif et le facteur social permettant le contrôle du comportement individuel et collectif de chaque particule.

r_1 et r_2 sont des nombres aléatoires distribués uniformément dans l'intervalle $[0,1]$.
À l'itération $(k+1)$, les deux vecteurs $Pbest_i$, et $Gbest$ sont mis à jour, dans le cas d'une minimisation suivant les deux équations (III.4), et (III.5) [29].

$$Pbest_i^{k+1} = \begin{cases} Pbest_i^k, & \text{si } f(x_i^{k+1}) \geq Pbest_i^k \\ x_i^{k+1}, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

$$Gbest^{k+1} = \arg \min_{Pbest_i} f(Pbest_i^{k+1}), 1 \leq i \leq n \quad (\text{III.5})$$

où f c'est la fonction de cout.

La procédure de l'optimisation par essaim de particules est résumée par l'algorithme (III.1). Le critère d'arrêt peut être différent suivant le problème posé. Si l'optimum global est connu a priori, on peut définir une "erreur acceptable" ε comme critère d'arrêt [28].

III.2.4- Confinement d'intervalle :

Lors de l'évolution de l'essaim, il peut arriver qu'une particule sorte de l'espace de recherche initialement défini, pour s'affranchir de ce problème, plusieurs approches ont été proposées dans la littérature. On peut introduire une vitesse maximale (notée V_{\max}) qui va permettre de contrôler "l'explosion" du système, comme indiqué dans l'algorithme (III.2) [30]. Dans [31] on trouve une étude sur le comportement de l'OEP suivant cette proposition.

Chapitre III Optimisation de la loi de commande par essaim de particules (OEP)

tableau (III.1). Algorithme d'optimisation par essaim de particules

Algorithme (III .1)

1. Initialisation aléatoire de n particules : position et vitesse.
2. Evaluation de la position de chaque particule.
3. Pour chaque particule i , $Pbest_i = x_i$.
4. Calcul de $Gbest_i$ selon l'équation (III.5).
5. Tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait faire :
6. Déplacement des particules selon les équations (III .2) et (III .3).
7. Evaluation des positions des particules.
8. Mise à jour de $Pbest_i$ et $Gbest$ selon les équations (III .4) et (III ,5).
9. Fin.

tableau (III.2). Fixation de la vitesse maximale

Algorithme (III .2)

1. Si $v_{i,j}^k > V_{\max}$ alors
2. $v_{i,j}^k = V_{\max}$
3. Fin si
4. Si $v_{i,j}^k < -V_{\max}$ alors
5. $v_{i,j}^k = -V_{\max}$
6. Fin si

De plus, une stratégie de confinement d'intervalle peut être introduite ; cette stratégie permet de ramener une particule sortie de l'espace de recherche à l'intérieur de celui-ci.

Supposons, pour simplifier, que l'espace de recherche soit $[x_{\min}, x_{\max}]^D$ avec D est la dimension de l'espace de recherche.

Alors ce mécanisme stipule que si une coordonnée $x_{i,j}^{k+1}$, calculée selon les équations de mouvement, sort de l'intervalle $[x_{\min}, x_{\max}]$, on lui attribue en fait la valeur du point frontière le

plus proche. En pratique, cela revient donc à remplacer la deuxième ligne des équations de mouvement (III.3) par :

$$x_{i,j}^{k+1} = \min(\max(x_{i,j}^k + v_{i,j}^{k+1}, x_{\min}), x_{\max}) \quad (\text{III.6})$$

En outre, on complète souvent le mécanisme de confinement par une modification de la vitesse, soit en remplaçant la composante qui pose problème par son opposée, souvent pondérée par un coefficient inférieur à 1, soit, tout simplement, en l'annulant.

Plus généralement, le principe même du confinement consiste à dire ceci : « si une particule tend à sortir de l'espace de recherche, alors la ramener au point le plus proche qui soit dans cet espace et modifier sa vitesse en conséquence ». Il permet de définir les confinements nécessaires à des problèmes à granularité non nulle (Positions à valeurs entières, par exemple) ou à des problèmes (combinatoires, en général) dont les solutions doivent avoir toutes les coordonnées différentes.

III.2.4.1- Coefficient de constriction :

Une autre approche pour le contrôle de la convergence des particules au sein de l'essaim est présentée par Clerc en 2002 [32]. Cette méthode utilise un facteur de constriction χ qui combine les paramètres w, c_1, c_2 . Les études effectuées par Clerc et Kennedy ont démontré qu'une bonne convergence, une prévention de l'explosion de l'essaim, peut être assurée en rendant dépendants les paramètres w, c_1, c_2 . Par l'utilisation du coefficient de constriction l'équation (1.2) devient :

$$v_{i,j}^{k+1} = \chi[(v_{i,j}^k + \Phi_1 r_{1i,j}^k (\text{pbest}_{i,j}^k - x_{i,j}^k) + \Phi_2 r_{2i,j}^k (\text{gbest}_j^k - x_{i,j}^k))] \quad (\text{III.7})$$

Avec :

$$\chi = \frac{2}{|2 - \Phi - \sqrt{\Phi^2 - 4\Phi}|} \quad (\text{III.8})$$

Où $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, $\Phi > 4$.

Par observation on remarque que cette structure modifiée de l'algorithme OEP est équivalente à l'OEP original avec : $w \leftrightarrow \chi, c_1 \leftrightarrow \chi\Phi_1$ et $c_2 \leftrightarrow \chi\Phi_2$.

Avec de nombreux tests effectués dans [32]. Les valeurs optimales de Φ_1, Φ_2 sont déterminés. Généralement, on prend $\Phi = 4.1$ et $\Phi_1 = \Phi_2 = 2.05$, ce qui donne un coefficient $\chi = 0.7298844$.

III.2.5- Critère d'arrêt :

En effet, la convergent-a vers la solution optimale globale n'est pas garantie dans tous les cas. Il est donc important de doter l'algorithme d'une porte de sortie en définissant un nombre maximum d'itérations. Le programmes s'arrête alors si et seulement si le nombre maximum d'itérations est atteint ou que la valeur du critère obtenue est acceptable pour l'utilisateur.

III.3- Optimisation des commandes par essaim de particules :

Dans cette partie, nous appliquons l'algorithme d'OEP pour optimiser les paramètres des commandes synthétisées dans le chapitre(II) pour les deux systèmes choisi en minimisant la fonction de cout J donnée par :

$$J = \sum_{i=1}^n |e_1(i)| + |e_3(i)| \quad (\text{III.9})$$

Le vecteur P des paramètres à optimiser, regroupant tous les paramètres, est donné par :

$$P = [\lambda_1, \lambda_2, k_1, k_2, \varphi_1, \varphi_2]$$

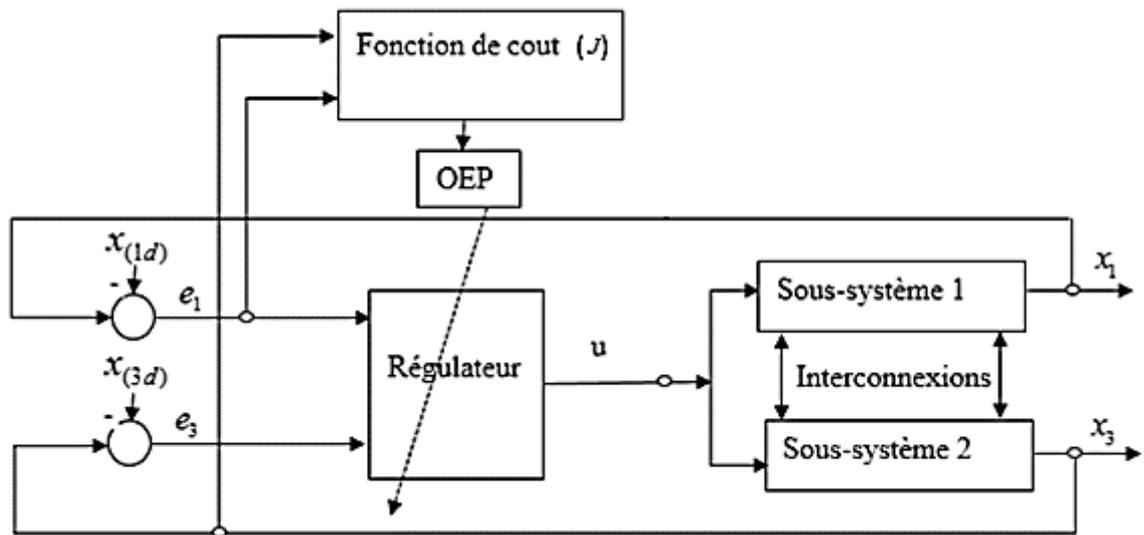
Les régions de ces paramètres sélectifs sont données par :

$$0.01 < \lambda_1, \lambda_2, k_1, \varphi_1, \varphi_2 < 10, \quad 0.01 < k_2 < 1$$

Les valeurs spécifiques de l'algorithme OEP pour l'optimisation de contrôleur sont donnée par :

- ✓ Nombre de particules (n)=35
- ✓ Nombre d'itérations (k)=50
- ✓ Paramètres $\Phi_1 = \Phi_2 = 2.05$

Le problème d'Optimisation est résumé dans la figure (III.3)



Figure(III.3): Processus d'optimisation des paramètres de la commande avec algorithme d'OEP pour système sous-actionné

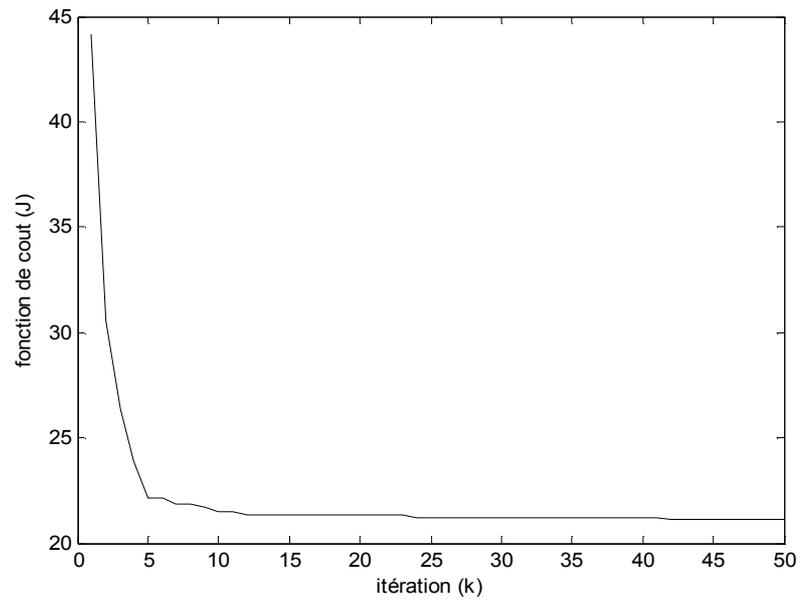
III.3.1- Application au Pendule Inversé-Chariot :

Le problème de poursuite est effectué dans le cas de la stabilisation du système au point d'équilibre $(x_{1d}, x_{3d}) = (0,0)$ avec les conditions initiales $(x_1(0), x_3(0)) = (0.2, 0.2)$.

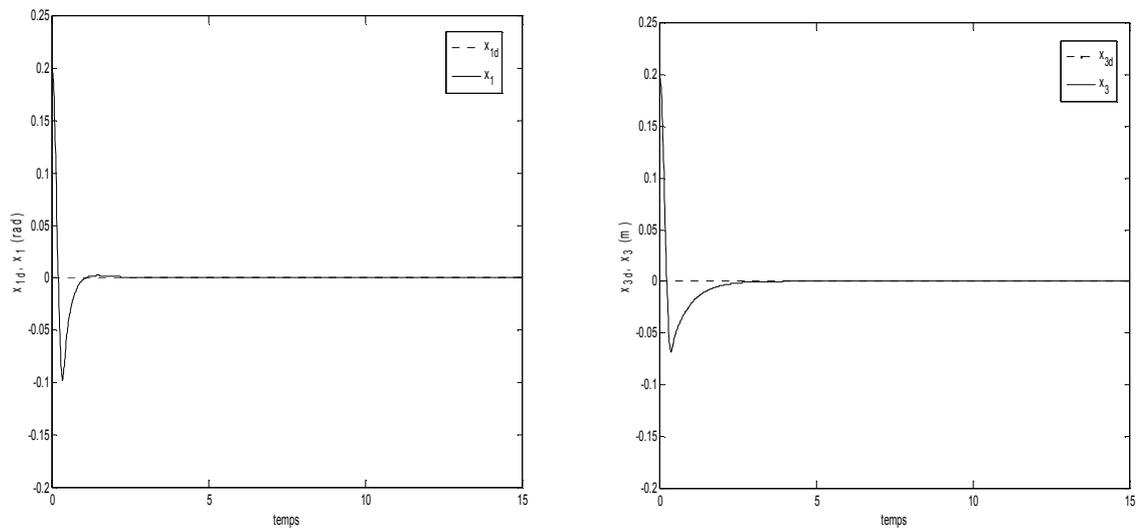
Les résultats de simulation sont donnés par les figures suivantes ; la figure (III.4) montre l'évolution de la fonction de coût minimale parmi les 2 fois d'exécution du programme ; à l'itération 50 l'algorithme d'OEP converge vers les paramètres optimaux donnés dans le tableau (III.3). La figure (III.5) représente la convergence des états du système vers les points d'équilibres avec une erreur de poursuite nulle et bon temps de réponse.

paramètre	λ_1	φ_1	λ_2	φ_2	k_1	k_2
valeur	2.2960	0.5220	1.6683	1.5664	1.8574	1.0000

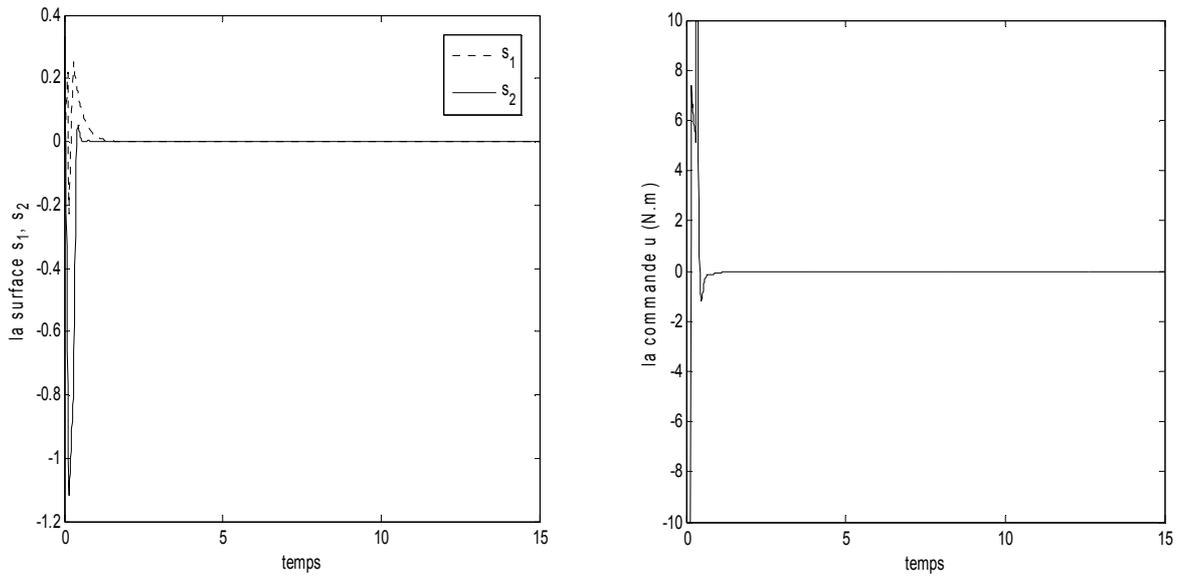
tableau (III.3). Paramètres optimaux de la commande par mode glissant pour l'exemple 1.



Figure(III.4): L'évolution de la fonction objective (J) pour la stratégie de commande par mode glissant pour l'exemple 1.



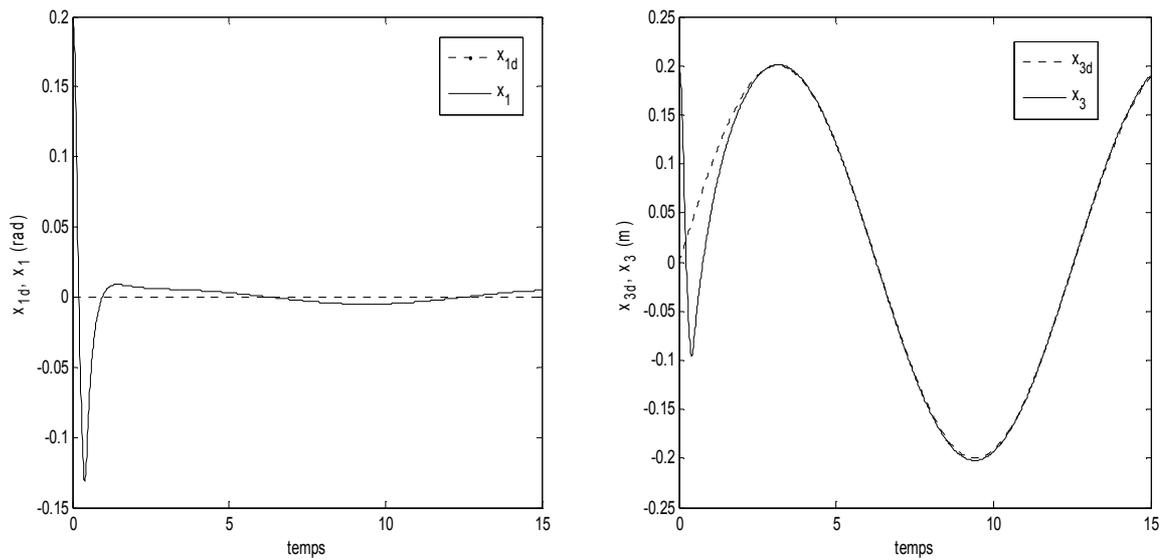
Figure(III.5): Variation des variables d'état x_1 et x_3 pour l'exemple 1.



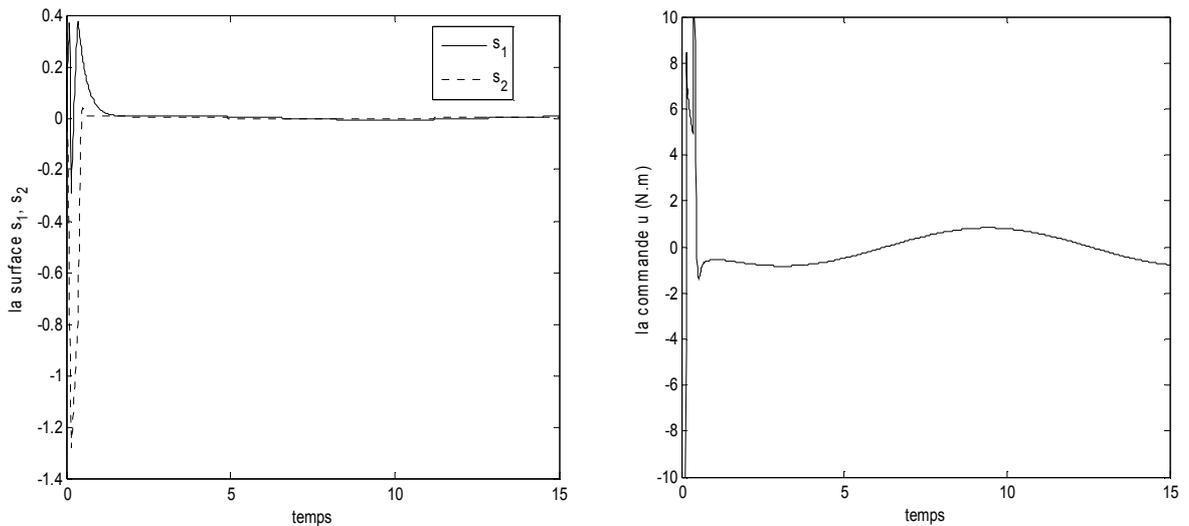
Figure(III.6): Variation des surfaces S_1, S_2 et de commande u pour l'exemple 1.

Pour tester l'efficacité de la commande en changeant le trajectoire par $(x_{1d}, x_{3d}) = (0, 0.2\sin(0.1\pi t))$; en gardant les paramètres optimaux ainsi calculés inchangés. Les résultats de simulation sont donnés par les figures (III.7) et (III.8).

D'après les résultats de simulation présentés par les figures, il est bien observé que les deux états x_1 et x_3 convergent respectivement vers les états désiré x_{1d} et x_{3d} .



Figure(III.7): Variation des variables d'état x_1 et x_3 avec un changement des trajectoires pour l'exemple 1.



Figure(III.8): Variation des surfaces S_1 , S_2 et de commande u avec un changement des trajectoires pour l'exemple 1.

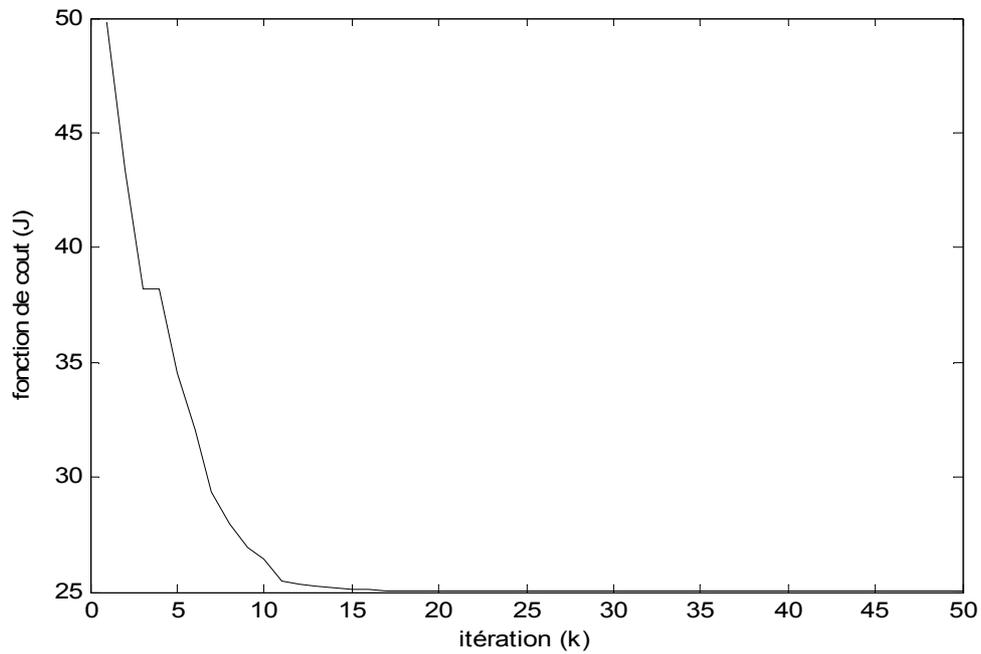
III.3.2- Application au système Bille-Barre :

Le problème de poursuite est effectué dans le cas de la stabilisation du système au point d'équilibre $(x_{1d}, x_{3d}) = (0,0)$; avec les conditions initiales $(x_1(0), x_3(0)) = (0.2, 0.2)$.

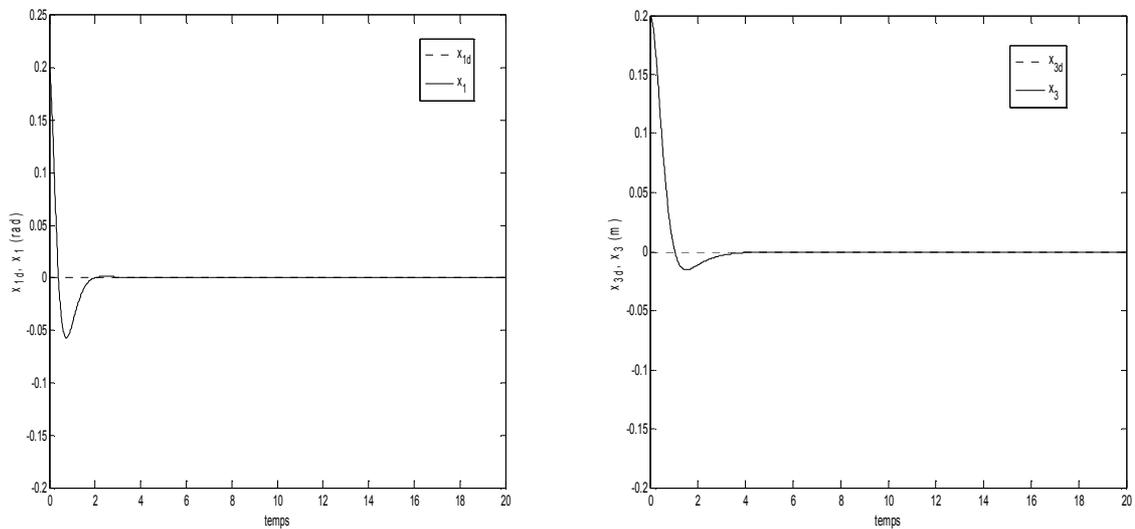
Les résultats de simulation sont donnés par les figures suivantes ; la figure(III.9) montre l'évolution de la fonction de coût minimale parmi les 3 fois d'exécution du programme ; à l'itération 50 l'algorithme d'OEP converge vers les paramètres optimaux donnés dans le tableau (III.4). La figure (III.10) représente la convergence des états du système vers les points d'équilibres.

paramètre	λ_1	φ_1	λ_2	φ_2	k_1	k_2
valeur	10.0000	1.8595	1.2983	1.7799	2.7104	1.0000

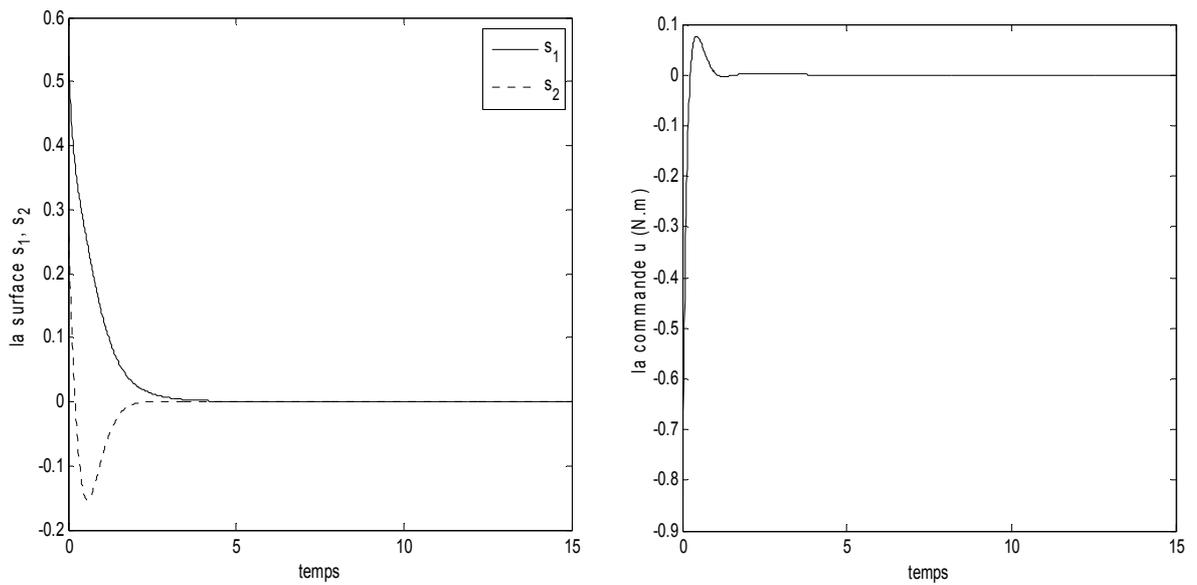
tableau (III.4). Paramètres optimaux de la commande par mode glissant pour l'exemple 2.



Figure(III.9): L'évolution de la fonction objective (J) pour la stratégie de commande pour l'exemple 2.



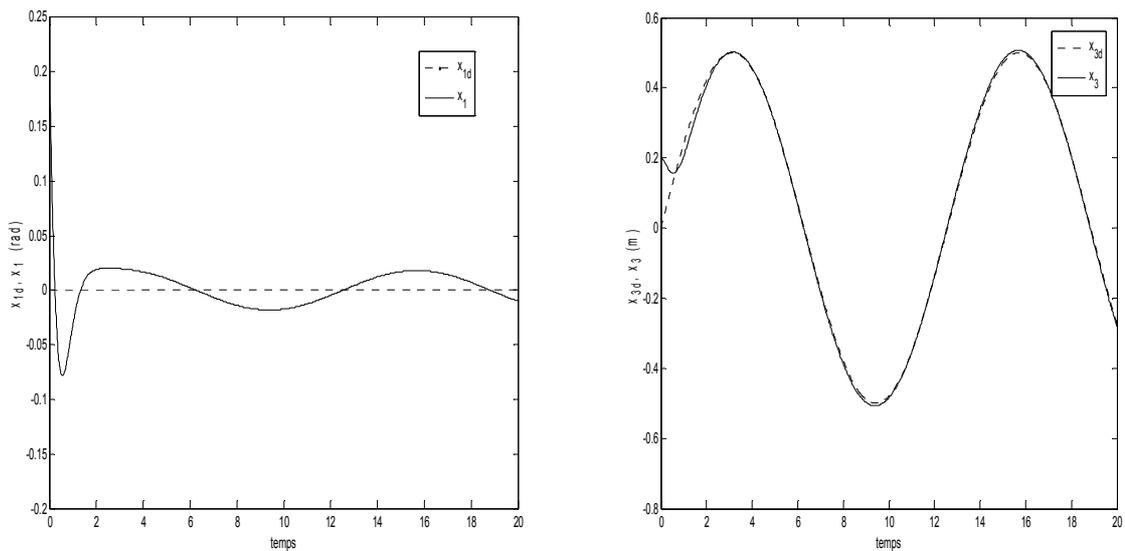
Figure(III.10): Variation des variables d'état x_1 et x_3 pour l'exemple 2.



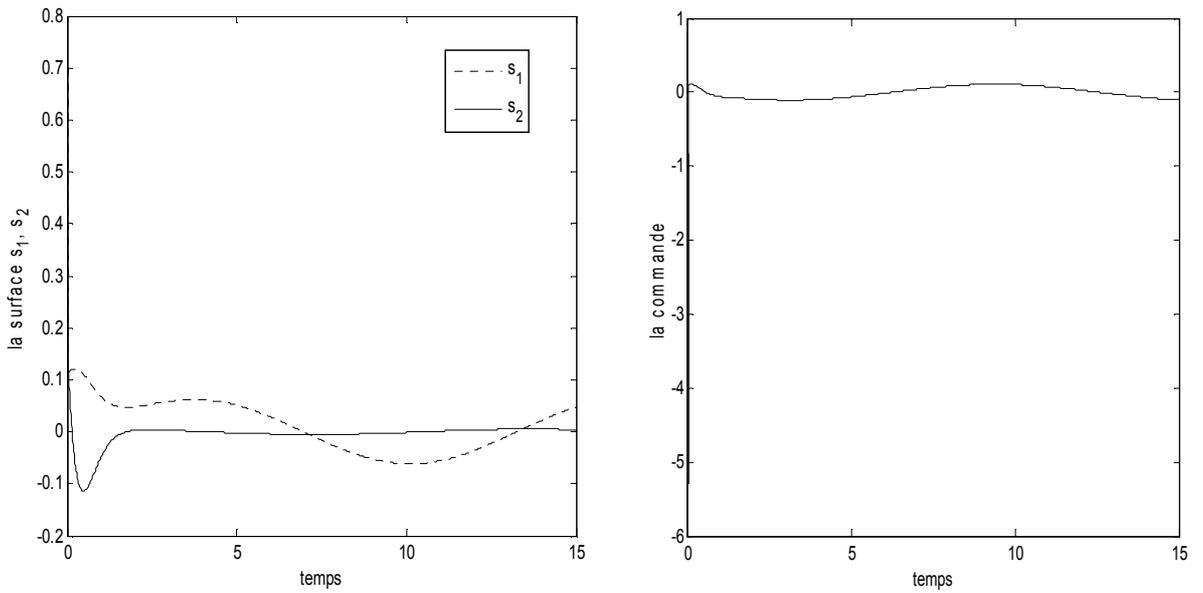
Figure(III.11):Variation des surfaces S_1 , S_2 et de commande u pour l'exemple 2.

Pour tester l'efficacité des commandes en changement de trajectoire par $(x_{1d}, x_{3d}) = (0, 0.2\sin(0.1\pi t))$; en gardant les paramètres optimaux ainsi calculés inchangés. Les résultats de simulation sont donnés par les figures (III.12) et (III.13).

D'après les résultats de simulation présentés par les figures, il est bien observé que les deux états x_1 et x_3 convergent respectivement vers les états désiré x_{1d} et x_{3d} .



Figure(III.12):Variation des variables d'état x_1 et x_3 avec un changement des trajectoires pour l'exemple 2.



Figure(III.13): Variation des surfaces S_1 , S_2 et la commande u avec un changement des trajectoires pour l'exemple 2.

Par la suite, une étude comparative entre la commande optimisée et celle non optimisée pour les deux exemples de simulation étudiés, a été faite en se basant sur les deux critères de performance J_1 et J_2 données par (III.10) et (III.11), avec N étant le nombre des échantillons du signal mesuré [33].

$$J_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (e_1^2(i) + e_3^2(i)) \quad (\text{III.10})$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (u^2(i)) \quad (\text{III.11})$$

Commande par mode glissant non optimisée		
trajectoires	Exemple du système pendule inversé-chariot	Exemple du système Bill-Barre
$(x_{1d}, x_{3d}) = (0,0)$	$J_1=1.9858$	$J_1=3.1526$
	$J_2=1.0388*10^3$	$J_2=9.0445$
$(x_{1d}, x_{3d}) = (0, 0.2\sin(0.1\pi t))$	$J_1=2.9735$	$J_1=3.075$
	$J_2=1.2679*10^3$	$J_2=178.7553$
Commande par mode glissant optimisée par essaim de particules		
trajectoires	Exemple du système pendule inversé-chariot	Exemple du système Bill-Barre
$(x_{1d}, x_{3d}) = (0,0)$	$J_1=1.2227$	$J_1=2.2812$
	$J_2=2.7108*10^3$	$J_2=4.2691$
$(x_{1d}, x_{3d}) = (0, 0.2\sin(0.1\pi t))$	$J_1=1.9618$	$J_1=1.9042$
	$J_2=3.5733*10^3$	$J_2=170.5390$

tableau (III.5). Comparaison entre la commande par mode glissant optimisée et la commande par mode glissant non optimisée

D'après les résultats dans le tableau ci-dessus on peut déduire que pour la commande par mode glissant optimisée par OEP pour l'exemple du pendule inversé-chariot, le critère J_1 prend des valeurs les plus faibles (valeur en gras). Cette meilleure performance est obtenue avec une valeur élevée du critère J_2 , où la commande non optimisée donne de meilleurs résultats. Pour l'exemple Bill-Barre, avec la commande par mode glissant optimisée on peut réaliser de meilleures performances (J_1 plus faible) avec minimum d'énergie (J_2 plus faible par rapport la commande non optimisée).

III.4- Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons illustré les résultats de l'application de l'algorithme d'optimisation par essaim de particules (OEP) pour le calcul des paramètres de la commande par mode glissant pour les systèmes non-linéaires sous actionnés.

La commande optimisée pour les deux systèmes étudiés présente des performances en boucle fermée nettement améliorées par rapport à la commande non optimisée.

Nous pouvons conclure que la synthèse des régulateurs par mode glissant par une technique d'optimisation est une bonne solution, sachant que les systèmes non-linéaires sous actionnés sont des systèmes complexes régis par des équations fortement non linéaires, une telle approche pour sa commande semble très efficace et les résultats obtenus sont très satisfaisants.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la commande par mode glissant des systèmes non linéaires sous actionnés (particulièrement les systèmes qui ont une seule entrée et deux sorties). Dans un premier lieu, un exposé est mené sur la commande par mode glissant en mettant en évidence leurs concepts et étapes. Ceci nous a permis de se familiariser avec cette approche de commande d'intérêt avéré en automatique.

Pour la classe de systèmes non linéaires sous actionnés, la conception de la commande par mode glissant a été présentée. Le système global est décomposé en deux sous systèmes, chaque sous-système ayant sa propre surface de glissement, et pour hiérarchiser les deux surface et calculer la commande afin de contrôler les deux sorties du système ; une variable intermédiaire z est utilisée. Pour éliminer le phénomène de Chattering qui apparut au niveau de la commande sous forme des oscillations à haute fréquence ; nous avons remplacé la fonction sign dans la commande attractante par une fonction de saturation. La stabilité au sens de Lyapunov du système commandé est vérifiée.

Pour illustrer l'efficacité de l'approche étudiée, deux exemples de simulation sont étudiés ; tels que le pendule inversé-chariot et le système bille-barre. Les résultats obtenus pour la poursuite de trajectoires montrent le rôle important de la fonction de saturation qui peut jouer pour réduire le phénomène de Chattering et le rôle intéressant de la commande par mode glissant pour assurer la stabilité et la robustesse.

Afin d'améliorer les performances du système en boucle fermée, l'algorithme d'optimisation par essaim de particule inspiré du monde vivant des animaux a été utilisé pour trouver les variables optimales de la commande, en minimisant un critère basé sur l'intégrale des valeurs absolues des erreurs de poursuite sur les deux sorties du système. Les résultats de simulation sur les deux systèmes étudiés ont démontré l'efficacité de cet algorithme d'améliorer les performances du système en boucle fermée.

En fin, nous ne pouvons pas prétendre que nous avons trouvé toutes les solutions pour tous les problèmes, mais nous avons seulement cherché à comprendre l'une des méthodes de commande et l'appliquer à une classe de système.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall, USA, 1991.
- [2] H. Nobahari, Seid H. Pourtakdoust, "Optimal Fuzzy CLOS Guidance Law Design Using Ant Colony Optimization", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp.95-106, 2005.
- [3] C. Liang, J. Perng Su, "A new approach to the design of a fuzzy sliding mode controller", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 139, pp. 111–124, 2003.
- [4] R. Eberhart, A. Kennedy, "A New Optimizer Using Particle Swarm Theory", Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, pp.39 -45, 1995.
- [5] D. Imen, commande des systemes non lineaires par mode glissant d'ordre superieur, Mémoire de Magister, Université Constantine 1, 2013.
- [6] P. E. Vidal, Commande non linéaire d'une machine asynchrone a double alimentation, Thèse doctorat, institut national polytechnique de toulouse, 2004.
- [7] T. Boumediene, Commande par mode Flou Glissant de la Machine Asynchrone Double Alimentée utilisée en Aérogénérateur, Mémoire de Magister, Université Mohamed Boudiaf Oran, 2015.
- [8] N. Mohammed, C. Lokman, Commande par mode glissant appliquée à un système électro-énergétique, Mémoire de Master, université de Kasdi Merbah Ourgla, 2017.
- [9] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996
- [10] F. Lahouazi, Mise en œuvre d'une stratégie de commande neuro floue: Application à un pendule inverse, Mémoire de Master, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, 2011.
- [11] L. Mourad, Synthèse de lois de commande non-linéaires pour le contrôle d'une machine asynchrone à double alimentation dédiée à un système aérogénérateur, Thèse doctorat, Université Aboubakr Belkaïd Tlemcen, 2016.
- [12] V. Utkin. "Sliding mode control design principles and applications to electric drives". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp 23-36, 1993.
- [13] Z. Yamina, Commande par mode glissant des courants statoriques de la machine asynchrone, mémoire de magister, Université Ferhat Abbas de Setif, 2010.
- [14] S. Abd el moula et M. Abd el malek, Commande floue mode glissant application sur le système de grue 3D. Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah–Ouargla, 2017

Bibliographie

- [15] A.Toufik, commande des systèmes non-linéaires par mode glissant flou, mémoire de magister en automatique, université Mohamed Kheider de Biskra, 2009.
- [16] J. Wang, “Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers”, *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 19, pp 440–449, 2011.
- [17] L.Bahadur Prasad, B.Tyagi, H.O.Gupta, “Modelling & Simulation for Optimal Control of Nonlinear Inverted Pendulum Dynamical System using PID Controller & LQR”, *Sixth Asia Modelling Symposium*, pp 138-143, 2012.
- [18] S-K.Oh, W.Pedrycz, S-B.Rho, T-C.Ahn “Parameter estimation of fuzzy controller and its application to inverted pendulum”, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 17, pp.37–60, 2004.
- [19] Ahmad M. El-Nagar, M.El-Bardini, N.M.EL-Rabaie “Intelligent control for nonlinear inverted pendulum based on interval type-2 fuzzy PD controller”, *Alexandria Engineering Journal*, vol.53 pp.23–32, 2014.
- [20] Ji-Chang Lo, Ya-Hui Kuo, “Decoupled Fuzzy Sliding-Mode Control”, *IEEE transactions on fuzzy systems*, vol. 6, no. 3, pp 426-435, 1998.
- [21] L-C.Hung, H-Y.Chung,” Decoupled sliding-mode with fuzzy-neural network controller for nonlinear systems”, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol 46, pp.74–97, 2007.
- [22] M.Taherkhorsandi, K.K.Castillo-Villar, M.J.Mahmoodabadi, F.Janaghaei and S.M. Mortazavi Yazdi, *Optimal Sliding and Decoupled Sliding Mode Tracking Control by Multi objective Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithms*, Springer International Publishing Switzerland, 2015 .
- [23] A.Gherboudj, Méthodes de résolution de problèmes difficiles académiques, Thèse doctorat, Université de Constantine 2, 2013.
- [24] C.W. Reynolds, “flocks herds and schools a distributed behavioural model”, *Computer Graphics*, vol. 21, no. 4, pp 25-34, 1987.
- [25] E.O.wilson, *sociobiology the new synthesis*, chapter 7 Harvard college 1982.
- [26] J.Kennedy, R.C. Eberhart, *Swarm Intelligence*, Morgan Kaufmann, 2004.

Bibliographie

- [27] N.Salima, Reconnaissance de Caractères Manuscrits par Intelligence Collective, Thèse doctorat, Université Ferhat Abass-Sétif, 2013.
- [28] B. Noureddine, Commandes par mode de glissement d'ordre fractionnaire optimisées par métaheuristique. Application aux systèmes non linéaires et interconnectés, Thèse de doctorat, école nationale polytechnique d'Alger, 2017.
- [29] A.El Dor, Perfectionnement des algorithmes d'optimisation par essaim particulaire: applications en segmentation d'images et en électronique, Thèse doctorat, Université Paris-est, 2013.
- [30] C. Eberhart, P. Simpson, R. Dobbins, Computational intelligence PC tools, Chapter 6, Academic Press Professional, inc, San Diego, CA, USA, pp. 212–226, 1996.
- [31] X.Cai, Y.Tan, "A study on the effect of v_{max} in particle swarm optimisation with high dimension", Int. J. Bio-Inspired Computation, vol. 1, no. 3, pp 210-216, 2009.
- [32] M.Clerc, J. Kennedy, "The Particle Swarm-Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space", IEEE transactions on evolutionary computation, vol. 6, no. 1, pp 58-73, 2002.
- [33] A.Boubakir, F.Boudjema, S.Labiod, "A Neuro-fuzzy-sliding Mode Controller Using Nonlinear Sliding Surface Applied to the Coupled Tanks System ", International Journal of Automation and Computing, vol. 6, no. 1, pp 72-80, 2009.