

République Algérienne Démocratique & Populaire

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Ghardaïa

Faculté des Sciences et Technologies
Département des Sciences et Technologie

Projet de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme
MASTER



Domaine : *Sciences et Technologies*

Filière : *Gène électrique*

Spécialité : *Automatique*

N° d'ordre :

N° de série :

Décodage de la position de la main d'un Rat à l'aide des modèles ARMA utilisant des signaux cérébraux

Proposé par : Mr.A-KIFOUCHE

Réalisé par : Mr.GUERNOUG DJILALI

BITEUR KADA

Univ. Ghardaïa

Président

ARIF MOHAMED

Univ. Ghardaïa

Examineur

LAAJAL BOUMEDIEN

Univ. Ghardaïa

Examineur

Année universitaire 2018/2019

Remerciements

Nous remercions dieu le tout puissant qui nous à donné la force et la volonté pour réaliser ce projet.

Nous tenons à remercier particulièrement Mr A.KIFOUCHE qui est encadré durant la thèse pour leurs qualités pédagogiques, leur patience et leur gentillesse.

***E**nsuit, nos remerciements vont aux membres du jury qui accepteront d'examiner notre travail.*

J'adresse aussi mes remerciements aux enseignants du département Sciences et Technologies

***E**nfin, nous adressons nos remerciements à tous ceux que nous avons oubliés.*



Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

- ❖ *Mes chers parents*
- ❖ *A mon frère,*
- ❖ *A mes sœurs, leurs fils et filles*
- ❖ *A tous mes chers amis*

D.GUERNOUG

Introduction générale

La possibilité de contrôler des machines par la pensée n'est pas nouvelle. Elle a même donné naissance à une véritable discipline scientifique appelée interface cerveau machine (ICM) - aussi appelée interface neuronale directe ou brain computer interface ou encore interface cerveau ordinateur (IND ou BCI ou encore ICO). d'après tous ces nominations de cette jeune technologie on distingue qu'il y a plusieurs prototypes de réalisation et de traitement. Mais tous ayant le même objectif c'est que ce sont sous une forme émergente du cerveau à un interfaces permettant à un utilisateur d'envoyer des commandes à un ordinateur uniquement grâce à son activité cérébrale sans aucune intervention musculaire.

Deux sous définitions peuvent être données concernant les Interfaces Cerveau Machine on les notes selon leur direction d'information :

Une ICM est un système pour lire les informations du cerveau et les décode pour savoir les actions incluses pour but d'une réparation moteur tel que les prothèses neuromusculaires.

Une ICM pour lire des informations et les encode en un signal connu par le cerveau pour but de réparation d'un système sensoriel tel que la rétine bionique et cochléaire.

Ou plus générale, une Interface Cerveau Machine est un système pour assurer des communications directe entre le cerveau et le monde extérieur.

Des recherches réalisent des ICM fonctionnelle appliquées en générale sur des animaux et donne de bons résultats. Dans ce mémoire, nous sommes intéressés au interfaces qui lisent les informations du cerveau et les décodent pour un contrôle d'un bras artificiel ou plus générale pour une réparation fonctionnelle par une interface moteur. La partie la plus importante qui nous attire est celle du décodage bien qu'il y a d'autres étages dans la chaîne d'une interface de ce type. On cite alors :

une phase d'acquisition : dans cette phase-là, pas mal de technique d'acquisition qui sont proposées avec d'avantages et d'inconvénients. Des techniques se base sur des acquisitions physique ou il y a deux types, invasive sous le crâne et non-invasive de l'extérieur du cerveau. Il y a d'autre qui se base sur des radiographies sans toucher le cerveau.

phase de prétraitement (filtrage et amplification) : dans cette étape, le filtrage est nécessaire pour but de réduire des bruits blancs ou colorés plus une amplification du signale qui est à faible intensité

Détection, séparation de spikes et représentation : lors de l'acquisition, en général on récolte les influxes nerveux de plusieurs neurones voisins du capteur d'acquisition utilisé.

Alors que le signal obtenu est représenté par une superposition de plusieurs activités de différentes formes. La séparation consiste à isoler chaque activité sur une ligne composée d'une suite de '1' ; représente les moments quand un neurone tire ; séparé par des '0' ; représente des silences ; suivi par une représentation continue du signal en relation directe à la densité des uns '1'.

Décodage (mapping) : c'est le but de notre mémoire, dans cette phase plusieurs techniques sont proposées. Nous nous intéressons au réseau de neurones de type TDNN (Time Delay Neural Network).

On a opté à organiser ce mémoire en trois chapitres et une conclusion générale

Dans le premier chapitre, on va identifier les interfaces cerveau machine et sont des systèmes de communication directe entre un individu et une machine, ces systèmes peuvent être conçus pour assister, améliorer ou réparer des fonctions humaines de cognition ou d'action défaillantes. Dans une ICM les activités cérébrale de l'utilisateur sont enregistrées, analysées et traduites en commandes destinées à la machine.

Le deuxième chapitre est présente quelque information nécessaire de neurone biologique qui est la base de construction du système nerveux. Par la suite le comportement du neurone biologique est exploiter pour modéliser le neurone artificiel. Ensuite, définitions essentielles des réseaux de neurones avec ses différents types et architecture, et notamment

leur apprentissage. Nous présentons quelle que modèles des réseaux neurone artificiel, Puis on parle sur les réseaux de neurones à temps de retard (TDNN) est constitué de sous réseau agissant comme des extracteurs de formes.

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) s'inscrivent dans l'effort de conception est mis sur le développement des algorithmes d'apprentissage afin de doter un système d'autonomie et de capacités d'adaptation. Parfois, ces systèmes intelligents arrivent même à «découvrir» de nouvelles solutions à des problèmes forts complexes et difficilement accessibles pour un cerveau humain.

Dans le dernier chapitre, en discutant les résultats des expériences appliquées sur des données expérimentales sur des rats appuyant sur un levier. La technique utilisée pour le décodage est les réseaux de neurone à temps de retard (TDNN) par la simulation sur le logiciel MATLAB.

ABSTRACT

Spike sorting technique is one of the Brain Machine Interface's major steps. This technique is used in electrophysiological data analyzing, it depends on the electrical recorded neuronal activity detected by electrodes placed on the motor cortex. SS process has four main steps; filtering, detection, feature extraction and classification. In this work, using real ECoG dataset extracted from experiment on rats' motor cortex; we aim to the online spike sorting, in other word, SS process is done simultaneously during this experiment.

Key words: Spike sorting, Brain Machine Interface, electrophysiological data analyzing, neuronal activity, electrodes, ECoG, motor cortex, filtering, detection, feature extraction, classification, online spike sorting

Résumé

La technique de tri de Spike est l'une des étapes majeures de l'Interface Cerveau

Machine. Cette technique est utilisée dans l'analyse des données électro-physiologiques, elle dépend de l'activité neuronale enregistrée électriquement détectée par les électrodes placées sur le cortex moteur. Le processus de tri de spike comporte quatre étapes principales ; filtrage, détection, extraction de caractéristiques et classification. Dans ce travail, en utilisant la base de données ECoG réel extrait de l'expérience sur le cortex moteur des rats; nous visons le tri

en ligne, en d'autres termes, ce processus est fait simultanément pendant cette expérience.

Mots clé: tri de Spike, l'Interface Cerveau Machine, analyse des données électro-physiologiques, activité neuronale, électrodes, cortex moteur, filtrage, détection, extraction de caractéristiques, classification, ECoG, tri en ligne.

Liste des Figures

Figure 1.1 : Neurone Biologique.....	01
Figure 1.2 : Cerveau humain.....	02
Figure 1.3 : Cortex c é rbrale.....	02
Figure 1.4 : le cr âne c é rbrale humain	03
Figure 1.5 : plan g é n é r a l d' u n B C I p o u r c o n t r ô l e d e c h a i s e r o u l a n t e.....	03
Figure 1.6 : Clavier visuelle pour interface synchrone.....	05
Figure 1.7 : Synapses du cerveau.....	06
Figure1.8 conection entre deux synaps.....	08
Figure 1.9 fonctionnent entre deux synaps.....	08
Figure 1.10 un syst è m e E E G.....	09
Figure 1.11 : Syst è m e d' a c q u i s i t i o n M E G.....	10
Figure 1.12 un syst è m e E c o G.....	11
Figure1.13 plan d é m o n s t r a t i f l' e m p l a c e m e n t d e l a p u c e i n v a s i v e.....	12
Figure1.14 sch é m a d e n o t r e B C I	13
Figure 1.15: La cha î n e d e t r a i t e m e n t d u s i g n a l u t i l i s é p o u r o b t e n i r u n e a c t i v i t é.....	14
Figure 1.16: Exemples de signaux pr é a c c e n t u é s e t l e s v a l e u r s s e u i l s.....	17
Figure 1.17: Exemples de deux m é t h o d e s d' a l i g n e m e n t d i f f é r e n t e s.....	21
Figure 1.18: Les r é s u l t a t s d e s é c h a n t i l l o n s d' e x t r a c t i o n d e c a r a c t é r i s t i q u e s.....	23
Figure 1.19: Exemple montrant la DWT	24
Figure 1.20: Illustration d' e x t r a c t i o n d e c a r a c t é r i s t i q u e s e n u t i l i s a n t l a t r a n s f o r m a t i o n i n t é g r a l e (I T).....	24
Figure 3.1 : m é t h o d e d' a c q u i s i t i o n e t p o u r s u i t d u r a t.....	50
Figure 3.2 signal E C o G o r i g i n a l s u r u n c a n a l.....	51
Figure 3.3 E C o G a v e c f i l t r a g e.....	51
Figure 3.4 p e t i t e p a r t i e d u E C o G a v e c f i l t r a g e.....	52
Figure 3.5 S i g n a l o b t e n u a p r è s a p p l i c a t i o n d u N E O.....	52
Figure3.6 L o c a l i s a t i o n d e s p i k e s.....	53
Figure 3.7 p e t i t e p a r t i e s u r l a l o c a l i s a t i o n d e s p i k e s.....	53
Figure 3.8 s u p e r p o s i t i o n d e s d i f f é r e n t e s f o r m e s d e s p i k e s.....	54

I.1 INTRODUCTION :

Les interfaces cerveau-ordinateur BCI (ou Brain Computer Interface) sont des systèmes qui permettent la communication entre le cerveau et diverses machines. Cela est assuré par le développement de la technologie des semi-conducteur d'une part pour l'acquisition des données cérébrales et le traitement du signal avec des mathématique d'autre part pour le traitement et l'analyse de ses signaux.

Ce type de système est destiné aux applications médicales tel que le contrôle des systèmes ; bras artificielle, chaise roulante, cochléaire ; et aussi des applications de jeux tel que le contrôle de curseur sur écran, ... etc. Avant tous on fait des descriptions et des définitions des mots suivants : un neurone, un cerveau, le cortex cérébral et le crâne.

a-Neurone Biologique : c'est une cellule nerveuse excitable qui représente le plus petit constituant du cerveau. C'est l'unité fonctionnelle de base du système nerveux. Les neurones assurent la transmission et le traitement d'un signal bioélectrique appelé influx nerveux.

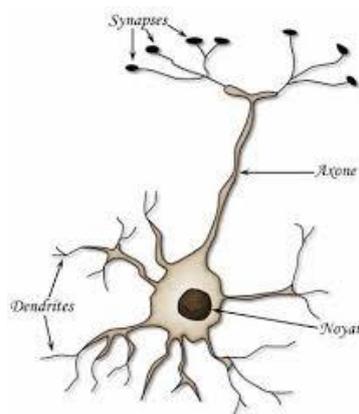


Figure 1.1 : Neurone Biologique

b-Cerveau Humain: Le cerveau est l'élément principal du système nerveux central. Le cerveau humain comporte environ 100 milliards de neurones et possède un poids moyen de 1.300 à 1.400 grammes. Il contient également des cellules gliales. Il assure la commande neuronale de tous les éléments du corps qui lui correspond biologiquement par la génération des signaux cérébraux transmis via des neurones de communication.

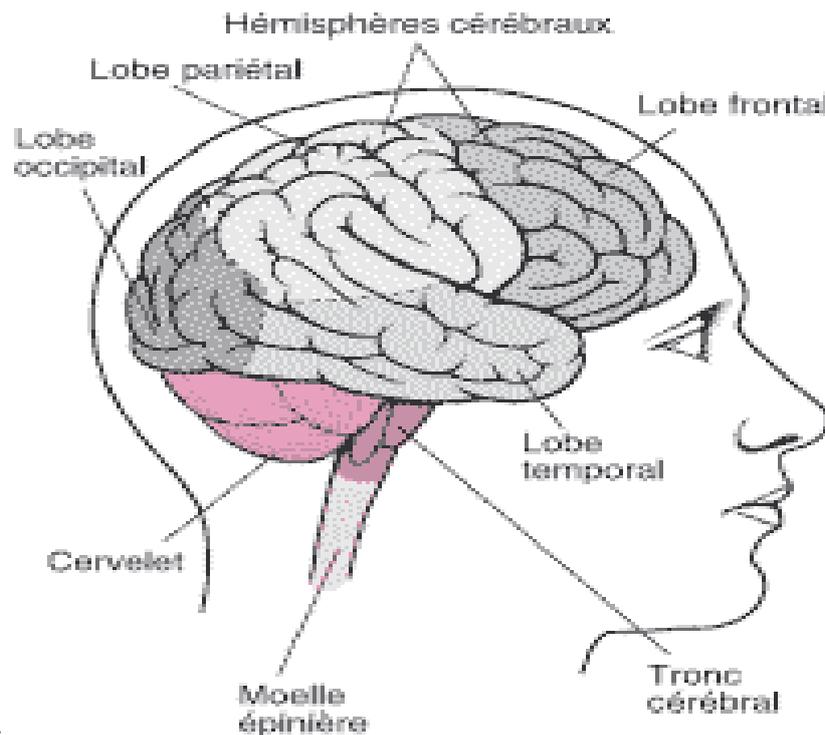


Figure 1.2 : Cerveau humain

c-Le cortex cérébral : (ou écorce cérébrale), d'origine pros encéphalique, désigne la **substance orange** périphérique des hémisphères cérébraux. Il se compose de trois couches (pour l'archi- et le paléo-cortex) à six couches (pour le néocortex) renfermant différentes classes de neurones, d'interneurones et de cellules gliales.

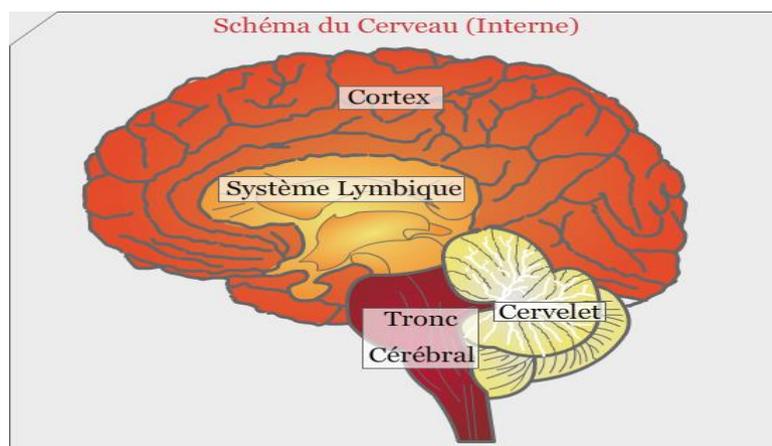


Figure 1.3 : Cortex cérébrale

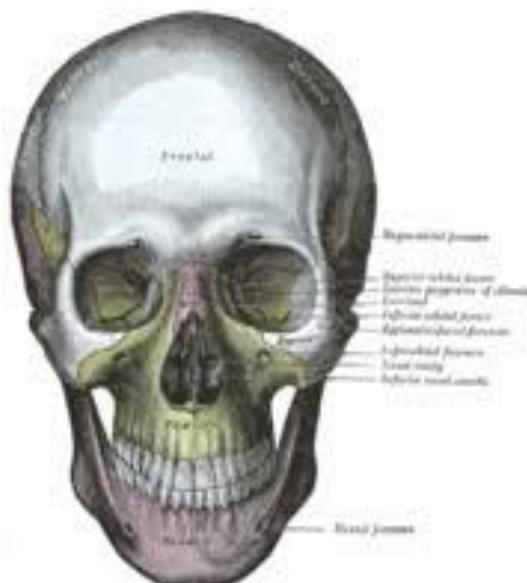


Figure 1.4 : le crâne céphalique humaine

d-Le crâne : est la partie supérieure du squelette. Il est essentiellement destiné à protéger le cerveau. Il repose sur le rachis cervical par l'intermédiaire de l'atlas ou vertèbre C1, et maintient en antérieur le massif facial.

I.1 INTERFACES CERVEAU-MACHINE

Un système BCI fonctionne en trois étapes principales: la collecte des signaux cérébraux, leur interprétation et l'envoi de commandes à une machine connectée en fonction du signal cérébral reçu. Le BCI peut être appliqué à diverses tâches, notamment le neurofeedback, la restauration de la fonction motrice chez les patients paralysés, la communication avec les patients bloqués et l'amélioration du traitement sensoriel.

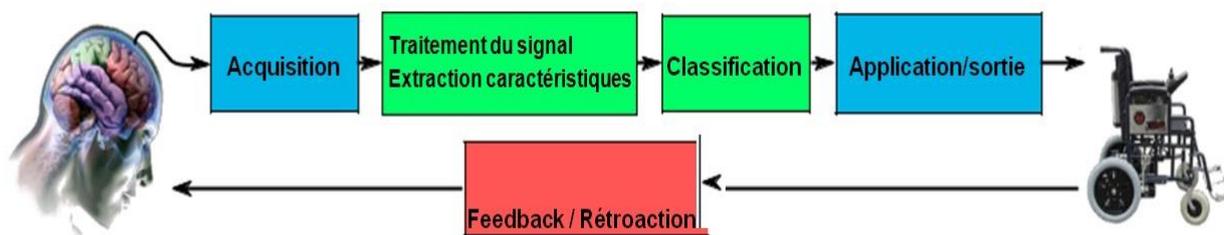


Figure 1.5 : plan général d'un BCI pour contrôle de chaise roulante.

I.1.2 Applications des systèmes BCI : Dans la littérature on trouve deux grands types d'application des BCI, application médicale et application non médicale. On cite les principaux axes d'application dans :

△ Medium de communication pour des patients à handicap s'évère.

△ Contrôle d'un membre robotisé.

△ Jeux vidéo, téléphone

I.2 Classification et types : On classe les ICM selon plusieurs paramètres, soit selon l'adaptation ou l'apprentissage, selon le type d'acquisition ou selon le sens de l'information, ... etc.

I.2.1 Adaptation des ICM

Il existe deux types d'adaptation :

a- Biofeedback

△ Le sujet apprend à réguler volontairement l'activité de son cerveau.

△ Pas d'étape de classification puisque c'est le sujet qui s'adapte à la machine.

b- Apprentissage statistique

△ La machine apprend à reconnaître automatiquement les différentes tâches mentales.

△ Nécessité d'avoir des exemples d'apprentissage, Alor nous avons un temps de calibration.

Dans les faits : co-adaptation. Meilleures performances lorsque les deux s'adaptent.

I.2.2 Synchronicit é

a-Interface synchrone

Le sujet effectue la t âche mentale en r éponse à un stimulus donn é par la machine. ^Δ

Simplicit é de mise en œ uvre, on sait quand est le signal à d étecer.

^Δ Exemple : clavier virtuel P300

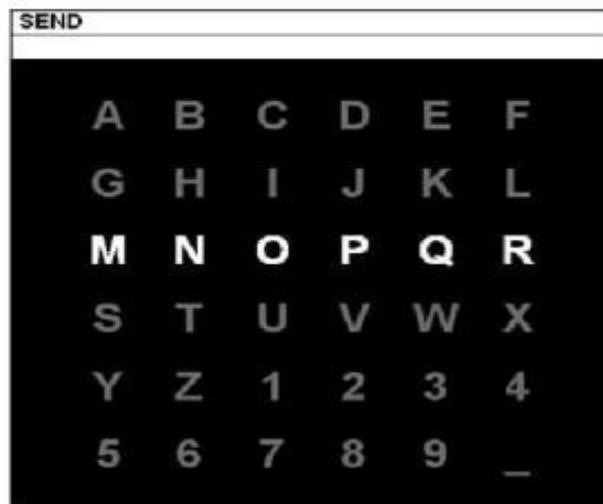


Figure 1.6 : Clavier visuelle pour interface synchrone.

b-Interface asynchrone

Le sujet choisi d' exécuter la t âche mentale quand il le souhaite.

^Δ La reconnaissance de t âche mentale se fait donc en continue

I.2.3 BCI d épendant et ind épendant

Même si les BCI n' utilisent que la mesure de l' activité cérébrale, certains nécessitent que l' utilisateur ait un certain contr ôle de ses muscles, par exemple la capacité à contr ôler la direction du regard. Ceux-ci sont les BCI d épendants. La plupart des BCI utilisant des Potentiels Evoqu és Visuels (PEV) sont d épendants [Gao et al., 2003].

Certains handicaps ne permettent pas le moindre contr ôle musculaire. Dans ce cas, un BCI ind épendant est obligatoire. Ces derniers utilisent les potentiels corticaux lents, les potentiels P300 évoqués ou le contr ôle des rythmes β et μ [Pfurtscheller et al., 2000].

Les BCI d épendants sont plus robustes et plus faciles à utiliser. Ils sont destin és à des personnes valides pour des applications plut ôt ludiques telles que les jeux vidéo. Les BCI

indépendants, pour le moment sujets à un taux d'erreur par bit (probabilité d'erreur de l'interface pour une action) plus important, sont destinés à des applications dans le domaine médical pour des personnes souffrant de grands handicaps moteurs.

I.2.4 Activités neuronales et mesure

I.2.4.1 Activités neuronales

a-Activités neuronales

Les neurones communiquent entre eux au niveau de zones de connexions appelées synapses. Au niveau d'une synapse, il n'y a pas de continuité entre les deux cellules. C'est un messager chimique produit par le premier neurone qui assure la transmission du message au second.



Figure 1.7 : Synapses du cerveau

Le système nerveux est composé du cerveau, de la moelle épinière et d'un réseau de nerfs parcourant tout l'organisme. Il commande et contrôle l'ensemble du corps (fonctions intellectuelles, perception, mouvements, équilibre...) grâce à l'influx nerveux, une transmission électrique qui se propage entre les neurones.

b- Le cerveau, chef d'orchestre de l'organisme

Siège de nos émotions, de nos réflexions, notre identité.., notre cerveau nous permet de percevoir et de découvrir le monde qui nous entoure grâce à plus de 10 milliards de cellules qui transmettent et reçoivent des messages des différentes parties de l'organisme.

Il est composé de deux hémisphères connectés entre eux et il est divisé en plusieurs parties, dont chacune remplit un rôle différent : le bulbe rachidien contient des centres nerveux chargés de la régulation des fonctions fondamentales involontaires (rythme cardiaque, respiration, température corporelle, ...), le cervelet est chargé de la coordination des mouvements, l'hypothalamus est responsable du sommeil, des pulsions sexuelles, de la soif et de la faim...

Le cortex cérébral constitue la couche externe du cerveau. C'est lui qui contient la majorité des neurones, la fameuse substance grise.

c- Les neurones, des cellules particulières

Un neurone est une cellule nerveuse dont la forme est très différente de celle des autres cellules qui composent notre organisme. Les informations sensorielles (goût, toucher, vue, audition, odorat) sont transmises au cerveau par les neurones. D'autres, les neurones moteurs, sont chargés de commander les muscles. Au-delà de ces fonctions simples, d'autres réseaux de neurones sont chargés de tâches plus complexes : la mémoire, le langage, le raisonnement, le comportement, la concentration, la réalisation de gestes complexes...

On peut distinguer trois parties dans un neurone :

- Le corps cellulaire d'un diamètre d'environ 50 microns (1 micron= 1 millième de millimètre) ;
- Les dendrites ou prolongements courts du corps cellulaire. Le rayon de l'ensemble de l'arbre dendritique est d'environ un millimètre. Dans le cerveau, un seul neurone peut avoir 50 000 dendrites ;
- L'axone, un prolongement unique se finissant par une arborisation terminale. La longueur de l'axone peut varier de quelques dizaines de microns à plusieurs centimètres.

d- La transmission neuronale

Dans le cerveau, les informations circulent sous forme de messages électriques, appelés influx nerveux, de neurones en neurones. Depuis les dendrites, elles vont vers le corps cellulaire où elles sont traitées et naviguent jusqu'aux synapses via l'axone.

e- Connexion entre deux neurones

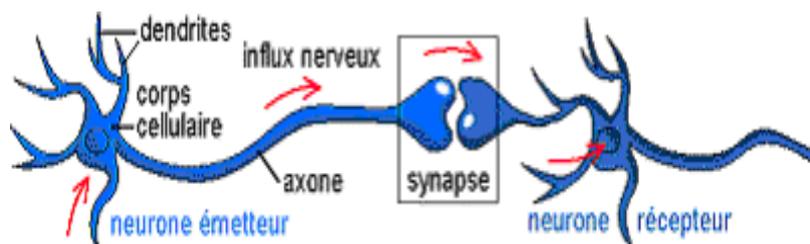


Figure 1.8 conection entre deux synaps

Les synapses constituent les zones d'échanges d'informations entre les neurones. Les neurones sont unis entre eux par des milliers de connexions synaptiques. À ce niveau, l'information est échangée sous forme de messages chimiques. Des substances chimiques appelées neurotransmetteurs sont secrétées et se lient à des récepteurs spécifiques. Plus d'une centaine de neurotransmetteurs ont été identifiés.

f- Synapse en fonctionnement normal

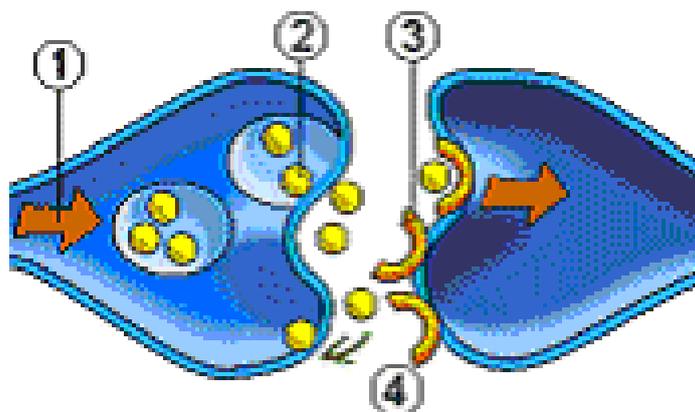


Figure 1.9 fonctionnent entre deux synaps (1: Influx nerveux, 2: Neurotransmetteur, 3: Récepteur spécifique, 4: Système de recapture du neurotransmetteur).

1.2.4.2 - Mesure du signal

Il existe de nombreuses techniques différentes pour mesurer les signaux cérébraux. Donc La BCI peut être séparée en trois catégories en fonction de la méthode utilisée pour

collecter les signaux cérébraux. Nous pouvons les diviser en non invasives, semi-invasives et invasives.

a- Non invasif Les capteurs sont placés sur le cuir chevelu pour mesurer les potentiels électriques produits par le cerveau (EEG) ou le champ magnétique (MEG).

Propriétés

- △ Mauvaise résolution spatiale (1-2 cm + électrodes corrélées).
- △ Très bonne résolution temporelle (1 KHz).
- △ Mauvais rapport signal sur bruit.

A.1- système EEG L'encéphalographie (EEG) consiste à enregistrer l'activité électrique du cerveau à l'aide d'électrodes placées à la surface du scalp. Ce système est utilisé en clinique principalement dans le cadre de l'épilepsie et c'est d'ailleurs souvent le seul système permettant d'observer des anomalies



Figure 1.10 un système EEG

ElectroEncéphalogramme (EEG)

Électrodes positionnées à la surface du crâne.

- △ Nécessitent l'utilisation de gel conducteur.

- △ Problèmes de contact et d'évolution temporelle de la qualité des mesures.
- △ Perte d'information car la boîte crânienne atténue les signaux.



Figure 1.11 : Système d'acquisition MEG.

A.2- Un système MEG et IRM

L'imagerie par résonance magnétique (IRM)

est une technique d'imagerie médicale permettant d'obtenir des vues en deux ou en trois dimensions de l'intérieur du corps de façon non invasive avec une résolution en contraste relativement élevée.

-MagnétoEncéphalogramme (MEG)

- △ Mesure des champs magnétiques induits par l'activité du cerveau.
- △ Utilisé à la place des ECoG pour les patients épileptiques.
- △ Peu utilisé en ICM.

B- Semi-invasif Electro-Cortico-Gramme (ECoG) Électrodes implantées sur le cortex à l'intérieur du crâne. Alor dit Semi-invasive car ne pénètre pas dans le cerveau, Implantée pour des raisons médicales.

Propriétés

- △ Bonne résolution spatiale (5 mm).
- △ Très bonne résolution temporelle (1 KHz).
- △ Rapport signal sur bruit correct.

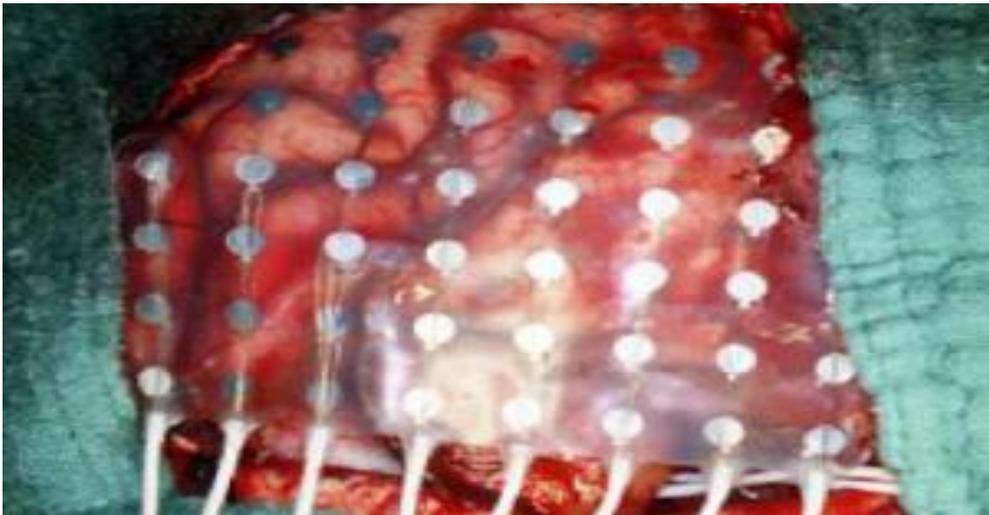


Figure 1.12 un système ECoG

C- Invasif pour la mesure de tension à l'intérieur du cerveau on utilise un capteur de forme de puce composé de microélectrodes placées directement dans le cortex et mesurent l'activité d'un neurone. Donc cette méthode nécessite d'utiliser des méthodes de traitement adaptées (signal composé de "Spike")

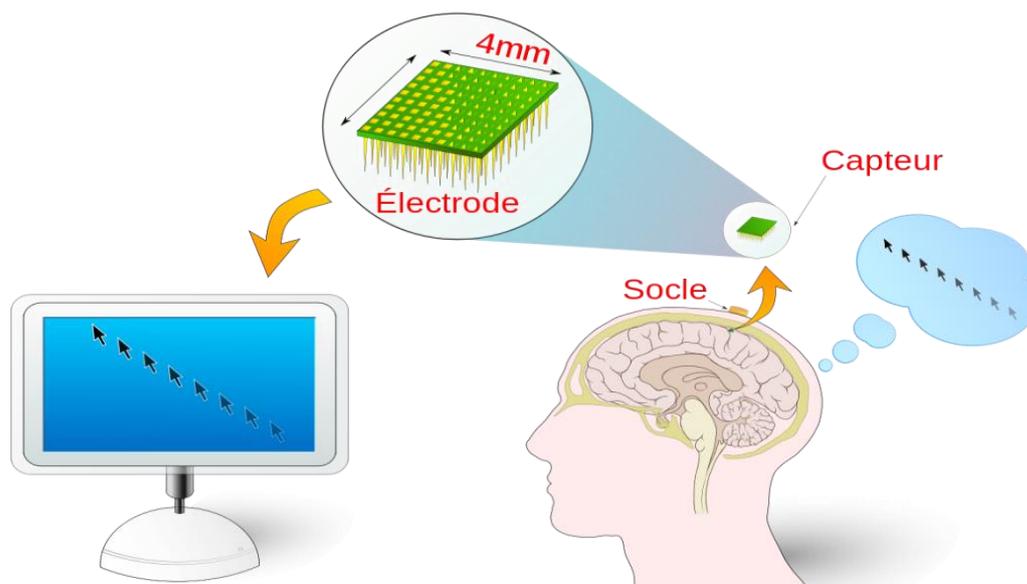


Figure 1.13 plan démonstratif l'emplacement de la puce invasive

Propriétés

- ▲ Très bonne résolution spatiale (.5 mm).
- ▲ Très bonne résolution temporelle.
- ▲ Bon rapport signal sur bruit.

1.3 METHODE PROPOSE :

Dans notre travail, le BCI développé est de type indépendant, invasif et synchrone.

Indépendant : Il est destiné à des utilisateurs pouvant être dans l'incapacité d'utiliser la totalité de leurs muscles, même les mouvements oculaires.

invasifs : un capteur de forme de puce composée de micro électrodes sont placés ECoG.

Synchrone : Au stade expérimental nous développons une interface synchrone car plus robuste et plus facile à mettre en place, l'objectif à long terme étant de développer un système asynchrone.

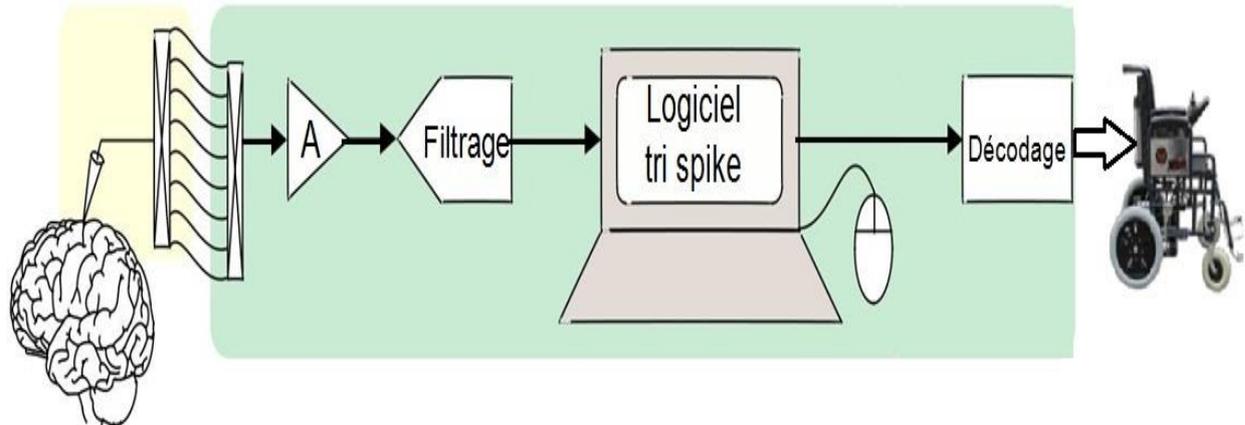


Figure1.14 schéma de notre BCI

I.3.1 Aquisition du signal : une puce invasive à base d'un capteur ce forme de puce compos éa des micro électrodes sont plac és

I.3.2 Filtrage est un circuit quadrip ôles qui r éalise une op ération volontaire de mise en forme d'une grandeur éctrique (courant ou tension).

I.3.3 Le processus de Spike-tri

Afin d'obtenir l'activité de l'unité (multi), les données extracellulaire est filtré bandpass-premier pour éliminer le bruit de PDD et de haute fréquence Pour obtenir ensuite une activité unitaire, il faut effectuer le tri pic en envoyant cette donnée brute à travers la chaîne de traitement de signaux représenté sur la Fig.1.15. Les étapes premières sont la détection de crête, le procédé consistant à séparer les pics de bruit de fond, et l'alignement, le procédé consistant à aligner tous les pics détectés à un point temporel commun par rapport à la forme d'onde de pointe. Une fois que les pointes ont été identifiées, le tri peut avoir lieu.

La plupart des méthodes de tri des pointes reposent en grande partie sur l'hypothèse a été mentionné précédemment que chaque neurone produit un signal distinct, forme distincte (comme on le voit par l'électrode) qui reste constant tout au long d'une session d'enregistrement | reposent sur des informations de forme d'onde de crête. Ainsi, la première étape dans de tels procédés est l'extraction de caractéristiques, dans lequel les pics se transforment en un certain ensemble de caractéristiques, comme composants principaux, qui met l'accent sur la différences entre les pointes des neurones distinctes ainsi que les différences

entre les pointes et le bruit. Après extraction de caractéristiques, une certaine forme de réduction de dimensionnalité prend généralement place, dans lequel disposent coefficients que les meilleures pointes séparées sont identifiées et stockées pour un traitement ultérieur tandis que les autres sont mis au rebut. Enfin, les pointes sont classées en groupes distincts, correspondant aux neurones distincts, sur la base des caractéristiques extraites coefficients; ce processus est appelé regroupement. Le résultat, le signal d'intérêt pour l'expérimentateur et l'IMC, est le train de temps de pic pour chaque neurone. Ces informations peuvent être représentées graphiquement par un diagramme de trame, où les tiques sont attirés pour indiquer les occurrences de pic en fonction du temps, comme le montre le plus à droite de la parcelle Fig.1.15 Pour trois neurones.

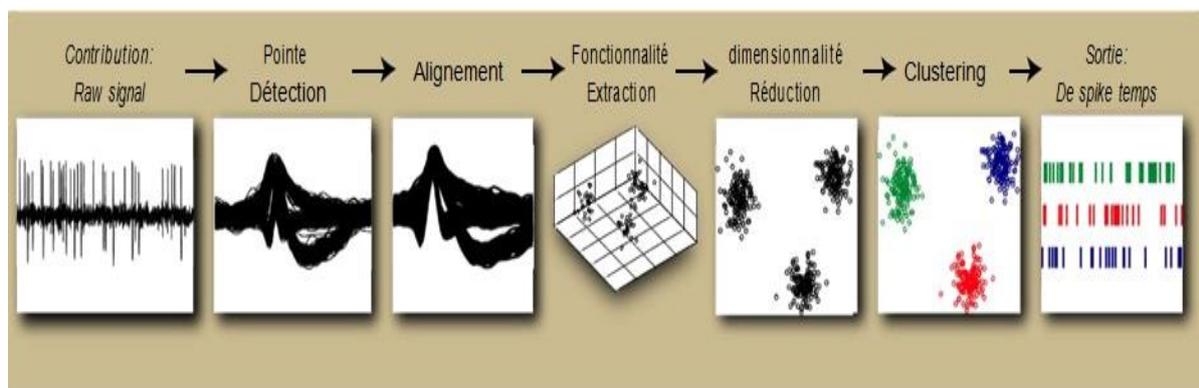


Figure 1.15: La chaîne de traitement du signal utilisée pour obtenir une activité

I.3.1 Décodage La fonction d'un décodeur est de reconnaître une combinaison de bits en entrée (le code) et de signaler la présence de ce code en mettant un signal en sortie à 1

Exemple : Supposons qu'on cherche à reconnaître le code binaire 1001, Dans ce cas, il faut réaliser un circuit qui implémente la fonction $R = x_3 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0$. On remarque que $R = 1$ si l'entrée est 1001 et 0 sinon, ce circuit permet de décoder le code 1001

I.4 Les algorithmes Spike-classification de tri

Modes de Spike-tri peuvent être classés en fonction d'un certain nombre de différences caractéristiques. Le premier est le niveau d'autonomie: les méthodes peuvent être automatiques sans supervision «(totalement autonome) ou manuel »(pas du tout autonome). Les méthodes automatiques ou sans supervision ne nécessitent aucune intervention de

l'utilisateur, alors que les méthodes manuelles nécessitent une surveillance constante par un opérateur. Les méthodes peuvent également tomber quelque part entre ces deux extrêmes; a la méthode semi-automatique » est une méthode à la fois avec une étape manuelle et une étape automatique. Des exemples de procédés semi-automatiques comprennent des procédés de détection qui nécessitent le réglage manuel d'un seuil, ou des méthodes de fenêtre discriminateur qui nécessitent la définition manuelle de de de fenêtres, mais qui fonctionnent alors automatiquement. Ainsi que des méthodes de classification qui obligent l'utilisateur à l'homme-sivement grappes réattribuer après détermination du cluster automatique. Pour les applications de prothèses neurales, les points doivent être triés en temps réel, ce qui empêche ainsi un tri manuel pointe. Et à cause de la quantité croissante de données résultant d'une augmentation du nombre de canaux enregistrés simultanément, le tri manuel de pointe n'est plus une option viable dans les milieux de recherche non plus. Par conséquent, les méthodes automatiques sont maintenant généralement nécessaires.

Une deuxième façon de classer les algorithmes de tri pic est par si oui ou non ils sont en temps réel (aussi appelé en ligne). La pratique courante depuis de nombreuses années a été de Rst enregistrer et stocker toutes les données, puis d'effectuer le tri en ligne après l'expérience. En conséquence, la plupart des méthodes de tri pointe qui ont été émis au point sont non causal dans la mesure où ils se fondent sur l'accès à toutes les données à la fois. Lors de l'utilisation analyse en composantes principales, par exemple, les composants principaux sont souvent calculés en utilisant tous les pics détectés, puis chaque pic est projeté sur ces vecteurs de base avant la classification proprement dite a lieu. C'est de plus en plus commun, cependant, pour des applications nécessitant pic de tri pour exiger que la pointe tri se produisent en temps réel. Cette exigence rend un certain nombre de méthodes jusqu'ici utilisées couramment insuffisantes. Un compromis serait de modifier les algorithmes en ligne pour inclure une période de formation en ligne suivie d'un temps réel période de classification.

Le troisième attribut par lequel les méthodes de tri-pointes peuvent être classées est adaptativité. Comme nous allons le décrire plus tard, les signaux extracellulaires ne sont pas toujours stationnaires. Dans de tels cas, il serait bénéfique d'utiliser un algorithme qui peut adapter à un environnement changeant, par opposition à un algorithme statique. Il peut y avoir des cas intermédiaires sur cette échelle aussi bien. Par exemple, un algorithme statique qui nécessite une période de formation peut être adapté en recyclant périodiquement.

Les algorithmes de classification peuvent être plus ou moins paramétriques ou non paramétriques. Koontz et al. ont classé un algorithme de regroupement non paramétrique comme un algorithme de regroupement de données à plusieurs variables qui ne sont pas basés sur un modèle paramétrique d'une fonction de densité de probabilité sous-jacente. En particulier, un algorithme non paramétrique doit identifier les grappes de forme et de taille arbitraires. En d'autres termes, tout algorithme qui suppose une certaine structure de données ou qui est sollicité vers une forme de grappe particulière, telle que sphérique ou ellipsoïdale, sera considéré comme paramétrique. La fonction de densité de probabilité sous-jacente pour les données de neurones ne sait pas a priori. Les algorithmes de regroupement donc non paramétriques sont hautement souhaitables.

Les premiers algorithmes de tri pic étaient très simples, mais pas très précis. En général, la méthode la plus complexe, plus la performance. Cette Trade-off inhérente entre la précision de l'algorithme et la complexité conduit à une autre caractéristique permettant de classer les algorithmes: la précision { mesure de complexité. Comme nous l'avons décrit dans l'introduction, de nombreuses applications nécessitent un tri pic dans le matériel implantable. Tout matériel implantable est soumis à la fois à des contraintes strictes de densité de puissance et aux exigences de haute fiabilité. Ainsi, il est essentiel de choisir les méthodes de tri pic avec l'équilibre optimal entre la précision et de la complexité de la mise en œuvre dans le matériel.

Dans la section suivante, nous donnerons quelques exemples d'algorithmes qui ont été utilisés pour chaque étape de tri de pointe. Nous mentionnerons également des méthodes alternatives, la plupart du temps statistique nature probabiliste, qui ne se conforme pas au schéma fonctionnel représenté sur la Fig. 1.15

I.4.1 Vue d'ensemble des algorithmes Spike-tri

Notez que Lewicki a fourni une belle revue des méthodes de pointes de tri en 1998. Ici nous fournissons une description relativement haut niveau de l'évolution des techniques de tri pic ainsi qu'une mise à jour des algorithmes plus récents, et de les présenter dans le contexte du matériel de tri de pointe.

I.4.2 Détection

Presque toutes les méthodes de détection comportent deux étapes: la pré-accentuation du signal et de l'application d'un seuil. Méthodes de détection des pointes varient dans la façon dont le signal est pré-accentué et dans la façon dont le seuil est déterminé. Toutes ces

méthodes d'exécuter automatiquement donné le seuil de détection, de sorte que si l'algorithme est entièrement automatique dépend si oui ou non le seuil peut être déterminé automatiquement. Toutes ces méthodes sont également en temps réel (sauf une petite latence pour les pics d'Eringbu) compte tenu du seuil de détection, mais le calcul automatique du seuil implique généralement une période de formation.

Les premiers jours de tri de pointe est venu dans un temps avant que les ordinateurs personnels. Le traitement a été effectué uniquement dans le matériel analogique. En conséquence, les méthodes de tri pointes étaient relativement primitive. La détection de pointes est typiquement réalisée à l'aide d'un simple déclenchement de tension ou d'un déclencheur de Schmitt, où le seuil de tension a été réglé manuellement par l'utilisateur. Chaque fois que le signal de tension franchit ce seuil, serait généré une impulsion pour indiquer la présence d'un pic ou, si l'utilisateur avait besoin des formes d'onde de pic pour le tri ultérieur de pointe, un franchissement de seuil déclencherait la capture de la forme d'onde de pic. Cette méthode fait appel en raison de sa simplicité et, par conséquent, est encore utilisé aujourd'hui par de nombreux expérimentateurs. Certains chercheurs ont modifié et cette méthode pour inclure une opération de valeur absolue avant la comparaison (ou, de manière équivalente, un seuil à comparer, comme le montre la Fig.1.16; le seuil de valeur absolue a été conçu être mieux qu'un simple seuil dans

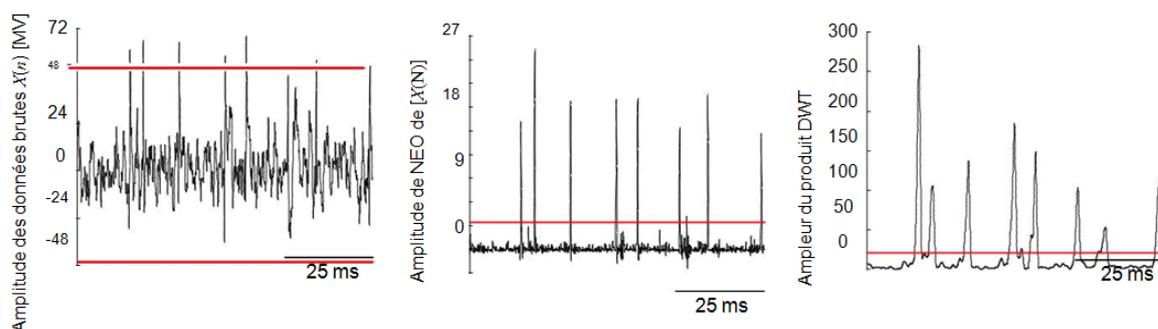


Figure 1.16: Exemples de signaux pré-accentués et les valeurs seuils

- lignes rouges en pointillés pour trois méthodes de détection différentes
- Gauche: Valeur absolue
- Moyen: NEO, Droite: DWT produit

Pour un système de tri de pointe autonome, le seuil doit être calculé automatiquement. Une valeur intuitive pour ce seuil serait un multiple de l'écart type du bruit. Cela permettrait de réduire la probabilité de bruit dépassant le seuil. Un procédé d'estimation de l'écart type du bruit consisterait à calculer l'écart type du signal complet (y compris les pointes), sous l'hypothèse que les pointes sont rares. Toute fois, A montré que le taux de cycle des données augmente, cette estimation est trop élevée. Ils ont donc proposé l'estimateur suivant:

$$\hat{\sigma}_N = \text{median} \left(\frac{|x(n)|}{0.6745} \right)$$

Ce dernier est l'estimation de la SD de bruit et $x(n)$ est un échantillon du signal d'origine x à l'instant n , Et a proposé le seuil de détection suivant Th :

$$Thr = 4\hat{\sigma}_N.$$

Une autre classe d'algorithmes de détection de pic sont basés sur la détection de variations de l'énergie du signal. Un tel algorithme est appelé l'opérateur d'énergie non linéaire (NEO) ou l'opérateur d'énergie Teager- (TEO). A l'origine décrit dans . La haute direction visé a été proposé pour utiliser dans la détection de pic en temps discret, la haute direction visé est de nie comme

$$\Psi[w(n)] = x^2(n) - x(n+1) \cdot x(n-1);$$

Ou ce module est un échantillon de la forme d'onde à l'instant n . Le NEO est grande uniquement lorsque le signal est à la fois riche en énergie (par exemple, $x^2(N)$ est grand) et haute fréquence (par exemple, $x(n)$ est grand tandis que $x(n+1)$ et $x(n-1)$ sont de petite taille). Etant donné qu'une pointe par définition est caractérisée par des fréquences élevées localisées et une augmentation de l'énergie instantanée Cette méthode présente un avantage évident par rapport aux méthodes qui semblent seulement à une augmentation de l'énergie ou l'amplitude du signal sans en ce qui concerne la fréquence. Cela se voit à la fig.1.16 , Ce qui montre que l'opération de NEO augmente le SNR du signal, ce qui rend la détection moins sensible au seuil de détection. Un autre avantage de cette méthode est qu'il est relativement

simple à mettre en œuvre, que ce soit dans le domaine numérique ou analogique. Le seuil Thr de cette méthode peut être automatiquement réglé à une version réduite de la moyenne de la NEO:

$$Thr = C \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Psi[x(n)],$$

où N est le nombre d'échantillons dans le signal. L'échelle peut être choisie d'abord par l'expérience et ensuite utilisée en tant que constante.

D'autres algorithmes de détection de pics sont basés sur la correspondance de modèle. Si les formes d'onde de pic d'intérêt sont connues a priori à l'utilisateur, puis adaptées peuvent être utilisées pour établir une corrélation entre le signal entrant avec les modèles de pic; si la corrélation dépasse un certain seuil puis a été détecté un pic. Avec des modèles de cluster connus, cette méthode peut également être utilisée pour la classification de pic réelle. Un procédé apparenté est la détection en utilisant la transformée en ondelettes discrète (DWT). La DWT, qui est idéalement adaptée pour la détection de signaux dans le bruit (par exemple, la détection de bord, la détection de la parole), a récemment été appliquée à la détection de crête neurale. Cette méthode a un attrait intuitif en ce sens qu'il est similaire à la correspondance de modèle, où nous corrélons le signal avec une forme d'onde connue, il est seulement l'échelle invariante. Le DWT lance également un appel parce qu'il peut être mis en œuvre à l'aide d'une série de banques filtrantes, en gardant la complexité relativement faible.

Un exemple d'une possible mise en œuvre est le produit DWT. Tout d'abord, la stationnaire de transformée en ondelettes (SWT) est calculée à 5 échelles dyadiques consécutives ($W(2^j; n); j = 1; \dots; 5$). Ensuite, l'échelle $2^{j_{max}}$ avec la plus grande somme des valeurs absolues se trouve:

$$J_{max} = \underset{j \in \{3,4,5\}}{\operatorname{argmax}} \left(\sum_{n=1}^N |W(2^j, n)| \right).$$

A partir de là on calcule la $P(n)$ produit point sage (ou \ SWTP ") entre le SWT à cette échelle et les SWT aux deux échelles précédentes

$$P(n) = \prod_{j=j_{max}-2}^{j_{max}} |W(2^j \cdot n)|.$$

Ce produit est ensuite lissé par convolution avec une fenêtre Bartlett $w(n)$ afin d'éliminer les pics parasites, et un seuil est appliqué. Le seuil Thr peut être réglé automatiquement à une version réduite de la moyenne de ce résultat:

$$Thr = C \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \omega(n) * p(n)$$

Où N est le nombre d'échantillons dans le signal et C est une constante. Encore une fois, la Fig1.7 montre que le signal pré-accentué DWT a un SNR augmenté par rapport au signal d'origine, ce qui rend la détection moins sensible au seuil de détection.

I.4.3 Alignement

Lorsque la détection de crête est effectuée dans le domaine numérique, chaque fois que le signal de tension dépasse un seuil, une fenêtre est appliquée et est capturé une forme d'onde de crête. A ce stade, chaque pointe est sensiblement alignée avec le point de passage à niveau de seuil. Cependant, la gigue d'échantillonnage combinée avec des bruits peut laisser des caractéristiques d'intérêt, comme les valeurs maximales et minimales, désalignées. Ce défaut d'alignement temporel a l'effet d'augmenter la diffusion de points dans l'espace de fonction, ce qui rend le regroupement plus difficile. Ainsi, l'alignement doit être effectué avant la classification.

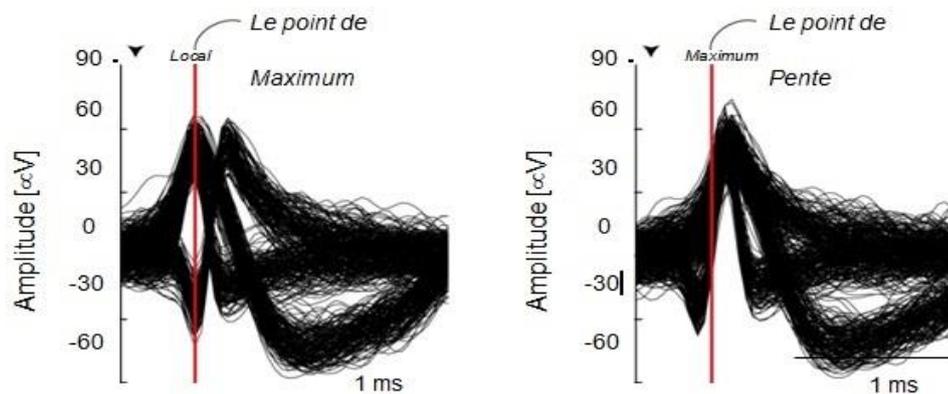


Figure 1.17: Exemples de deux méthodes d'alignement différentes. A gauche: alignement à un maximum de amplitude droite: alignement de pente maximale.

Le processus d'alignement commence habituellement par sur échantillonnage du signal (en utilisant une méthode d'interpolation spline cubique tel que) pour aider à réduire les effets de jauge d'échantillonnage. Ensuite, le signal est aligné sur un événement dans le temps. Les pointes peuvent être alignées sous-échantillonnées à la fréquence d'échantillonnage d'origine après l'alignement.

La méthode la plus courante de l'alignement temporel est d'aligner chaque pic au point de son amplitude maximale (Fig. 1.17) Alignement sur le point de pente maximale (Fig.1.17) A également été proposé Qui est intuitive car la pente ascendante du potentiel d'action a signification biologique. Cette méthode serait particulièrement pratique si les dérivés discrets étaient déjà utilisés pour l'extraction de caractéristiques. D'autres ont proposé un alignement au maximum d'une mesure d'énergie comme le NEO. Ce qui serait pratique si NEO étaient déjà utilisés pour la détection de pic. Simi-li èrement, l'alignement à l'intégrale maximale .Serait pratique si l'intégrale Transform. Ont été utilisés pour l'extraction de caractéristiques. En effet, il serait convenable de voir effectuer un alignement par rapport à une mesure qui est déjà calculé dans le processus de tri.

Bien que les méthodes d'alignement ci-dessus améliorent généralement classification ac-vicariat, l'alignement sur une mesure qui est dérivé de l'épi entier plutôt que d'un seul point peut être moins sensible aux effets de bruit de fond. Un exemple d'une telle mesure est le centre de masse de la pointe . Notez que tous les algorithmes qui ont été décrits dans la présente section sont complètement automatique et en temps réel.

I.4.4 Extraction de caractéristiques

méthodes d'extraction des caractéristiques étaient aussi primitives dans les premiers jours de tri de pointe. Souvent très simples fonctionnalités telles que l'amplitude de pic maximale, amplitude crête à crête et la largeur de pic ont été utilisées. Cette approche, bien que simple, est tout à fait sensible au bruit, ainsi que des variations intrinsèques des formes de pointes.

Dans les années 1970, les ordinateurs numériques ont acquis la capacité de la popularité et le traitement, les chercheurs ont commencé à utiliser des algorithmes plus sophistiqués pour l'extraction de caractéristiques, telles que l'analyse Composantes Principales (ACP). Dans l'APC, la base orthogonale (à savoir les composantes \ principaux » ou PC) qui capture les instructions données avec la plus grande variation est calculé en effectuant la décomposition des valeurs propres de la matrice de covariance des données. Chaque pic est alors exprimé comme une série de coefficients PC c_{je} :

$$c_i = \sum_{n=1}^N PC_i(n) \cdot s(n)$$

Où s est un pic, N est le nombre d'échantillons dans un pic / PC et PC_{je} est le i^{e} ordinateur personnel

Ces coefficients sont ensuite regroupés pour obtenir les pics classifiés.

Cette méthode a soulevé la barre sur la performance de classification qui pourrait être atteinte, en particulier pour les données les plus bruyantes. Un autre avantage est que, parce que la plupart de la variance est capturée dans les composantes quelques premières, la dimensionnalité peut être réduite en ne gardant que les deux premiers ou trois PC, ce qui réduit le temps de calcul du calcul des coefficients de PC et de regroupement ultérieur. Aujourd'hui encore, l'APC est la méthode la plus fiable et la plus utilisée du tri des pointes. L'inconvénient de l'APC est qu'il ne soit pas un algorithme en temps réel. Elle est généralement réalisée offline après l'acquisition de l'ensemble des données, mais il peut être modifié d'inclure une période de formation au cours de laquelle les ordinateurs sont calculés suivis d'un temps réel période calcul-coefficient PC. Aditionnellement, De plus pour la détection de pointe, la DWT a également été proposée pour l'extraction de caractéristiques par

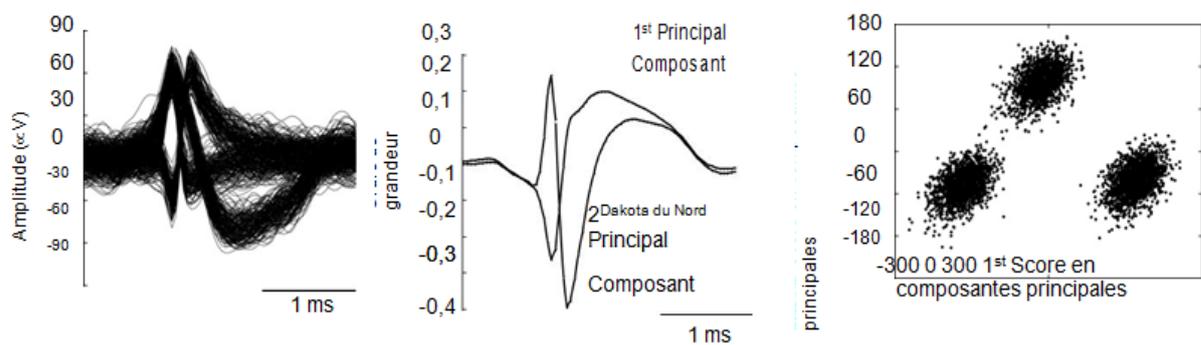


Figure 1.18: Les résultats des échantillons d'extraction de caractéristiques à l'aide de l'APC, Pour les pointes détectées (à gauche), les composants principaux sont calculés (au milieu), - et chaque pic est exprimé par ses deux premiers coefficients PC (à droite).

Le TPL est donné par

$$W(u, 2^j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) \cdot \frac{1}{2^{j/2}} \cdot \psi\left(\frac{n-u}{2^j}\right).$$

où u est un paramètre de translation (analogue à l'heure), j est un nombre entier, 2^j est un paramètre d'échelle (analogue à la fréquence), et ψ est la fonction ondelette. Le DWT devrait bien fonctionner pour l'extraction de caractéristiques, car il est une technique multi-résolution qui offre une bonne localisation en temps et en fréquence. Comme dans l'APC, l'exécution du titre d'exemple montrant la DWT de données brutes est représenté sur la figure DWT sur les formes d'onde de pic des résultats dans un ensemble de l'extension coefficients », qui peuvent alors être regroupés pour obtenir classification pic.1.19

Des méthodes ont également été mises au point avec la précision {complexité Tradeo à l'esprit. Un tel procédé est appelé dérivés discrets (DD) et est comme une version simplifiée de DWT. dérivés discrets sont calculés en calculant la pente à chaque point d'échantillonnage, sur un certain nombre d'échelles de temps différentes

$$dd(n) = s(n) - s(n - \delta),$$

où s est un pic et est un nombre entier lié à l'échelle de temps.

Une autre telle méthode est appelée la transformation intégrale (IT). Dans lequel les pointes sont classées sur la base des aires sous les phases positive et négative de la pointe, IA et IB,

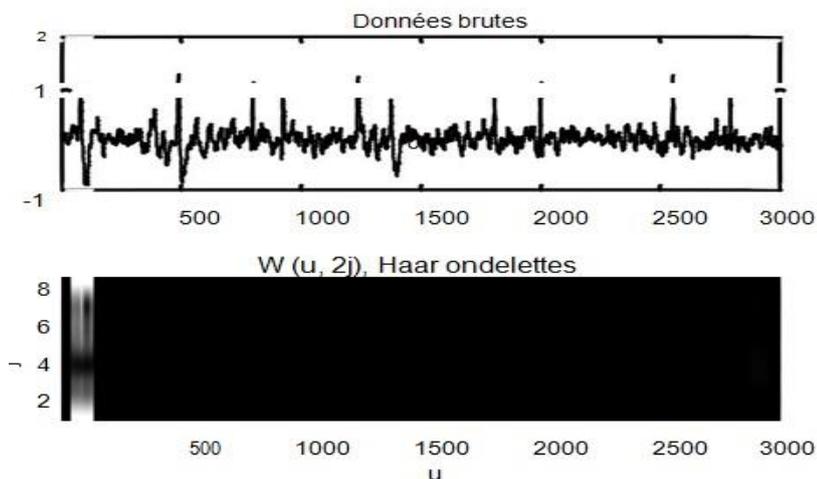


Figure 1.19: Exemple montrant la DWT, Tracé inférieur de données brutes, Tracé supérieur, où u est un paramètre de translation, L'axe vertical du graphique supérieur représente l'amplitude du signal unités arbitraires, Analogue à l'heure, j est un nombre entier, 2^j est un Paramètre d'échelle analogue à la fréquence.

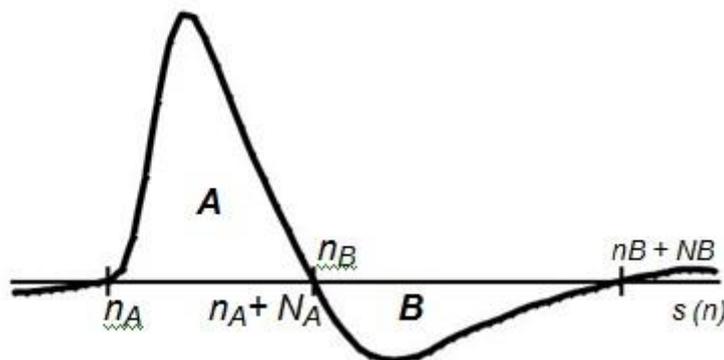


Figure 1.20: Illustration d'extraction de caractéristiques en utilisant la transformation intégrale (IT).

Respectivement:

$$I_A + \frac{1}{N_A} \sum_{n=n_A}^{n_A+N_A-1} S(n) , I_B + \frac{1}{N_B} \sum_{n=n_B}^{n_B+N_B-1} S(n) .$$

Où s est la pointe, n_A est le échantillon de première phase positif, N_A est le nombre total des échantillons dans la phase positive, n_B est l'échantillon de première phase négative et N_B est le nombre total d'échantillons dans la phase négative de la pointe (Fig. 1.20). Paramètres N_A , N_B ,

n_A , et n_B sont tous déterminés par la formation offline. Cette méthode fait appel à cause de l'implémentation simple du matériel présenté. Étant donné que deux caractéristiques sont extraites de chaque pic (I_A et I_B), La dimension résultant de ce procédé est 2, et aucune réduction de dimensionnalité n'est nécessaire avant le regroupement.

I.4.5 Réduction dimensionnalité

Réduction de dimensionnalité est une étape critique dans le pic de tri pour un certain nombre de raisons. La raison la plus évidente est qu'il significativement réduire la mémoire nécessaire et la complexité de calcul du regroupement, ce qui entraîne une réduction significative dans la région et la puissance du matériel de tri pointe. Un autre avantage évident est qu'il réduit le débit de sortie de Le matériel de tri des pointes est conçu pour les fonctions de sortie uniquement.

. Une troisième raison qui rend critique la réduction dimensionnalité est qu'il améliore la précision du regroupement. Ajout de dimensions dans le regroupement améliore les performances jusqu'à un certain point, après quoi l'ajout de plusieurs dimensions peuvent causer la performance du Clusterer à se dégrader. L'une des raisons peut être que les dimensions dans lesquelles les données ne sont pas séparées introduisent du bruit ou de la confusion dans le Clusterer.

La façon la plus primitive que la dimensionnalité des fonctions peut être réduite est avec un échantillonnage uni-forme, dans laquelle pour réduire la dimensionnalité de N à D , nous choisissons simplement D échantillons régulièrement espacés, par exemple, en choisissant

chaque $N = D$ échantillon en commençant par le numéro d'échantillon $D = 2$. Ceci est essentiellement le même que le choix des échantillons aléatoires D .

I.5 conclusion :

Le BCI lit les ondes produites par le cerveau à différents endroits de la tête humaine, traduit ces signaux en actions et en commandes permettant de contrôler le ou les ordinateurs. Le domaine de la BCI est l'un des domaines importants qui traitent des activités cérébrales. Les applications BCI devraient avoir un impact considérable sur notre vie quotidienne. Ce chapitre se concentre sur la définition de l'IMC. Et aussi présenter ses différents types et applications. Il existe une pléthore de signaux, qui peuvent être utilisés pour BCI. Ces signaux se divisent en deux classes: les potentiels de champ et les pics. Afin de mieux comprendre le fonctionnement du cerveau, nous présentons dans le chapitre suivant une étape nécessaire de l'interface cerveau-machine, le tri sélectif

2- MODELISATION DU DECODEUR

Technique de modélisation mathématique

II.1-Introduction

Le monde tel qu'on le connaît est rempli de phénomènes dépendant du temps. En statistique, l'une des méthodes fréquemment utilisées est celle des séries chronologiques. À l'aide d'un modèle, il est possible de faire des prédictions sur des événements futurs. Dans cet article, le concept de série chronologique est introduit et l'on s'intéresse à certains modèles importants. Le concept de causalité est abordé ainsi que certains résultats théoriques. On termine le tout avec quelques exemples simples.

Une série chronologique est une suite formée d'observations au cours du temps. L'analyse des séries chronologiques est un outil couramment utilisé de nos jours pour la prédiction de données futures. Ce domaine possède beaucoup d'applications en finance, en médecine, en économie et en météorologie et dans bien d'autres domaines. Par exemple, en finance, on s'intéresse à modéliser le taux de change d'une devise. En météorologie, les scientifiques modélisent par exemple la température au Québec dans le dernier mois pour prédire la température qu'il fera demain. L'idée est de prendre un échantillon de données et de construire le meilleur modèle qui ajuste ces données. et en médecine on utilise dans les BCI au niveau de SPIKE SORTING pour le traitement du signal. Alors Ce modèle nous permet de tirer certaines conclusions sur la série.

Dans cette section, nous donnons quelques définitions et notations utiles pour la suite de l'article.

II.2.1Série chronologique

Définition 2.1. Une série chronologique provient de la réalisation d'une famille de variables aléatoires $\{X_t, t \in I\}$, où l'ensemble I est un intervalle de temps qui peut être discret ou continu. Pour cet article, nous utilisons l'ensemble $I = \{0, 1, \dots, T\}$, où T est le nombre total d'observations.

II.2.2 Bruit blanc

Définition 2.2. On dit de la suite de variables aléatoires $\{\varepsilon_t\}$ qu'elle constitue un bruit blanc faible si elle possède les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\varepsilon_t] &= \mathbf{0} \quad \text{Pour tout } t \in \mathbf{Z} \\ \mathbf{E}[\varepsilon_t^2] &= \sigma_\varepsilon^2 \neq \mathbf{0} \quad \text{Et constante} \\ \text{Cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) &= \mathbf{0} \quad \text{si } t \neq s \end{aligned}$$

En d'autres termes, les variables aléatoires ε_t sont de moyenne nulle, de variance constante et non corrélées. On dit que $\{\varepsilon_t\}$ est un **bruit blanc fort** s'il est un bruit blanc faible et que les variables aléatoires ε_t sont i.i.d. (indépendantes et identiquement distribuées).

Notation.

1. Si $\{\varepsilon_t\}$ bruit blanc faible, alors $\{\varepsilon_t\} \sim \text{WN}(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2)$.
2. Si $\{\varepsilon_t\}$ bruit blanc fort, alors $\{\varepsilon_t\} \sim \text{I. I. D}(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2)$

II.2.3 Stationnarité

Une propriété importante des séries chronologiques est la stationnarité. Cette propriété est nécessaire pour appliquer certains théorèmes sur la causalité. La définition suivante présente le type de stationnarité le plus utilisé.

Définition 2.3. Une suite $\{X_t : t \geq 0\}$ de variables aléatoires est dite **stationnaire du second ordre** si elle vérifie les propriétés suivantes

$$\mathbf{E}[X_t] = \mu < \infty$$

$$\mathbf{E}[X_t^2] < \infty$$

$$\text{Cov}(X_s, X_{s+t}) = \text{Cov}(X_{s-1}, X_{s-1+t}) = \dots = \text{Cov}(X_0, X_t) \quad \text{pour tout } s, t \in \mathbf{N}$$

Remarque 2.4. On appelle $\text{Cov}(X_t, X_{t+h})$ l'**autocovariance** (ACV) à l'horizon h

et on la note :

$$r_X(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h}).$$

Remarque 2.5. On peut prendre cette fonction et la diviser par la variance de $\{X_t\}$ pour obtenir une nouvelle fonction que l'on appellera **autocorrélation** (ACF). On la note

$$\rho_X(h) = \frac{r_X(h)}{r_X(0)}$$

Avec les propriétés suivantes :

1. $-1 \leq \rho_X(h) \leq 1$;
2. $\rho_X(h) = 0$ signifie que les observations X_t et X_{t+h} sont non corrélées ;
3. $\rho_X(h) = \pm 1$ signifie que la corrélation est parfaite (négative ou positive).

II.2.4 Opérateurs définis sur une série chronologique

II.2.4.1 Opérateur de retard

Définition 2.6. L'**opérateur de retard** B se définit de la manière suivante :

$$B(X_t) = X_{t-1}.$$

Remarque 2.7. $B^n(X_t) = X_{t-n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

II.2.4.2 Opérateur de différence d'ordre d

Définition 2.8. On définit l'opérateur rateur linéaire tel que

$$\Delta_d X_t = X_t - X_{t-d} = (1 - B^d) X_t.$$

On peut aussi prendre l'opérateur d'ordre un et l'appliquer plusieurs fois :

$$\Delta^2(\mathbf{X}_t) = \Delta(\Delta(\mathbf{X}_t)) = \Delta(\mathbf{X}_t - \mathbf{X}_{t-1}) = (\mathbf{1} - \mathbf{B})(\mathbf{X}_t - \mathbf{X}_{t-1}) = \mathbf{X}_t - 2\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{X}_{t-2}.$$

Ces opérateurs peuvent être utilisés afin de transformer un processus de moyenne non nulle en un processus de moyenne nulle. On peut aussi s'en servir pour enlever la composante saisonnière de la série. Dans la prochaine section, on les utilise pour mieux représenter les modèles.

II.3 Types de modèle

II.3.1 Cas unidimensionnel

Dans cette section, on considère certains modèles fréquemment utilisés pour une série chronologique $\{X_t\}$. Nous commençons par deux modèles simples : le modèle autorégressif et le modèle à moyenne mobile. On continue avec le modèle ARMA qui combine ces deux modèles.

II.3.1.1 Processus autorégressif AR(p)

Les premiers processus autorégressifs ont été introduits par George Udny Yule dans [Yul27]. Dans cet article, Yule utilise le premier modèle autorégressif pour modéliser la série chronologique du nombre de taches solaires plutôt que la méthode du périodogramme de Schuster [Sch06]. Un processus autorégressif est un processus où l'on écrit une observation au temps t comme une combinaison linéaire des observations passées plus un certain bruit blanc.

Définition 3.1. La suite $\{X_t \ (p > 0) \text{ s'il peut s'écrire sous la } t \geq 0\}$ est un processus autorégressif d'ordre p forme suivante :

$$\mathbf{X}_t = \sum_{k=1}^p \phi_k \mathbf{X}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \text{ou} \quad \{\boldsymbol{\varepsilon}_t\} \sim \mathbf{WN}(\mathbf{0}, \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2).$$

Les $\phi_k \ (k = 1, 2, \dots, p)$ constituent les paramètres du modèle,

Les $\phi_k \ (k = 1, 2, \dots, p)$ constituent les paramètres du modèle,

Dans ce cas, on note $\{X_t\} \sim \text{AR}(p)$, De la même façon, on peut réécrire un processus AR(p) avec un polynôme $\varphi(B)$ qui multipliera X_t cette fois-ci :

$$\varphi(B) X_t = \varepsilon_t \text{ avec } \varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p.$$

Exemple 3.2. Un processus AR(1) prend la forme suivante :

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{ou } \{\varepsilon_t\} \sim \text{WN}(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2).$$

II.3.1.2 Processus à moyenne mobile MA(q)

C'est Eugen Slutsky qui, en 1927, dans son article [Slu27], a introduit pour la première fois les processus à moyenne mobile. La définition suivante présente ce processus.

Définition 3.3. On dit que la suite $\{X_t : t \geq 0\}$ est un processus à moyenne mobile d'ordre q ($q > 0$) si celui-ci peut s'écrire sous la forme suivante :

$$X_t = \sum_{k=1}^q \theta_k \varepsilon_{t-k} + \varepsilon_t, \quad \text{ou } \{\varepsilon_t\} \sim \text{WN}(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2)$$

où les θ_k ($k = 1, 2, \dots, q$) sont les paramètres du modèle

Dans ce cas, on note $\{X_t\} \sim \text{MA}(q)$.

Exemple 3.4. Un processus MA(1) prend la forme suivante :

$$X_t = \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{ou } \{\varepsilon_t\} \sim \text{WN}(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2).$$

On peut utiliser l'opérateur de retard B pour écrire ce processus sous une autre forme. On aura donc un polynôme en B qui multipliera ε_t :

$$X_t = \theta(B)\varepsilon_t \text{ avec } \theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q .$$

Remarque 3.5. Si $\{X_t\} \sim \text{MA}(q)$, alors :

1. X_t est stationnaire ;
2. $\rho^X(\mathbf{h}) = 0$ pour tout $\mathbf{h} > q$.

Définition 3.6. Un processus est dit **causal** s'il existe une suite $\{a_k\}$ réelle

telle que : $\sum_{k=0}^{\infty} |a_k| < \infty$ et que :

$$X_t = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \varepsilon_{t-k}$$

Parfois, lorsque l'on parle d'un processus causal, on dit que celui-ci a une représentation $\text{MA}(\infty)$.

Remarque 3.7. Tout processus $\text{MA}(q)$ est causal.

Définition 3.8. Un processus est dit **inversible** s'il existe une suite $\{b_k\}$ réelle

Telle que : $\sum_{k=0}^{\infty} |b_k| < \infty$ Et :

$$\varepsilon_t = \sum_{k=0}^{\infty} b_k X_{t-k}$$

Une autre façon de dire qu'un processus est inversible est de dire qu'il possède une représentation $\text{AR}(\infty)$.

Remarque 3.9. Avec cette définition, tout processus $\text{AR}(p)$ est inversible.

Théorème 3.10. Un processus autoregressif AR(p) est causal et stationnaire si et seulement si son polynôme $\varphi(z)$ est tel que

$$\varphi(z) = 0 \text{ avec } z \in \mathbb{C} \text{ tel que } |z| \leq 1.$$

En d'autres mots, toutes les racines de $\varphi(z)$ sont de norme plus grande que 1.

Ce théorème se retrouve dans le livre de Brockwell et Davis [BD09] (théorème 3.1.1). La démonstration y est aussi présente.

Exemple 3.11. Le processus AR(2) suivant est stationnaire et causal :

$$X_t = -\frac{1}{6}X_{t-1} + \frac{1}{6}X_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{ou } \{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2).$$

En effet, on peut le réécrire comme :

$$\left(-\frac{1}{6}B^2 + \frac{1}{6}B + 1\right)X_t = \varepsilon_t$$

Ainsi, on a que

$$\varphi(z) = -\frac{1}{6}z^2 + \frac{1}{6}z + 1 = \frac{1}{6}(z^2 - z - 6) = \frac{1}{6}(z + 2)(z - 3)$$

Les racines sont à l'extérieur du cercle unité, donc le processus est stationnaire et causal.

Théorème 3.12. Un processus à moyenne mobile MA(q) est inversible si et seulement si son polynôme $\theta(z)$ est tel que

$$\theta(z) = 0 \text{ avec } z \in \mathbb{C} \text{ tel que } |z| \leq 1.$$

On note la ressemblance de cet énoncé avec le théorème de stationnarité et de causalité pour les processus autorégressifs.

La démonstration se trouve dans le livre de Brockwell et Davis [BD09] (Théorème 3.1.2).

II.3.1.3 Mod èle ARMA (p,q)

Les mod èles AR et MA peuvent être parfaits dans certain cas, mais il peut arriver que l'on ait besoin d'estimer un grand nombre de paramètres pour ajuster le modèle. Si l'on dispose de peu d'observations, ces estimations auront tendance

être peu précises. De plus, si un modèle contenant p paramètres convient pour la situation, il n'est pas bon de tenter d'ajuster un modèle qui en contiendra plus que p. Les modèles ARMA consistent à avoir une partie autorégressive et une partie à moyenne mobile. Herman Wold [Wol38] a montré que les processus ARMA pouvaient être utilisés pour modéliser n'importe quelle série stationnaire pour autant que les ordres p et q soient bien choisis. Box et Jenkins [BJ70] ont travaillé pour développer une méthodologie pour l'estimation du modèle d'une série chronologique. Il peut être facile de vérifier la causalité et l'inversibilité du modèle ARMA à l'aide des théorèmes 3.10 et 3.12.

Définition 3.13. Un processus est dit ARMA (p,q) s'il existe des suites réelles $\{\phi_k\}$ et $\{\theta_k\}$ telles que

$$X_t - \sum_{k=1}^p \phi_k X_{t-k} = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}, \quad \text{avec } \{\varepsilon_t\} \sim WN(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2)$$

On peut aussi utiliser les polynômes $\varphi(B)$ et $\theta(B)$ pour réécrire ce modèle sous la forme :

$$\varphi(B) = \theta(B) \varepsilon_t$$

Avec

$$\varphi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad \text{et} \quad \theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$$

On note $\{X_t\} \sim \text{ARMA}(p, q)$.

Remarque 3.14. On note certaines propriétés pour les modèles ARMA(p,q) :

1. Si $p = q = 0$, on a $X_t = \{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$
2. Si $p = 0$ et $q \neq 0$, on a $\{X_t\} \sim MA(q)$,
3. Si $q = 0$ et $p \neq 0$, on a $\{X_t\} \sim AR(p)$,

II.3.2 Cas bidimensionnel et critère de causalité entre deux séries

Dans cette section, on considère deux séries $\{X_{1t}\}$ et $\{X_{2t}\}$ et on reprend les notions de processus autorégressif et à moyenne mobile de la deuxième section. Le but est donc d'avoir un modèle pour représenter la structure du vecteur $U_t = (X_{1t}, X_{2t})'$. Par la suite, on donnera des conditions nécessaires et suffisantes pour tester la causalité entre $\{X_{1t}\}$ et $\{X_{2t}\}$. Tout d'abord, il faut bien comprendre ce que l'on veut dire lorsqu'on parle de causalité entre deux séries.

II.3.2.1 Définitions de causalité au sens de Granger

La définition de causalité au sens de Granger a été introduite pour la première fois dans un article de Clive Granger

Définition 3.15. Soient :

- 1- $X_1 = \{X_{1t}\}$ et $X_2 = \{X_{2t}\}$ deux séries stationnaires et inversibles ;
- 2- $\bar{X}_{1t} = \{X_{1s} | s < t\}$ et $\bar{X}_{2t} = \{X_{2s} | s < t\}$ (Historique de X_{it} pour $i = 1, 2$) ;
- 3- $\{\varepsilon_t\}$ un bruit blanc faible à deux dimensions avec matrice de covariance Σ ;
- 4- $A_t =$ Ensemble dénombrable de variables aléatoires de variances finies et comprenant X_{1t} et X_{2t} (Ensemble d'information)
- 5- $\bar{A}_t = U_{s < t} A_s$

= Ensemble de variables aléatoires de variances finies comprenant \bar{X}_{1t} et \bar{X}_{2t} ;

6- $\bar{A} \setminus \bar{X}$ constitue l'information disponible au temps $t-1$ sans l'historique de X_{1t}

7- $\mathbf{A} = \bigcup_{t \in Z} \mathbf{A}_t$;

8- \mathbf{B} est un sous-ensemble de \mathbf{A} ;

9- $\hat{X}_{it} = \mathbf{E}(X_{it}|\mathbf{B})$ est le meilleur prédicteur linéaire sans biais de X_{it} sachant

L'information contenue dans \mathbf{B} ;

10- $\varepsilon(X_{it}|\mathbf{B}) = X_{it} - \hat{X}_{it}$ est l'écart entre la véritable valeur et la prédiction ;

11 - $\sigma^2(X_{it}|\mathbf{B}) = \mathbf{E}[(\varepsilon(X_{it}|\mathbf{B}))^2]$.

Définition 3.16. On dit que X_1 cause X_2 si et seulement si

$$\sigma_{\varepsilon}^2(X_{2t}|\bar{A}_t) < \sigma_{\varepsilon}^2(X_{2t}|\bar{A}_t | \bar{X}_{1t}) \text{ pour au moins une valeur de } t.$$

On note alors $X_1 \rightarrow X_2$.

On dit qu'il y a rétroaction entre X_1 et X_2 si et seulement si X_1 cause X_2 et X_2 cause X_1 .

Définition 3.17. On dit que X_1 ne cause pas X_2 si et seulement si

$$\sigma_{\varepsilon}^2(X_{2t}|\bar{A}_t) = \sigma_{\varepsilon}^2(X_{2t}|\bar{A}_t/\bar{X}_{1t}) \text{ pour tout } t \quad (\text{Causalité en variance})$$

Ou, de façon équivalente,

$$\mathbf{E}(X_{2t}|\bar{A}_t) = \mathbf{E}(X_{2t}|\bar{A}_t/\bar{X}_{1t}) \text{ presque sûrement pour tout } t.$$

(Causalité en moyenne)

En d'autres termes, X_1 ne cause pas X_2 si et seulement si la prédiction de X_{2t} sachant l'historique de X_{1t} et X_{2t} reste la même que si on connaît seulement l'historique de X_{2t} . Pour les démonstrations qui suivent, on utilisera cette définition de causalité utilisant ces prédictions. Dans les sections qui suivent, ε_t est un bruit blanc faible à deux dimensions tel que :

$$E[\varepsilon_t] = \mathbf{0},$$

$$E[\varepsilon_t' \varepsilon_s] = \begin{cases} I_2 & \text{si } t = s \\ \mathbf{0} & \text{si } t \neq s \end{cases}$$

où I_2 est la matrice identité d'ordre deux et ε_t' est le vecteur ε_t transposé

On regarde maintenant une forme bidimensionnelle des modèles vus précédemment.

II.3.2.2 Processus autorégressif bidimensionnel

Définition 3.18. On dit que $(X_1, X_2)'$ est un processus autorégressif s'il peut s'écrire sous la forme

$$\sum_{j=0}^P \phi_j \begin{pmatrix} X_{1,t-j} \\ X_{2,t-j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}(B) & \phi_{12}(B) \\ \phi_{21}(B) & \phi_{22}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

où ϕ_i sont des matrices de format 2×2 telles que $\phi_0 = I_2$ et où $\phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{21}$ et ϕ_{22} sont des polynômes en B définissant les coefficients autorégressifs.

Le théorème suivant nous donne les conditions nécessaires et suffisantes pour que X_1 ne cause pas X_2 .

Théorème 3.19. Soit $(X_1, X_2)'$, un processus autorégressif, alors $X_1 \not\rightarrow X_2$ si et seulement si $(X_1, X_2)'$ est tel que

$$\begin{pmatrix} \phi_{11}(B) & \phi_{12}(B) \\ \mathbf{0} & \phi_{22}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

Démonstration. On reprend ici une démonstration de [BDR92] pour le cas bidimensionnel. Premièrement, établissons certaines équations qui nous serviront pour la démonstration. On ne démontre que la condition suffisante dans cet article, mais le reste de la démonstration peut se trouver dans [BDR92]. Soit le processus $(X_1, X_2)'$ autorégressif d'ordre deux défini par :

$$\phi(\mathbf{B}) \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}(\mathbf{B}) & \phi_{12}(\mathbf{B}) \\ \phi_{21}(\mathbf{B}) & \phi_{22}(\mathbf{B}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

où ϕ est une matrice de format 2×2

La définition du processus bidimensionnel introduite dans 3.18 exige que la matrice ϕ_0 soit la matrice identité. Ceci nous garantit que les coefficients de X_{1t} et X_{2t} seront toujours un. On peut donc écrire les polynômes $\phi_{21}(\mathbf{B})$ et $\phi_{22}(\mathbf{B})$ sous les formes suivantes :

$$\phi_{21}(\mathbf{B}) = - \sum_{k=1}^{\infty} \phi_{21(k)} \mathbf{B}^k \quad \text{et} \quad \phi_{22}(\mathbf{B}) = \mathbf{1} - \sum_{k=1}^{\infty} \phi_{22(k)} \mathbf{B}^k$$

Si l'on multiplie la deuxième ligne de la matrice ϕ avec la colonne $\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix}$

on peut isoler X_{2t} et l'écrire sous la forme :

$$X_{2t} = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_{21(k)} X_{1,t-k} + \sum_{k=1}^{\infty} \phi_{22(k)} X_{2,t-k} + \varepsilon_{2t}$$

En posant $Z_{it} = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_{2i(k)} X_{i,t-k}$ on peut écrire

$$X_{2t} = Z_{1t} + Z_{2t} + \varepsilon_{2t}$$

On peut donc dire que

$$E(X_{2t} / \bar{X}_{1t}, \bar{X}_{2t}) = E(Z_{1t} + Z_{2t} + \varepsilon_{2t} / \hat{X}_{1t}, \hat{X}_{2t}, \bar{X}_{1t}, \bar{X}_{2t})$$

$$\begin{aligned}
&= E(z_{1t}/\bar{X}_{1t}, \bar{X}_{2t}) + E(z_{2t}/\bar{X}_{1t}, \bar{X}_{2t}) + E(\varepsilon_{2t}/\bar{X}_{1t}, \bar{X}_{2t}) \\
&= Z_{1t} + Z_{2t}
\end{aligned}$$

La dernière égalité vient du fait que comme est composé des valeurs de l'historique de X_{1t} , la prédiction de Z_{1t} restera Z_{1t} . Ensuite, la prédiction de ε_{2t} est 0, car celui-ci est non corrélé avec \bar{X}_{2t} . De même, on peut dire que

$$\begin{aligned}
E(X_{1t}/\hat{X}_{2t}) &= E(Z_{1t} + Z_{2t} + \varepsilon_{2t}/\hat{X}_{2t}) \\
&= E(z_{1t}/\hat{X}_{2t}) + E(z_{2t}/\hat{X}_{2t}) + E(\varepsilon_{2t}/\hat{X}_{2t}) \\
&= E(z_{1t}/\hat{X}_{2t}) + Z_{2t}
\end{aligned}$$

Si l'on suppose que $\phi_{21} = 0$, il s'ensuit que $Z_{1t} = 0$, ce qui implique que :

$E(Z_{1t}/\bar{X}_{2t}) = 0$. Alors, on a que $E(X_{2t}/\bar{X}_{1t}, \bar{X}_{2t}) = E(X_{2t}/\bar{X}_{2t})$ et par conséquent, $X_1 \rightarrow X_2$.

Exemple 3.20. Soit le processus (X_1, X_2) ayant pour modèle

$$\begin{aligned}
X_{1t} &= -0,5X_{1,t-1} + X_{1,t-2} + 2X_{2,t-1} + \\
X_{2t} &= 0,2X_{2,t-1} + 0,5X_{2,t-2} + \varepsilon_{2t}
\end{aligned}$$

On peut réécrire le modèle comme suit :

$$\begin{pmatrix} 1 + 0.5B - B^2 & -2B \\ 0 & 1 - 0.2B - 0.5B^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

Nous avons que $\varphi_{21}(B) = 0$ donc, en vertu du théorème précédent, $X_1 \dashrightarrow X_2$.

II.3.2.3 Processus à moyenne mobile bidimensionnel

On dit que $(X_1, X_2)'$ possède une représentation de processus à moyenne mobile si l'on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \sum_{j=0}^q \theta_j \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t-j} \\ \epsilon_{2,t-j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11}(B) & \theta_{12}(B) \\ \theta_{21}(B) & \theta_{22}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

où les θ_j sont des matrices 2×2 telles que $\theta_0 = I_2$ et où $\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}$ et θ_{22} sont des polynômes en B définissant les coefficients du processus à moyenne mobile.

Le théorème suivant nous donne les conditions nécessaires et suffisantes pour que $(X_1, X_2)'$ soit inversible.

Théorème 3.21. Si $(X_1, X_2)'$ est un processus à moyenne mobile bidimensionnel tel que :

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11}(B) & \theta_{12}(B) \\ \mathbf{0} & \theta_{22}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

alors $(X_1, X_2)'$ est inversible si et

$$\begin{vmatrix} \theta_{11}(z) & \theta_{12}(z) \\ \theta_{21}(z) & \theta_{22}(z) \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{pour tout } z \in \mathbb{C} \text{ tel que } |z| \leq 1.$$

Le théorème qui suit nous donne des conditions nécessaires et suffisantes pour vérifier la causalité entre deux séries possédant une structure MA bidimensionnelle.

Théorème 3.22. Soit $X = (X_1, X_2)'$ un processus à moyenne mobile bidimensionnel inversible, alors $X_1 \rightarrow X_2$ si et seulement si $(X_1, X_2)'$ est tel que

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11}(B) & \theta_{12}(B) \\ \mathbf{0} & \theta_{22}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

Démonstration. Soit le processus à moyenne mobile donné par

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11}(B) & \theta_{12}(B) \\ \theta_{21}(B) & \theta_{22}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

Comme le processus est inversible, la matrice

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_{11}(B) & \theta_{12}(B) \\ \theta_{21}(B) & \theta_{22}(B) \end{pmatrix}$$

est inversible et on a

$$\theta^{-1} = \frac{1}{\det(\theta)} \begin{pmatrix} \theta_{22}(B) & -\theta_{12}(B) \\ -\theta_{21}(B) & \theta_{11}(B) \end{pmatrix}$$

On peut donc multiplier par l'inverse des deux côtés de l'équation. On obtient donc :

$$\frac{1}{\det(\theta)} \begin{pmatrix} \theta_{22}(B) & -\theta_{12}(B) \\ -\theta_{21}(B) & \theta_{11}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

qui est un processus autorégressif. On peut donc appliquer le théorème précédent

et on montre que $X_1 \not\rightarrow X_2$ si et seulement si $\theta_{21} = 0$.

Exemple 3.23. Soit le processus (X_1, X_2) ayant pour modèle :

$$\begin{cases} X_{1t} = \varepsilon_{1,t-2} + 0.25\varepsilon_{2,t-1} - 0.25\varepsilon_{2,t-2} \\ X_{2t} = \varepsilon_{2,t} - 0.2\varepsilon_{2,t-2} \end{cases}$$

On peut réécrire le modèle comme suit :

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 0.25B^2 & b - 0.25B^2 \\ 0 & 1 - 0.2B^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

Comme $\theta_{21}(B) = 0$, en vertu du théorème précédent, $X_1 \not\rightarrow X_2$.

Considérons maintenant un processus ARMA bidimensionnel et donnons la forme de ce modèle.

II.3.2.4 Processus ARMA bidimensionnel

Pour la suite du document, nous écrivons $\theta_{ij} = \theta_{ij}(B)$ et $\phi_{ij} = \phi_{ij}(B)$. Le processus $(X_1, X_2)'$ possède une représentation ARMA s'il peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

où ϕ_{ij} et θ_{ij} sont des polynômes en B pour $i, j = 1, 2$.

Théorème 3.24. Soit $(X_1, X_2)'$ suivant un modèle ARMA inversible donné par

$$\begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

a) Condition suffisante : Si $\varphi_{21} = 0$ et $\theta_{12} = \theta_{21} = 0$, alors $X_1 \nrightarrow X_2$.

Cette condition correspond à la représentation suivante :

$$\begin{pmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \mathbf{0} & \varphi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1t} \\ \mathbf{X}_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\theta}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\theta}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{1t} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{2t} \end{pmatrix}$$

b) Condition nécessaire et suffisante : $X_1 \nrightarrow X_2$ si et seulement si

$$\boldsymbol{\varphi}_{11}\boldsymbol{\theta}_{21} - \boldsymbol{\varphi}_{21}\boldsymbol{\theta}_{11} = \mathbf{0},$$

Pour démontrer ces résultats, on utilise le fait que le processus est inversible et on multiplie par θ^{-1} comme dans l'autre démonstration. On utilise ensuite la condition de causalité du processus autorégressif. Le résultat suit. Théoriquement, ces conditions de causalité sont plutôt faciles à vérifier lorsque l'on possède déjà un modèle. Cependant, en pratique, nous possédons un échantillon du vecteur \mathbf{X}_t . Nous devons d'abord déterminer quel type de modèle utiliser et l'ordre de celui-ci.

II.4 conclusion :

Dans ce chapitre, on a introduire les modèles AR et ARMA qui sont très couramment utilisés dans l'étude des séries temporelles. Ces modèles paramétriques linéaires de séries temporelles ont été proposés par Box et Jenkins. Leurs écriture et analyse utilisent abondamment les opérateurs retard et avance. C'est pourquoi nous allons en premier lieu présenter proprement ces opérateurs ainsi que quelques résultats sur des polynômes ou séries "en B" que nous exploiterons dans le cadre des processus AR et ARMA.

1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats des différentes étapes de tri des pointes appliquées aux données réelles d'un rat appuyant sur un levier pour amener de l'eau.

L'application du tri des pics se fait à l'aide du logiciel MATLAB, où il est possible de programmer notre propre fonction avec un simple jeu d'instructions. Nous allons commencer par donner une brève présentation du logiciel MATLAB, puis nous passerons à la partie collecte de données et enfin à la représentation des résultats.

2 LOGICIEL MATLAB

MATLAB est un langage hautes performances pour l'informatique technique. Il intègre le calcul, la visualisation et la programmation dans un environnement convivial, où les problèmes et les solutions sont exprimés dans une notation mathématique familière. Les utilisations typiques incluent:

- Maths et calcul
- Développement d'algorithmes
- L'acquisition des données
- Modélisation, simulation et prototypage
- Analyse, exploration et visualisation de données
- Graphiques scientifiques et techniques
- Développement d'applications, y compris la création d'interfaces utilisateur graphiques

MATLAB est un système interactif dont l'élément de base est un tableau ne nécessitant pas de notation. Cela permet aux utilisateurs de résoudre de nombreux problèmes techniques, en particulier ceux liés aux formulations matricielles et vectorielles, en une fraction du temps nécessaire pour écrire un programme dans un langage scalaire non interactif tel que C et Fortran.

Le nom MATLAB signifie Matrix Laboratory. MATLAB a été écrit à l'origine pour fournir un accès facile au logiciel Matrix développé par les projets LINPACK et EISPACK. Aujourd'hui, les moteurs MATLAB intègrent les bibliothèques LAPACK et BLAS, intégrant l'état de la technique dans des logiciels de calcul matriciel.

MATLAB a évolué au fil des années avec la participation de nombreux utilisateurs. En milieu universitaire, c'est l'outil pédagogique standard pour les cours d'introduction et de perfectionnement en mathématiques, ingénierie et sciences. Dans l'industrie, MATLAB est l'outil de choix pour la recherche, le développement et l'analyse à haute productivité

MATLAB propose une famille de solutions complémentaires spécifiques aux applications, appelées boîtes à outils. Très important pour la plupart des utilisateurs de MATLAB, les boîtes à outils permettent aux utilisateurs d'apprendre et d'appliquer des technologies spécialisées. Les boîtes à outils sont des collections complètes de fonctions MATLAB (fichiers M) qui étendent l'environnement MATLAB pour résoudre des problèmes particuliers. Les domaines dans lesquels des boîtes à outils sont disponibles incluent le traitement du signal, les systèmes de contrôle, les réseaux de neurones, la logique floue, les ondelettes, la simulation et bien d'autres.

2.1 LE SYSTÈME MATLAB

Le système MATLAB comprend cinq parties principales:

2.1.1 ENVIRONNEMENT DE DÉVELOPPEMENT:

Il s'agit de l'ensemble des outils et des installations qui facilitent l'utilisation des fonctions et des fichiers MATLAB. Beaucoup de ces outils sont des interfaces utilisateur graphiques. Il inclut le bureau MATLAB et la fenêtre de commande, un historique des commandes, un éditeur et un débogueur, ainsi que des navigateurs permettant d'afficher l'aide, l'espace de travail, les fichiers et le chemin de recherche.

2.1.2 LA BIBLIOTHEQUE DE FONCTION MATHÉMATIQUE MATLAB:

Il s'agit d'une vaste collection d'algorithmes de calcul allant de fonctions élémentaires, telles que somme, sinus, cosinus et arithmétique complexe, à des fonctions plus sophistiquées comme matrice inverse, valeurs propres de la matrice, fonctions de Bessel, transformées de Fourier rapides, etc.

2.1.3 LE LANGAGE MATLAB:

Il s'agit d'un langage matriciel / matriciel de haut niveau avec contrôle des instructions de flux, des fonctions, des structures de données, des entrées / sorties et des fonctionnalités de programmation orientées objet. Il permet à la fois à la programmation dans les petites entreprises de créer rapidement des programmes à jeter rapides et inappropriés et à la programmation aux grandes entreprises de créer des programmes d'application volumineux et complexes.

2.1.4 GRAPHIQUES:

MATLAB dispose de nombreuses fonctionnalités pour afficher des vecteurs et des matrices sous forme de graphiques, ainsi que pour annoter et imprimer ces graphiques. Il comprend des fonctions de haut niveau pour deux

visualisation de données dimensionnelles et tridimensionnelles, traitement d'images, animations et graphiques de présentation. Il inclut également des fonctions de bas niveau qui vous permettent de personnaliser complètement l'apparence des graphiques, ainsi que de créer des interfaces utilisateur graphiques complètes sur vos applications MATLAB.

2.1.5 LES INTERFACES / API EXTERNES MATLAB:

C'est une bibliothèque qui permet aux utilisateurs d'écrire des programmes C et FORTRAN qui interagissent avec MATLAB. Il comprend des fonctions permettant d'appeler des routines à partir de MATLAB (liaison dynamique), d'appeler MATLAB en tant que moteur de calcul, ainsi que de lire et d'écrire des fichiers MAT.

2.2 MATLAB SIMULINK

Simulink est un environnement de simulation et de conception basé sur des modèles pour des environnements dynamiques.

systèmes embarqués. Il fournit un environnement graphique interactif et un ensemble personnalisable.

des bibliothèques de blocs qui vous permettent de concevoir, simuler, implémenter et tester une variété de

systèmes, y compris les communications, les commandes, le traitement du signal, le traitement vidéo et en traitement.

Simulink propose:

- Un moyen rapide de développer des modèles contrairement au langage de programmation textuel tel que C.
- Simulink a intégré des solveurs. Dans un langage de programmation textuel tel que C, vous devez écrire votre propre solveur.

3 Collection de données et préparation**3.1 ENTRAÎNEMENT DES ANIMAUX ET TÂCHES DE COMPORTEMENT**

L'étude, approuvée par le Comité pour l'utilisation des animaux en établissement de l'Université nationale Chiaotong, a été menée conformément aux normes établies dans le Guide pour le soin et l'utilisation des animaux de laboratoire. Quatre rats Wistar mâles pesant 250 à 300 g (BioLASCO Taiwan Corp., Ltd.) ont été hébergés individuellement selon un cycle lumière / obscurité de 12 h, avec accès à de la nourriture et à de l'eau à volonté. Les données ont été collectées à partir du cortex moteur d'un animal éveillé effectuant une tâche de récompense simple. Dans cette tâche, des rats mâles (BioLASCO Taiwan Co., Ltd) ont été entraînés à appuyer sur un levier pour lancer un essai en échange d'une récompense en eau. Les animaux étaient

à l'eau restreinte 8 heures par jour pendant les séances d'entraînement et d'enregistrement, mais la nourriture était toujours fournie à l'animal chaque jour.

3.2 PRÉPARATION ANIMALE CHRONIQUE ET ENREGISTREMENT D'ENSEMBLE NEURONAL

Les animaux ont été anesthésiés avec du pentobarbital (50 mg / kg pi) et placés sur un appareil stéréotaxique standard (modèle 9000, David Kopf, USA). La dure-mère a été soigneusement rétractée avant l'implantation du réseau d'électrodes. Les paires de réseaux d'électrodes à micro-fils (n° 15140/13848, 50 µm de diamètre; California Fine WireCo., USA) sont implantées dans la couche V du cortex moteur primaire (M1). La zone liée au mouvement des membres antérieurs est située entre 2 et 4 mm antérieur et 2 à 4 mm latéralement par rapport à Bregma.

Après l'implantation, le cerveau exposé doit être scellé avec de l'acrylique dentaire et une période de récupération d'une semaine est nécessaire.

Au cours des sessions d'enregistrement, l'animal était libre de se déplacer dans la zone de tâches comportementales (30 cm × 30 cm × 60 cm), où les rats appuyaient sur le levier uniquement par le membre supérieur droit pour recevoir une récompense de 1 ml d'eau, comme illustré à la figure 3.1. Un processeur d'acquisition multicanaux (MAP, Plexon Inc., USA) a été utilisé pour enregistrer les signaux neuronaux. Les signaux neuronaux enregistrés ont été transmis de la platine à un amplificateur via un filtre passe-bande (300-3 kHz), puis échantillonnés à 20 kHz par canal. Simultanément, le comportement de l'animal était enregistré par le système de suivi vidéo (CinePlex, PlexonInc., USA) et examiné pour s'assurer de sa cohérence pour tous les essais inclus dans une analyse donnée. Les données obtenues; après le processus de tri des pointes; était composé de 48 canaux (nombre de neurones) contenant une succession de «1» séparés par un long silence de «0». Une autre représentation est utilisée en fonction du taux de pointe lissé avec une fenêtre gaussienne. Dans les parties suivantes, nous montrerons les résultats de ces étapes expliqués avec leurs chiffres.

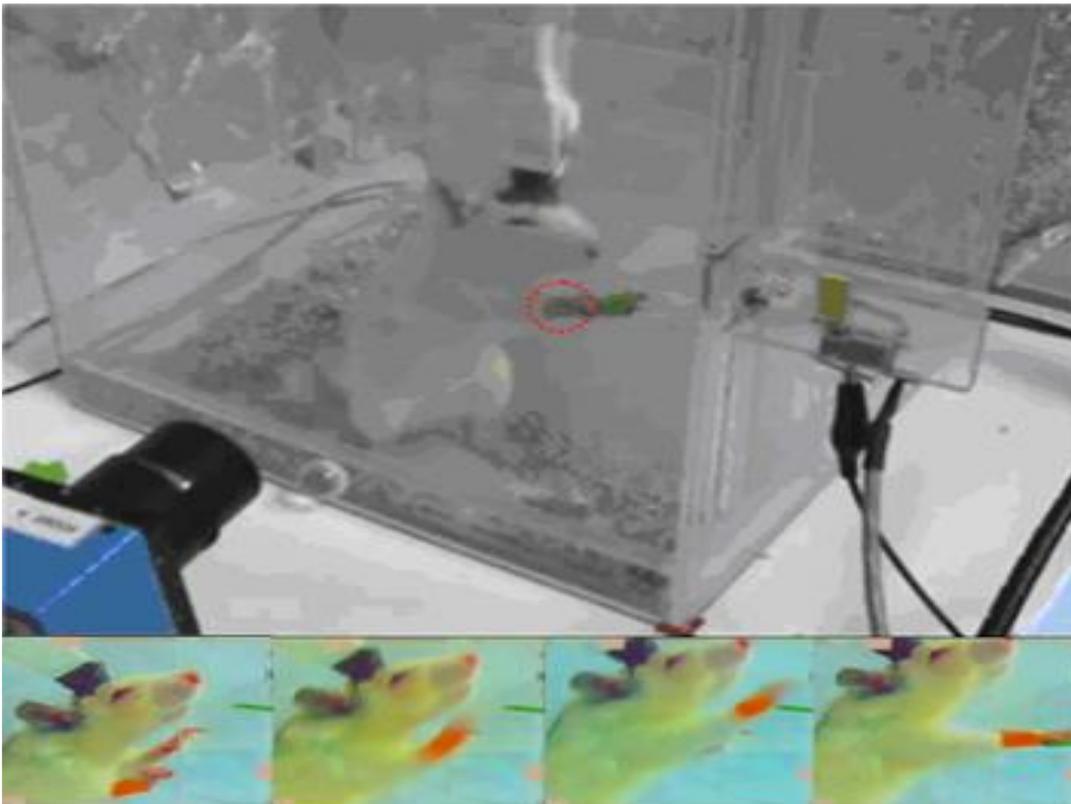


Figure 3.1 : méthode d'acquisition et pour suit du rat.

III.4 Résultats et simulation

Au début, un canal est représenté par une collection de plusieurs états de neurones voisins avec différentes positions de contacts. Selon les points de contacts on obtient une superposition temporelle de plusieurs influx nerveux sur un seul canal. La figure III.2 représente la forme du signal obtenu sur un canal.

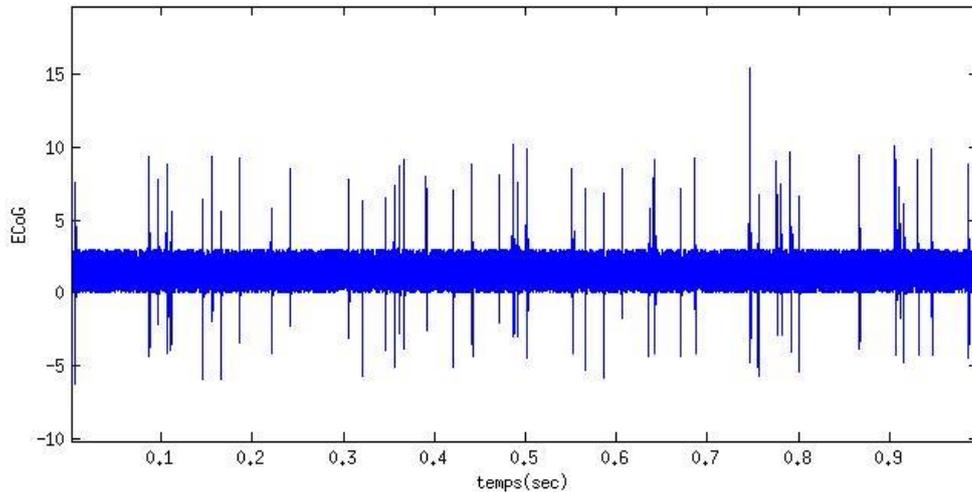


Figure 3.2 signal ECoG original sur un canal.

a) Filtrage du signal : 10 ligne filtre passe bande de 300HZ à 3KHZ

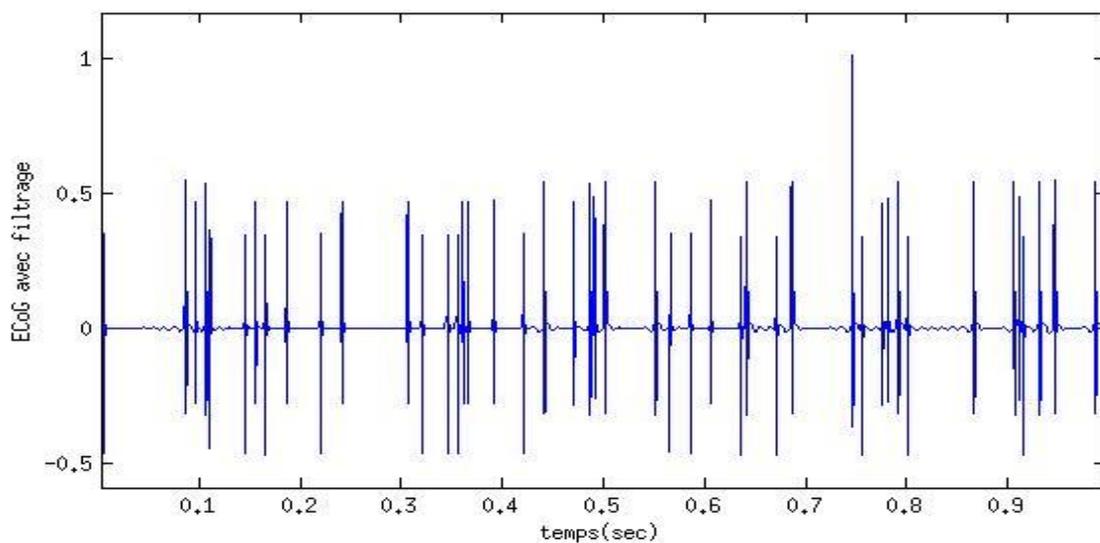


Figure 3.3 ECoG avec filtrage

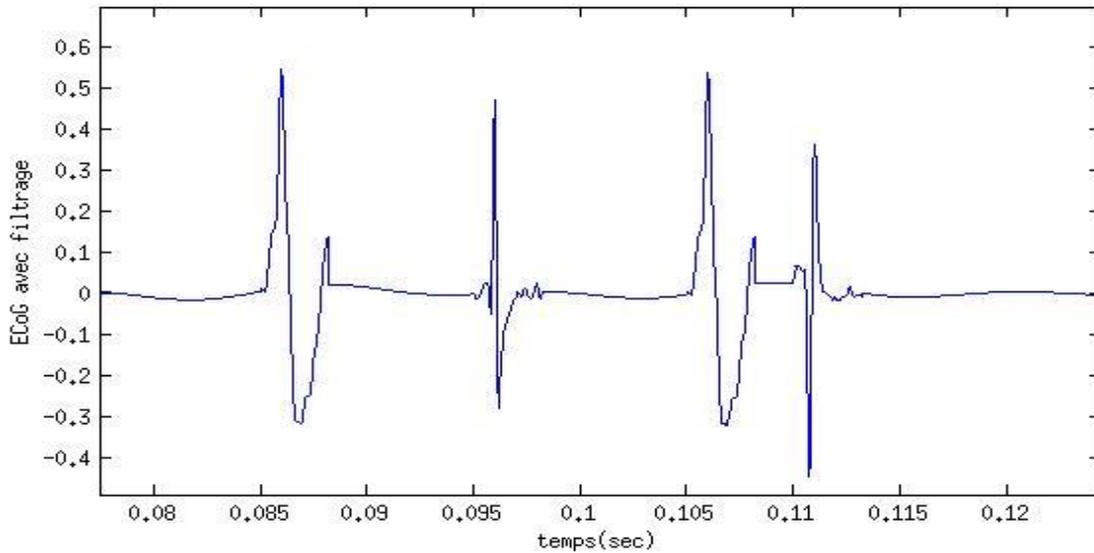


Figure 3.4 petite partie du ECoG avec filtrage.

Dans cette étape est le signal du bruit ou des signaux résultant du filtre de sources non-cerveau, et produit non désiré soit à partir de sources vitales telles que le mouvement des muscles oculaires ou sources en dehors du corps humain, tels que des électrodes ou des feux de circulation des appareils électriques, est généralement déterminé le bruit en filtrant les signaux électriques avec une fréquence plus élevée ou moins de la fréquence naturelle des signaux centraux.

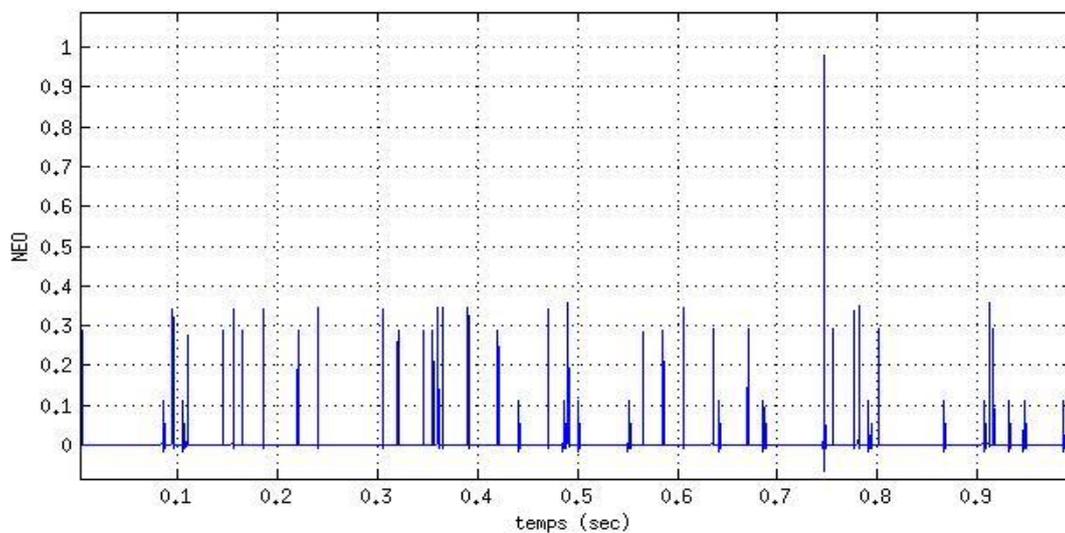


Figure 3.5 Signal obtenu après application du NEO.

b) **application du NEO** : La formule du NEO présentée dans le chapitre II est appliquée au signal filtré, les résultats sont montrés sur la figure III.5 où il est clair que les positions de spikes sont devenues de plus importante énergie. Un simple seuil bien défini peut rendre service et donne une très bonne localisation de ses spike.

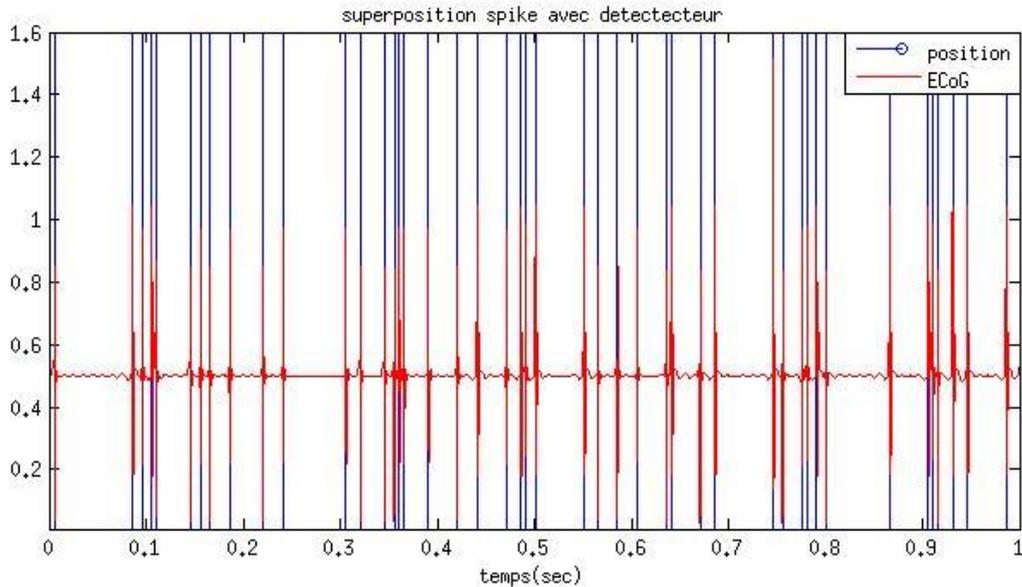


Figure 3.6 Localisation de spikes.

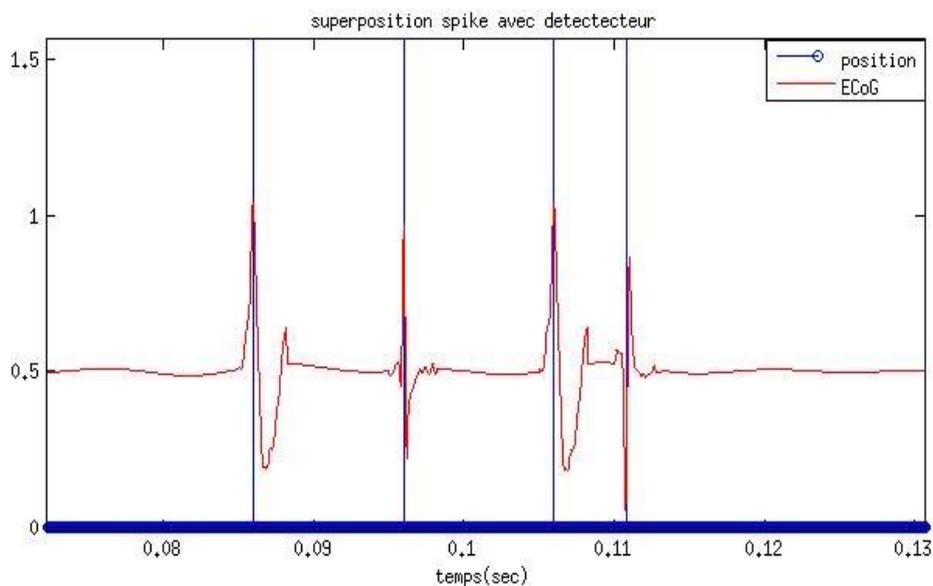


Figure 3.7 petite partie sur la localisation de spikes.

c) **seuillage et localisation** : La détection de Spike a été généralement effectuée à l'aide d'un déclencheur de tension simple, chaque fois que le signal de tension a traversé ce seuil, une impulsion serait générée pour indiquer la présence d'un pic est utilisé pour un système

autonome de séparation, le seuil doit être calculé automatiquement. Cela minimiserait la probabilité que le bruit dépasse le seuil.

d) Classification : Soit des algorithmes de régression, soit des algorithmes de classification peuvent être utilisés pour atteindre ce but, mais actuellement l'utilisation des algorithmes de classification est la plus répandue.

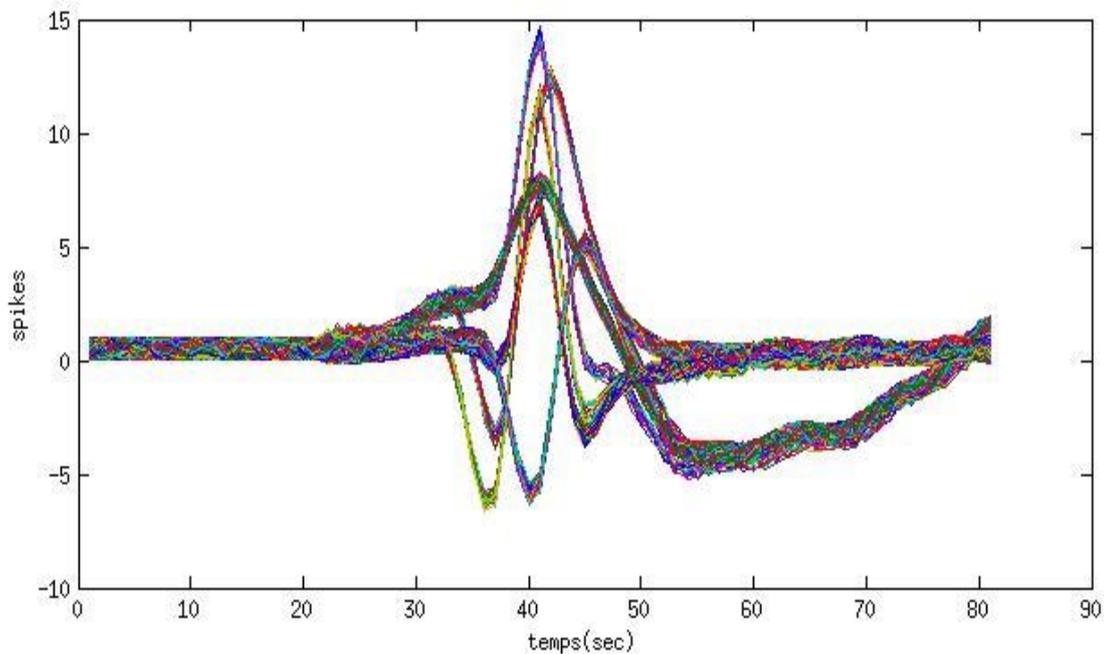


Figure 3.8 superposition des différentes formes de spikes.

III.5 Conclusion

L'utilisation de l'application Matlab dans l'application du chapitre est très simple pour recueillir des données et afficher les résultats du chapitre avec précision.

-Le succès de cette expérience chez la souris nous a permis d'atteindre des horizons lointains en l'appliquant aux humains.

-La dure mère (partie du crâne) a été éradiquée attentivement avant l'implantation du réseau d'électrodes afin de ne pas endommager le cerveau.

-Les expérimentations menées sur l'animal permettent cependant d'espérer que ce sera le cas à moyen terme.

Conclusion Générale

Le tri des pointes (Spike sorting) est un problème mathématique très complexe. C'est une étape cruciale pour extraire des informations à partir d'enregistrements extra-intracellulaires. Grâce aux nouvelles possibilités d'enregistrement offertes par le développement de nouvelles électrodes permettant la surveillance simultanée de centaines de neurones, ce problème a attiré l'attention de scientifiques de différents domaines. C'est en effet un problème intéressant pour les chercheurs travaillant sur le traitement du signal, en particulier ceux traitant de la reconnaissance de formes et des techniques d'apprentissage automatique. Il est également crucial pour les neurophysiologistes, car un tri optimal des pointes peut considérablement augmenter le nombre de neurones identifiés et peut permettre l'étude de neurones à déclenchement très faible, difficiles à trouver avec les méthodes de tri de base.

Comme les algorithmes de tri des pics peuvent être assez compliqués et que cela peut être un processus long et difficile, il convient de se demander s'il est vraiment nécessaire de faire le tri des pics plutôt que de prendre toutes les pics ensemble, car l'activité globale d'un inconnu nombre de neurones. Le problème est que les neurones proches provoqués par la même électrode peuvent déclencher en réponse à différentes choses. C'est le cas, par exemple, dans l'hippocampe humain ou de rat, où des neurones voisins déclenchent des attaques sur des personnes non liées dans le premier cas et sur des champs distants dans le dernier cas. Mais même lorsque les neurones voisins ont des réponses similaires, il est important de les distinguer et d'observer leurs propriétés de réglage individuelles, leurs caractéristiques de déclenchement, leurs relations avec les autres neurones et les potentiels de champ locaux, etc. Une stratégie pour éviter de recourir à des algorithmes complexes de tri des pointes consiste à utiliser des électrodes aiguës insérées dans le cerveau des animaux au cours de chaque expérience. Ensuite, l'électrode peut être placée suffisamment près d'un neurone donné réduisant ainsi l'interférence des pointes provenant d'autres. Cette approche présente toutefois plusieurs réserves:

Premièrement, cela introduit un biais en faveur de l'enregistrement à partir de neurones à déclenchement élevé (et généralement moins sélectifs).

Deuxièmement, il est possible d'observer un ou très peu de neurones à la fois.

Conclusion Générale

La possibilité d'enregistrer simultanément des centaines ou des milliers de neurones est le rêve de tout neurophysiologiste et un objectif à portée de main, car il est désormais possible d'enregistrer simultanément des centaines de canaux. Il est clairement nécessaire de développer des algorithmes de tri rapides et entièrement automatiques pour traiter un aussi grand nombre de canaux et d'énormes volumes de données enregistrées. L'avantage d'utiliser des tétrodes est également clair, mais le pic actuel

Les algorithmes de tri utilisent encore des méthodes relativement naïves pour combiner les informations de différents sites. La mise au point d'algorithmes de tri de pointe devrait aller de pair avec l'optimisation des conceptions d'électrodes, l'objectif général étant de maximiser le nombre de neurones enregistrés et identifiés simultanément.

Chapitre 1

Chapitre II

Chapitre III