



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة غرداية

N°d'enregistrement
/...../...../...../...../.....

Université de Ghardaïa

كلية العلوم والتكنولوجيا

Faculté des Sciences et de la Technologie

قسم الهندسة المدنية و الري

Département de génie civil et hydraulique

Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de master

Domaine: sciences et technologies

Filière: génie civil et hydraulique

Spécialité: génie civil

Calcul des poutres et des pertes en béton précontraint à l'aide d'un logiciel interactif

Soutenue publiquement le 17/06/2021

Par

AZZOUZ LEILA
NAILI MUSTAPHA

Devant le jury composé de:

ZERZOUR . A

SALHI . A

NESSIL . A

PROFESSEUR

M A A

M A A

Univ.Ghardaïa

Univ.Ghardaïa

Univ.Ghardaïa

Examineur

Examineur

Encadreur

Année universitaire 2020/2021

Dédicaces

Je voudrais dédier ce modeste travail à mon époux et binôme Mustapha, qui a été mon meilleur collègue dans cette année universitaire spéciale et géniale.

A la lumière de ma vie, ma chère mère.

A la mémoire de mon cher père. Azzouz et Naili .

Bien sûr sans ’oublier mes petits : Safaa,

Ibrahim, Mouhamed El-Habib, Youcef.

Et à mes professeurs : M^r ZITANI Ibrahim, M^r DAHER

Hadj Guesmia , M^r ARIF Mouhamed, M^r OULED

Belkheir Chikh , M^{me} Azzouz F pour ses encouragements et tous mes distingués professeurs .

LEILA

Dédicaces

Au sens de gratitude et d'amour je dédie ce travail à Dieu tout puissant Allah qui m'a donné la volonté et la puissance pour réaliser cette étude dont je souhaiterai qu'elle sera acceptée par lui sobhanaho et qu'il m'aide à continuer incha Allah.

*Avec une profonde reconnaissance et toute ma gratitude, grâce et remerciement vont aussi à MA MERE pour ses amours, ses encouragements
A la mémoire de mon père Ibrahim.*

A mon épouse et binôme Leila

A mes chers enfants : Safaa, Ibrahim, Mouhamed El-Habib, Youcef.

A tout la famille NAILI et AZZOUZ.

A tous mes meilleurs amis; ainsi à toute mes amis de promo 2020/2021 option structure et à tous les autres que je les connais bien.

MUSTAPHA

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions Dieu de nous avoir donné l'opportunité d'atteindre cette étape de notre vie, en particulier dans nos études.

Nous remercions tout particulièrement notre distingué professeur, le professeur NESSIL Abdelhamid, pour nous avoir accompagné pendant de nombreuses années à l'université et pour sa supervision de la préparation de ce travail.

Enfin, je tiens à remercier tous les professeurs qui nous ont accompagnés durant cette année universitaire et pour leurs grands efforts.

LISTE DE TABLEAUX

LISTE DE TABLEAUX

CHAPITRE II

Tableau 2.1 armatures employées dans la prés-tension.....24

CHAPITRE III

Tableau 3.1.....36

Tableau 3.2.....45

LISTE DE FIGURES

LISTE DE FIGURES

CHAPITRE I

Fig. 1.1. – Pièce.....	12
Fig. 1.2. Comparaison du fonctionnement entre béton armé et béton précontraint	14
Fig. 1.3. Précontrainte par pré-tension	15
Fig. 1.4. Précontrainte par post-tension	15

CHAPITRE II

Fig. 2.1 Gaines de différents diamètres.....	19
Fig. 2.2 Les ancrages mobiles	20
Fig.2.3. Ancrage fixe.....	21
Fig.2.4 : Gonflement de l'armature Lors du relâchement de la tension	23
Fig.2.5 : Principe de la variation de La contrainte à la surface acier/béton.....	23
Fig. 2.6 Schéma d'un banc de précontrainte par fils adhérents.....	25

CHAPITRE III

Fig. 3.1 définition de la section d'enrobage.....	32
Fig. 3.2 Largeur de la table de compression.....	32
Fig. 3.3 . les efforts appliqués sur la section	34
Fig.3.4 etat de contraintes en service	34
Fig. 3.5 centre de pression.....	39
Fig. 3.6 fuseau limités et trace des cables	46
Fig. 3.7 contraintes normales et tangentiellles.....	49
Fig. 3.8contrainte de cisaillement.....	49
Fig. 3.9critère de rupture.....	50

CHAPITRE IV

Fig. 4 – 1 : Règles de trois pivots.....	51
Fig. 4 – 2 : Diagramme des déformation et des contraintes à l'ELU Dans le cas d'une section non totalement comprimée	52
Fig. 4 – 3 : Modèle de comportement du béton en compression dans l'ELU.....	53
Fig. 4 – 4contrainte dans l'acier.....	53

LISTE DE FIGURES

Fig. 4 – 5 : Exemple de disposition des armatures transversales55

CHAPITRE V

Fig. 5.1 effet de la courbe d'un câble.....57

Fig. 5.2 : frottement en courbe.....58

Fig. 5.3 : Tracé d'un câble59

Fig. 5.4 : Tracé d'un câble d'une poutre en I.....59

Fig. 5.5 : Effet de blocage de l'ancrage60

Fig. 5.6 :diagramme de tension.....60

Fig. 5.7 : raccourcissement des câbles.....62

Fig. 5.8 Diagramme de tension après pertes instantanées63

Fig. 5.9 : Effet de la rentrée d'ancrage sur banc.....66

Fig. 5.10 : Effet du retrait sur banc.....66

Fig. 5.11 : Evolution de la relaxation sur banc.....67

Fig. 5.12 Diagramme des tensions ($\sigma_{pi}(x)$) et des contraintes d'adhérence ($\tau_d(x)$)68

Fig. 5.13 Hypothèse de frottement pure.....68

Fig. 5.14 hypothèse d'adhérence.....68

Fig. 5.15 Evolution de la tension pendant la fabrication69

Fig. 5.16 : Effet différé du retrait70

Fig. 5.17 : Effet du fluage dans chaque phase.....71

Fig. 5.18 Perte par relaxation dans chaque phase72

Fig. 5.19 : Principe de la loi du temps équivalent72

Fig. 5.20 : Evolution des tensions.....74

CHAPITRE VI

Fig. 6.1 l'effort interne dans le béton75

Fig. 6.2 cas de la post-tension76

Fig. 6.3 cas de la pré-tension76

Fig. 6.4 du coin inférieur79

Fig. 6.5 schéma de rupture.....79

Fig. 6.6 zone de flux précontrainte.....80

Fig. 6.7 Effort d'éclatement81

Fig. 6.8 sans écrasement.....83

LISTE DE FIGURES

Fig. 6.9 avec écrasement.....	83
Fig. 6.10 sans écrasement	83
Fig. 6.11 schéma réel	83
Fig. 6.12 Equilibre de la zone de première régularisation.....	84

CHAPITRE VII

Fig. 7.1 Fuseau de passage	90
----------------------------------	----

SOMMAIRE

SOMMAIRE

<i>Dédicaces</i>	1
<i>Dédicaces</i>	2
<i>Remerciements</i>	3
LISTE DE TABLEAUX	3
LISTE DE FIGURES	3
Introduction générale :	10
Chapitre I: Principe et modes de réalisation de la précontrainte	12
I.1 Définition de la précontrainte :	12
I.2 Principe de la précontrainte :	13
I.3 Modes de précontrainte :	14
I.3.1. Précontrainte par pré-tension :	15
I.3.2. Précontrainte par post-tension :	16
I.4 Matériel utilisé :	17
Chapitre II : Les procédés de précontrainte	18
II.1. Introduction	18
II.2. Précontrainte par pré-tension :	18
II.3. Précontrainte par post-tension :	18
II.4. Mode de réalisation et matériel utilisé pour la mise en précontraint	19
II.4.1. Précontrainte par post-tension :	19
II.4.1.1. Les procédés Freyssinet :	19
II.4.1.2. Procédés C.I.P.E.C. (Compagnie Industrielle de Précontrainte et d'Equipement des Constructions) :	20
II.4.2. Précontrainte par fils adhérents pré-tension :	22
II.4.2.1. L'ancrage par adhérence de la précontrainte :	23
II.4.2. Les matériels :	24
Chapitre III : Calcul aux ELS	26
III.1. Introduction et hypothèse de calcul	26
III.2. Actions et sollicitations de calcul	27
III.2.1. Actions de calcul :	27
III.2.2. Sollicitations de calcul	28
III.3. Définition des sections de calcul	29
III.3.1. Section brute :	29
III.3.2. Section non fissurée :	29
III.3.2.1. Section nettes :	29
III.3.2.2. Section homogène :	29
III.3.3. Sections fissurées :	30

SOMMAIRE

III.3.4. Section d'enrobage	30
III.4. Largeur participante des poutres en Té	31
III.5. Classes de vérification	32
III.6. Calcul et vérification des contraintes :	33
III.7. Dimensionnement des structures	37
III.7.1. Rendement et noyau limite de la section	38
III.7.2. Dimensionnement de la section du béton :	40
III.7.3. Dimensionnement de la précontrainte :	42
III.7.4. Fuseaux limites et tracé des câbles	46
III.7.4.1 Largeur de la zone du câble	47
III.8. Ferrailage passif longitudinal	48
III.8.1. Armatures longitudinale de peau :	48
III.8.2. Armatures longitudinales dans les zones tendus	48
III.9. Justification des contraintes tangentielles	49
Chapitre IV : Justifications à l'état limite ultime des sections soumises à la flexion	51
IV.1. Introduction	51
IV.2. Hypothèses de calcul :	51
IV.3. Passage du diagramme de déformations à celui des contraintes :	52
IV.3.1. Contraintes dans le béton :	52
IV.3.2. Contrainte dans l'acier :	53
IV 4. Le moment résistant ultime :	54
IV.5. Justification de la résistance vis-à-vis des sollicitations tangentes :	54
IV.5.1. Armatures transversales de peau :	54
IV.5.2. Minimum d'armatures transversales :	55
IV.5.3. Justification des armatures transversales :	55
IV.5.4. Justification des bielles de béton :	56
Chapitre V : Les pertes	57
V.1. Introduction	57
V.2. Pertes instantanées de précontrainte en post-tension :	57
V.2.1. Perte par frottement :	57
V.2.2. Perte au blocage de l'ancrage dite par rentrée d'ancrage :	60
V.2.3. Perte par déformations instantanées du béton :	61
V.2.4. La perte instantanée totale :	63
V.3. Les pertes différées de précontrainte en post-tension :	63
V.3.1. Perte de tension due au retrait du béton :	63
V.3.2. Perte de tension due au fluage du béton :	64
V.3.3. Perte de tension due à la relaxation des armatures :	64
V.3.4. Pertes différées totales :	65

SOMMAIRE

V.4. Pertes instantanées de précontrainte en pré-tension :	65
V.4.1. Pertes à la mise en tension de l'armature :	65
V.4.2. Pertes de tension entre la mise en tension des armatures et la mise en précontrainte des produits :	66
V.4.3. Pertes de tension à la mise en précontrainte des produits :	67
V.4.4. Perte instantanée totale :	69
V.5. Pertes différées de précontrainte en pré-tension :	69
V.5.1. Perte de tension due au retrait du béton :	69
V.5.3. Perte de tension due à la relaxation des armatures :	71
V.5.4. Pertes différées totales :	73
Chapitre VI : Calcul justificatif dans les sections particulières	75
VI.1. Introduction	75
VI.2. Zone d'appui :	75
VI.2.1. Equilibre de la bielle d'about :	75
VI.2.2. Equilibre du coin inférieur :	79
VI.3.2. Pré-tension :	83
Chapitre VII : Développement du programme pour le calcul des poutres en béton précontraint	85
VII.1. Introduction	85
VII.2. Notions générales sur le tableur Excel :	85
VII.2.1. Présentation d'un tableur :	85
VII.2.2. Notion de cellule et de plage de cellule :	85
VII.3. Structure du programme :	85
VII.4.1.1. Dimensionnement :	88
VII.4.1.2. Dimensionnement de la force de précontrainte	88
VII.4.1.3. Vérification des contraintes :	89
VII.4.1.4. Fuseau de passage :	90
VII.4.1.5. Ferrailage passif longitudinal :	90
VII.4.1.6. Justification des contraintes tangentielles :	91
VII.4.3. Les pertes :	94
VII.4.4. Sections particulière :	98
VII.4.4.1. La zone d'appui :	98
VII.5. Validation :	100
Conclusion Générale	114
Référence Bibliographies	115
LISTE DE SYMBOLE	116

Introduction générale :

Le mot « précontrainte » crée par E. FREYSSINET », signifie contrainte avant. Le béton précontraint est soumis préalablement à toute charge extérieure, à un effort de compression qui permettra de supprimer les contraintes de traction qui apparaîtraient dans un élément en béton armé.

On évite ainsi les inconvénients du béton armé, tels que fissurations, corrosion des aciers, béton tendu inutile.

- Les procédés de précontrainte peuvent se classer en deux principales catégories :
 - La précontrainte par pré-tension
 - La précontrainte par post-tension
- Après avoir déterminé les sollicitations appliquées à la section fléchie suivant les cas on est amené à faire :
 - Soit une détermination de la section : choix de la forme de la section (rectangulaire ou en T), calcul de l'effort de précontrainte, détermination de l'excentricité du câble moyen.
 - Soit une vérification des contraintes du béton en compression et en traction.
- Les justifications des éléments d'une poutre vis-à-vis de l'état limite ultime comportent la vérification dans l'hypothèse de la formation d'un treillis après fissuration du béton de la non rupture des armatures transversales et des bielles de béton découpées dans l'élément par les fissures.

Introduction générale

- Certains phénomènes n'avaient pas d'action sur la contrainte de l'acier en béton armé, interviennent de façon non négligeable, tels le frottement à la mise en tension des câbles, le recul à l'ancrage, la non simultanée de mise en tension des différents câbles, le retrait du béton, la relaxation des aciers, le fluage du béton .Les trois premières pertes sont instantanées, les trois dernières sont des pertes différées, c.-à-d. qu'elles atteignent leur valeur maximale au bout d'un certain nombre de mois, voir d'années.
- Les zones d'appui doivent faire l'objet des vérifications suivantes :
 - justifications relatives à la bielle d'about.
 - justifications de l'équilibre du coin inférieur.
- La partie relative au logiciel explique le tableur Excel et nous démontre la structure du programme y compris toutes les étapes de calcul concernant le béton précontraint et ses modes (pré-tension, et post-tension).

Quand au but de logiciel sa tâche et de faciliter les calculs le plus rapidement possible et c'est aussi un guide pour un calcul de béton précontraint et finalement nous avons abouti à une conclusion concrète qui nous a proprement définie le programme de logiciel.

Chapitre I: Principe et modes de réalisation de la précontrainte

I.1 Définition de la précontrainte :

La précontrainte est un traitement mécanique qui consiste à la mise en service des contraintes contraires à celles produites par les charges qui le solliciteront. Une pièce précontrainte est donc celle dans laquelle on a introduit volontairement des efforts internes artificiels dans le but de contrebalancer, jusqu'à un certain niveau, ceux produits par les charges que la pièce doit supporter.

Cette définition est générale et s'applique à tout élément précontraint, comme les assemblages par boulons à haute résistance qu'on retrouve dans les charpentes d'acier. Dans le cas particulier du béton, qui est un matériau qui résiste bien à la compression mais mal à la traction, la précontrainte consiste à créer des contraintes de compression permanentes, uniformes ou non, dans les zones où les charges externes devraient causer des contraintes de traction.

En béton armé, on résiste aux charges de façon passive en disposant de l'acier dans les zones tendues où le béton a tôt fait de se fissurer et de devenir inactif, ce qui donne un comportement hétérogène. Par contre, en béton précontraint, le traitement mécanique qui consiste à pré-comprimer certaines zones, comme, montré dans la figure (1.1) peut être considéré comme une façon active de résister aux charges externes, puisqu'on rend le béton capable de résister efficacement à la traction. En retardant la fissuration du béton, la précontrainte le transforme en un matériau homogène et élastique pour une certaine gamme des charges appliquées. Il s'agit là d'une propriété très fondamentale du béton précontraint et l'étendue de la gamme des charges appliquées pour laquelle le béton reste homogène et élastique dépend de la proportion des charges appliquées qui est compensée par la précontrainte.

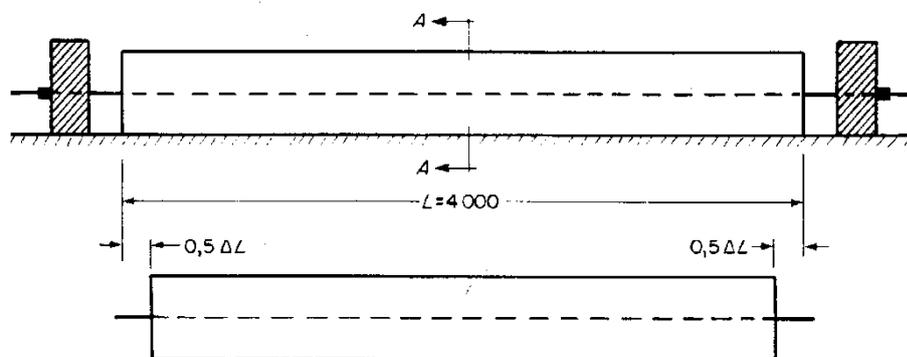


Fig. 1.1. – Pièce

I.2 Principe de la précontrainte :

« Pré contraindre une construction, c'est la soumettre, avant application des charges, à des forces additionnelle déterminant des contraintes telles que leur composition avec celles provenant des charges donne, en tous points, des résultantes inférieures aux contraintes limites que la matière peut supporter indéfiniment sans altération ».

Autrement dit, en béton précontraint on applique en général ce principe, de manière que le béton reste toujours comprimé ou ne subisse tout au moins que des contraintes de traction faibles et jugées alors admissibles. Pour un certain nombre de structures, l'homme à déjà fait appel depuis longtemps à cette notion de précontrainte, par exemple :

La roue de charrette, le tonneau, la roue de bicyclette etc.

Mais c'est en particulier en béton que la précontrainte à trouvé sa principale application en conférant à ce matériau de nouvelles lettres de noblesses.

En effet, le béton, matériau bien connu, obtenu par mélange de gravier sable, ciment et eau à la propriété de faire prise et de durcir ; il acquiert ainsi une résistance très élevée aux efforts de compression, malheureusement, sa résistance aux efforts de traction reste assez faible. C'est pourquoi dans une poutre en béton dit armé on place des barres d'acier dans les zones qui doivent subir des tractions (dans la zone inférieure de la poutre en particulier) voir la figure (1.2), et ces barres se substituant alors au béton, qui se fissurerait, et prennent à leur compte les efforts de traction en question.

Le principe du béton précontraint est fondamentalement différent :

Dans les zones qui doivent subir des traction on crée artificiellement une contrainte de compression préalable une précontrainte et ainsi l'effort de traction dangereux n'engendre qu'une décompression du béton, celui-ci ne risque alors plus de fissurer, à la condition que la contrainte de compression préalablement appliquée ne soit pas inférieur à la contrainte de traction en cause, c'est l'affaire de l'ingénieur et de ses calculs (figure 1.2).

Les procédés de précontrainte sont maintenant extrêmement nombreux. Ils reviennent à peu près tous à utiliser des câbles d'acier à très haute résistance que l'on place sous gaine dans les coffrages avant bétonnage, lorsque le béton à fait sa prise et a suffisamment durci, on exerce sur ces câbles restés libres à l'intérieur de leur gaine, une très forte traction sur chacune de leurs extrémités à l'aide de vérins spéciaux prenant appui sur le béton, quand leur mise en tension est ainsi réalisée des dispositifs d'ancrage placés aux extrémités permettent de bloquer ces câbles et de les maintenir ainsi en tension, par réaction toute la zone de béton comprise entre les ancrages se trouve ainsi comprimés.

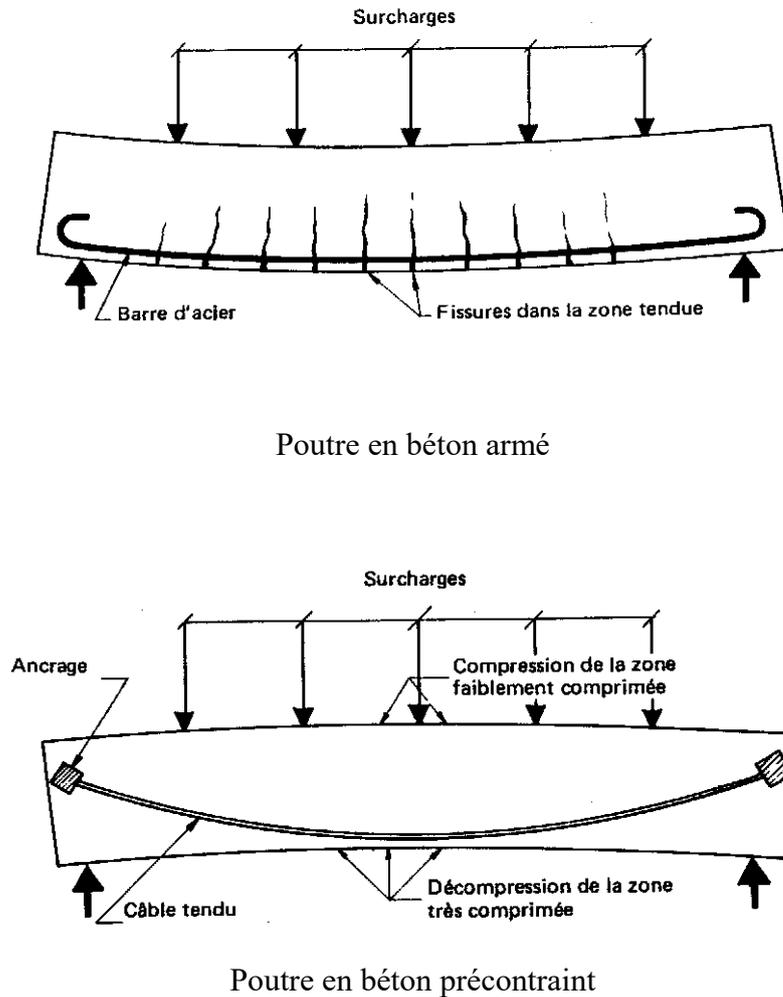


Fig. 1.2. Comparaison du fonctionnement entre béton armé et béton précontraint

Partant de cette idée simple en elle-même, l'ingéniosité de Freyssinet s'est donnée libre cours et depuis, bien d'autres constructeurs tant en France qu'à l'étranger ont imaginé divers dispositifs de mise en tension et d'ancrage et ont mis cette technique en application dans les ouvrages les plus divers. On ne peut donc plus dire aujourd'hui que la précontrainte est un procédé nouveau et révolutionnaire mais il réserve encore bien des possibilités d'ingéniosité dans le vaste domaine des bâtisseurs.

I.3 Modes de précontrainte :

Le traitement mécanique appelé précontrainte exige généralement deux matériaux : celui qui est précontraint et celui qui produit la précontrainte. Dans le cas du béton précontraint, c'est le béton qui est précontraint et ce sont des aciers à haute résistance, mis en tension, qui

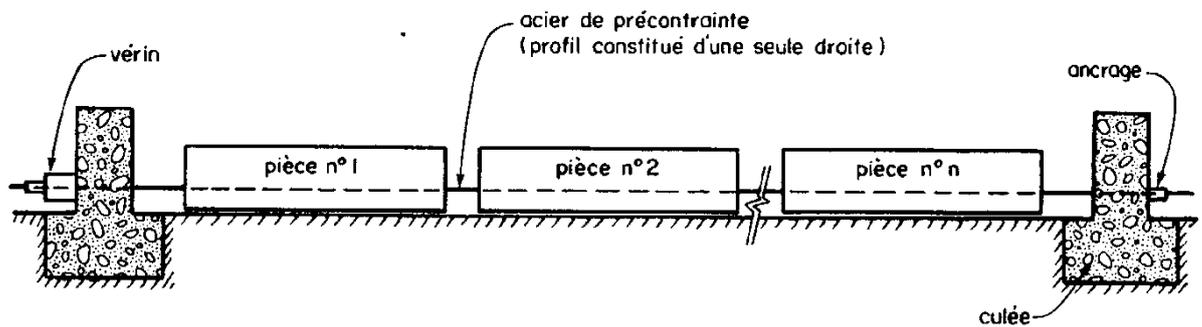
produisent la précontrainte. Cette mise en tension de l'acier peut se faire avant ou après la coulée du béton. La précontrainte peut donc être appliquée au béton de deux manières différentes, par pré-tension ou par post-tension de l'acier de précontrainte.

I.3.1. Précontrainte par pré-tension :

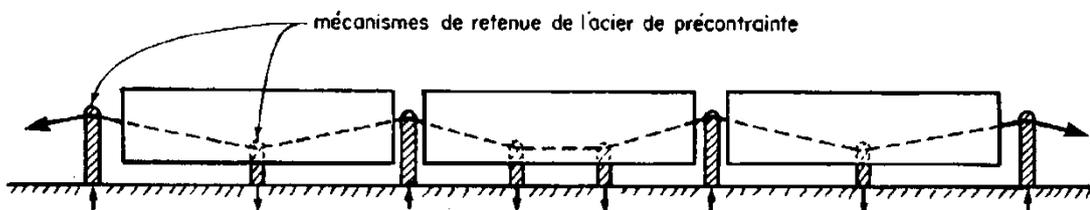
La précontrainte par pré-tension est réalisée par des armatures tendues sur un banc de traction avant le bétonnage (fig. 1.3).

Dans ce procédé, on commence par mettre en tension les aciers de précontrainte à l'aide de vérins prenant appui sur une culée.

Quand l'allongement requis est atteint, l'acier de précontrainte est bloqué à l'aide d'ancrage. En suite, le béton est coulé en contact direct avec les aciers de précontrainte dans des coffrages ou moules entourant ces aciers. Lorsque le béton a atteint une résistance suffisante on procède au transfert de la précontrainte.



a) Banc de traction



b) Profil constitué de plusieurs segments de droite

Fig. 1.3. Précontrainte par pré-tension

Les armatures de précontrainte sont alors libérées de leurs ancrages et coupées à l'extérieur des pièces. Comme ces armatures ne sont pas libres de revenir à leur longueur initiale, l'effort se reporte par adhérence au béton et la pièce se trouve précontrainte.

La précontrainte par pré-tension est surtout utilisée pour la fabrication de séries de pièces identiques, cette préfabrication se fait principalement en usine mais parfois elle peut se faire sur le site même du chantier. Dépendant du type de pièces qui est préfabriqué le profil de l'acier de précontrainte, qui est rectiligne, est constitué d'une seule droite (fig. 1.3.a) ou de plusieurs segments de droite (fig.1.3.b) comme acier de précontrainte on utilise fréquemment pour la pré-tension, des torons à sept fils est chaque toron est mis en tension individuellement.

I.3.2. Précontrainte par post-tension :

La précontrainte par post-tension est réalisée par des armatures tendues après la coulée du béton, lorsque ce dernier suffisamment durci. Pour avoir s'allonger librement lors de la mise en tension les armatures de précontrainte sont isolées du béton à l'aide de gaines étanches placées dans le coffrage avant le bétonnage (fig.1.4). Les aciers de précontrainte ne sont donc pas en contact direct avec le béton, ils peuvent d'ailleurs être enfilés dans les gaines après le coulage de la pièce.

Lorsque le béton a atteint une résistance suffisante, les armatures de précontrainte sont mises en tension par des vérins prenant appui sur le béton de la pièce qui devient précontrainte.

Lorsque l'allongement requis est atteint, l'acier de précontrainte est bloqué à l'aide d'ancrage permanent. On peut faire la mise en tension en tendant l'acier aux deux extrémités de la pièce ou en tendant l'acier à une seule extrémité et en utilisant un ancrage passif à l'autre.

Une fois les aciers tendus et ancrés, on procède à l'injection des gaines avec un coulis de ciment et à l'aide d'une pompe. L'injection se fait de façon que tout le vide que l'acier de précontrainte laisse à l'intérieur de sa gaine soit rempli de mortier.

L'injection produit l'adhérence de l'acier de précontrainte au béton de la pièce (par l'intermédiaire du mortier et de la gaine) protège l'acier de précontrainte contre la corrosion et améliore la résistance de la pièce à la fissuration.

Lorsque l'acier de précontrainte n'est pas scellé (non adhérent) les normes nord-américaines exigent une quantité minimale d'armature passive à haute adhérence dans la zone tendue pré comprimée. Cette exigence à pour but d'améliorer le comportement de la pièce, particulièrement lors de la fissuration. La précontrainte par post-tension est surtout utilisée

pour les ponts de grande portée et pour les structures spéciales telles que enceintes de réacteurs nucléaires, plates-formes de forage et de stockage.

La post-tension est un mode de précontrainte beaucoup plus souple que la pré-tension. Avec la post-tension, il est même possible d'appliquer la précontrainte à l'aide de câble extérieur au béton.

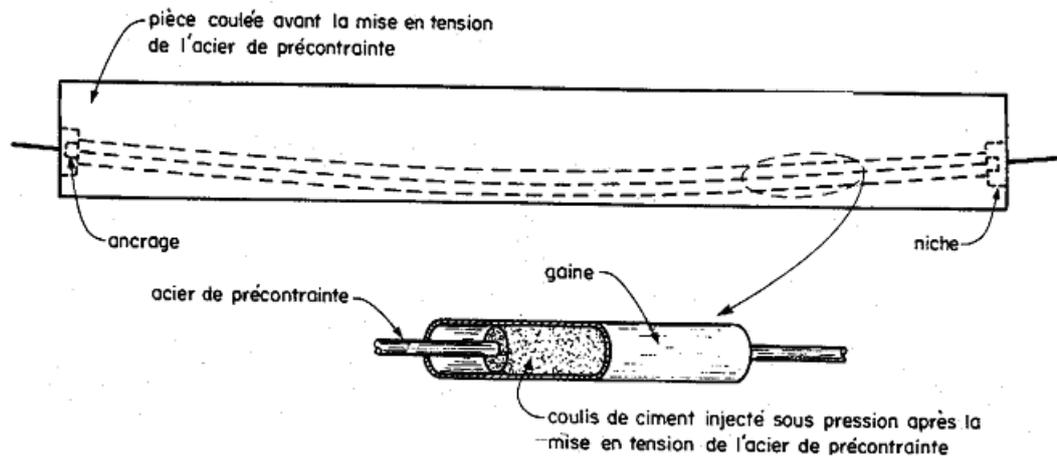


Fig. 1.4. Précontrainte par post-tension

I.4 Matériel utilisé :

Gaine : Conduit protecteur des armatures de précontraintes (câble, barre ou torons), permettant la mise en tension du câble après bétonnage, et devant être injecté par la suite pour éviter toute corrosion de l'acier de précontrainte.

Armatures : On distingue les armatures actives ou armatures de précontrainte et les armatures passives ou armatures de béton armé (c'est-à-dire non tendues avant toute action extérieure).

Coulis d'injection : Mortier fin destiné à remplir les gaines après mise en tension des câbles. Ses fonctions principales sont de protéger les armatures contre la corrosion et d'assurer une bonne adhérence du béton par l'intermédiaire de la gaine.

Câble : Ensemble d'armatures de précontrainte, fils ou torons, permettant d'assurer l'effort de précontrainte.

Toron : Armature composée de 3 ou 7 fils enroulés en spirale.

Fil : Armature de précontrainte de diamètre inférieur ou égal à 12 mm.

Barre : Armature de précontrainte rigide de diamètre supérieur à 12 mm.

Chapitre II : Les procédés de précontrainte

Chapitre II : Les procédés de précontrainte

II.1. Introduction

La mise en œuvre de la précontrainte nécessite l'utilisation de matériel spécifique de mise en tension et de blocage des armatures qui font l'objet de divers brevets.

Ces différents procédés peuvent se classer en deux principales catégories :

- La précontrainte par pré-tension
- La précontrainte par post-tension

II.2. Précontrainte par pré-tension :

On entend par précontrainte par pré-tension, la mise en tension des armatures avant le coulage du béton. Cela suppose donc que l'on doive tendre les aciers en s'appuyant, soit sur le coffrage lui-même, soit sur des culées ancrées dans le sol ou tout autre dispositif qui permet de transférer l'effort d'une extrémité à l'autre.

Ce procédé peut être en usine ou sur chantier.

II.3. Précontrainte par post-tension :

Les sociétés détentrices des procédés de précontrainte peuvent intervenir sur le chantier :

- Soit en tant que fournisseurs de plaques d'appui, plaques d'ancrages et clavettes et loueurs de vérins et de matériel d'injection. Les travaux de mise en place des gaines et des câbles, les opérations de mise en tension et d'injection sont réalisées par l'entrepreneur ;
- Soit en tant que sous-traitant global de toute fourniture, mise en place et injection de l'ensemble de la précontrainte du chantier ;
- Soit toute solution intermédiaire.

Les procédés de précontraintes font l'objet de brevet et sont fabriqués par leurs exploitants.

Les principaux procédés sont :

- Le système Freyssinet
- Le système PAC
- Le système CCL
- Le système VSL

II.4. Mode de réalisation et matériel utilisé pour la mise en précontraint

II.4.1. Précontrainte par post-tension :

II.4.1.1. Les procédés Freyssinet :

Ils sont encore appelés procédés « STUP » (Société technique pour l'utilisation de la contrainte), cette société à maintenant pris nom « Freyssinet International ». Les éléments constituant ce procédé sont :

Les câbles :

Fils ou torons sous gaine rangés en couronne autour d'un ressort central (on a tendance à supprimer ce ressort dont l'utilité ne semble pas démontrée).

Les gaines :

Elles sont feuillard mince. Leurs diamètres sont adaptés aux diamètres des différents câbles utilisés.

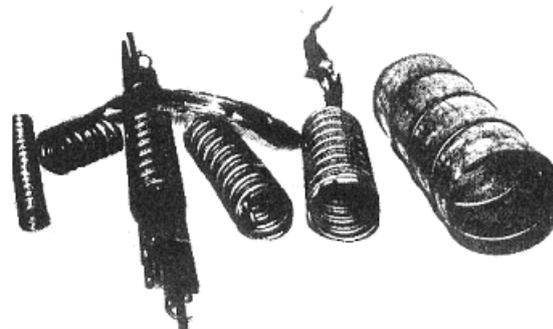


Fig. 2.1 Gainas de différents diamètres

Les vérins :

Ce sont des vérins à double effet. Les fils ou câbles sont fixés sur le cylindre extérieur du vérin qui prend appui, sur le béton durci, par l'intermédiaire de son piston principal.

Les ancrages :

Le principe du coincement conique est utilisé. Les blocs d'ancrage des câbles 12Ø 5 - 12Ø7 et 12Ø8 mm sont en béton fretté. Pour les torons 12T13 et 12T15 mm ils sont en acier.

II.4.1.2. Procédés C.I.P.E.C. (Compagnie Industrielle de Précontrainte et d'Équipement des Constructions) :

Ces procédés sont basés sur le système dit « B.B.R – Boussiron ». Les câbles sont en général constitués de fils de 7 mm au nombre de 9, 14, 18, 22, 30, 54 et 84.

Les fils :

Les fils sont en acier dur à haute limite élastique, ils sont de section ronde calibrée. Leurs caractéristiques mécaniques et modes d'élaboration peuvent varier suivant les conditions économiques et les spécifications requises pour l'usage auquel sont destinées les armatures.

Les ancrages :

Les ancrages sont destinés à transmettre au béton les forces exercées dans les armatures. Ils ont une surface de répartition telle que le béton, localement fretté, puisse résister à la contrainte de compression correspondante. Ils sont munis d'autant de trous que de fils composant le faisceau de l'armature. Ils sont désignés par une lettre majuscule indiquant le type et un nombre déterminant sa catégorie.

1) Les ancrages mobiles :

Constitué d'une pièce qui comporte un filetage (fig. 2.2) sur laquelle se visse la tige de traction d'un vérin. Celui-ci prend appui sur le béton par l'intermédiaire d'une plaque de répartition en acier (système BBRV – Divideg – Macaloy ...).

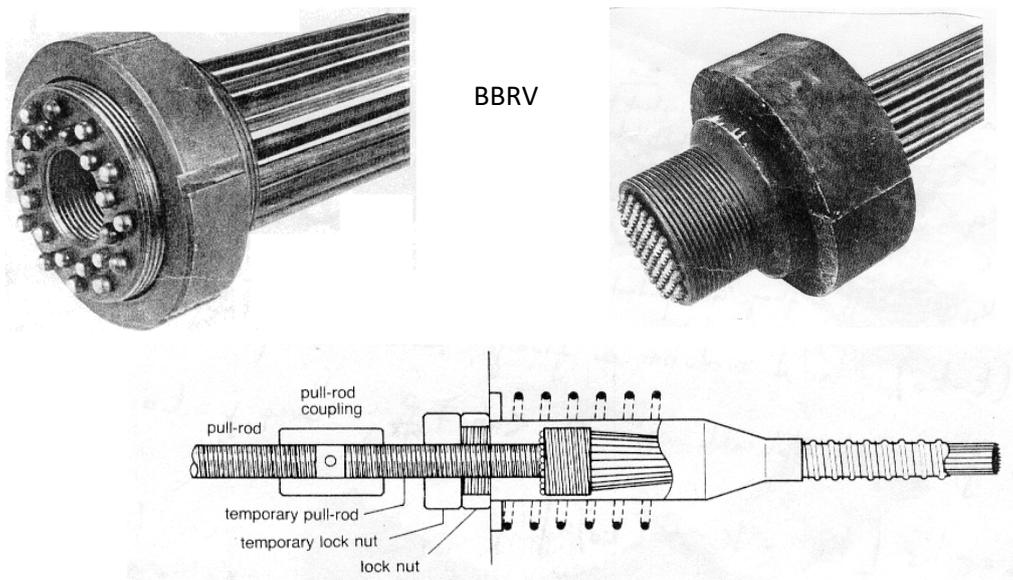


Fig. 2.2.les ancrages mobiles

2) Les ancrages fixes :

Consiste généralement des dispositifs en acier d'ancrage (fig. 2.3) sous forme de cône composée d'une plaque de répartition, un tube, une plaque munis d'autant de trous que de fils composant le faisceau de l'armature. Cône d'ancrage ou clavette pour ancrer les fils dans cette plaque.

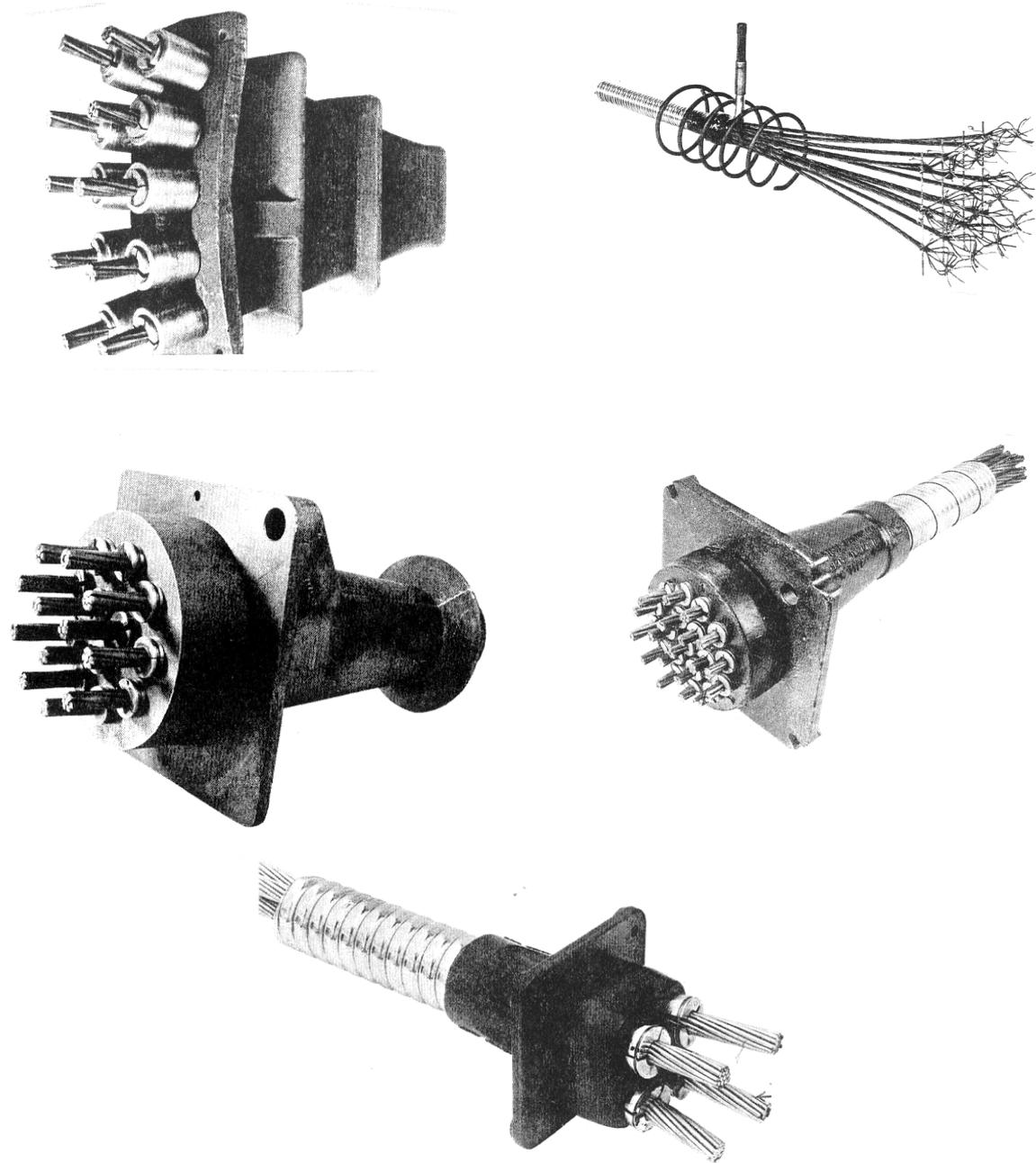


Fig.2.3. Ancrage fixe

L'injection :

Le but fondamental de l'injection est de garantir une protection efficace des aciers de précontrainte contre la corrosion en évitant l'infiltration jusqu'à l'acier d'agents corrosifs venant de l'extérieur et en constituant un milieu de préférence passivement sans élément agressif. L'injection doit, en outre assurer la liaison mécanique entre les armatures actives et le béton.

C'est donc une opération d'importance capitale, pouvant conditionner la durée de vie d'un ouvrage bien qu'elle ne représente qu'une fraction assez faible de son coût (de l'ordre de 1% à 2%) sauf précisément lorsque sa mauvaise exécution oblige à une reprise ultérieure de l'injection, opération qui est difficile, coûteuse et aléatoire.

Pour réussir une injection, il est d'abord nécessaire de disposer d'un bon coulis.

A cet égard, les principales qualités qu'on puisse attendre sont les suivantes :

- Absence d'agent agressif
- Fluidité suffisante pendant toute la durée de l'injection
- Bonne stabilité (exsudation faible)
- Retrait modéré
- Résistances mécaniques convenables
- Faible absorption capillaire

II.4.2. Précontrainte par fils adhérents pré-tension :

La différence essentielle avec les procédés précédents (dit par « post-tension » c'est-à-dire mise en tension postérieure au bétonnage) consiste en la réalisation de la mise en tension de fils ou de câbles avant le bétonnage ; ces procédés sont dits de précontrainte par « pré-tension ». La tension des armatures se réalise en prenant appui et ancrage provisoire sur des massifs d'ancrage suffisamment stables et indéformables.

Le bétonnage est réalisé après mise en tension. Les fils n'étant pas sous gaine c'est par adhérence que se constitue l'auto-ancrage des fils lorsqu'on libère leurs ancres provisoires et que l'effort de tension se reporte sur le béton durci, le mettant ainsi en précontrainte. C'est pourquoi cette technique est aussi appelée précontrainte par adhérence.

Contrairement à ce que beaucoup pensent, c'est la précontrainte par pré-tension qui est la technique la plus utilisée. En effet elle consomme environ 80% en poids des armatures de précontrainte mises en œuvre annuellement en France (de l'ordre de 70000 t) et prestigieuses, elle est bien souvent méconnue.

1) Les principes de la technique de précontrainte par pré-tension :

Cette fabrication se fait sur des bancs composés d'une table plane en béton ou en acier servant de fond de décoffrage et de deux massifs d'ancrage aux extrémités. De chaque côté de la table on vient disposer des coffrages outils pour donner à la pièce la forme souhaitée.

Les massifs d'ancrage servent à mettre en tension les câbles qui en général sont rectilignes et composés de mono fils ou mono torons.

Les massifs d'ancrage doivent pouvoir supporter des efforts importants de l'ordre de 3000 KN à 6000 KN.

L'ensemble des moyens de fabrication nécessaire fait qu'en général la fabrication doit être faite en usine fixe. Pour rentabiliser ces installations importantes on est conduit généralement à :

- Fabriquer plusieurs éléments à la fois : pour cela la fabrication se fait sur des bancs de 50 m à 200 m de longueur sur lesquels les produits sont disposés en série ;
- Accélérer le durcissement du béton afin de libérer rapidement les coffrages et le banc de fabrication pour réaliser une nouvelle production. Selon les dimensions des pièces, la précontrainte à appliquer et la résistance du béton il peut être fait une ou deux fabrication par jour.

II.4.2.1. L'ancrage par adhérence de la précontrainte :

1) Le principe de l'ancrage :

Une armature pré-tendue à vu sa section diminuer (l'effet poisson) ; au relâchement celle-ci voudrait retrouver son état normal mais la présence du béton l'empêche.

Le béton qui entoure l'armature est mis en compression radiale ce qui améliore l'adhérence. (fig. 2.4).

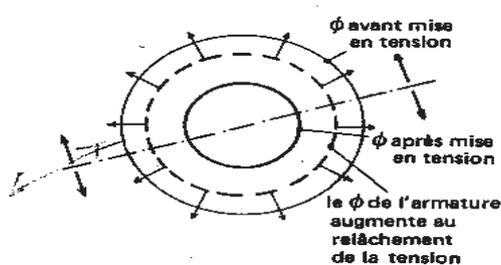


Fig.2.4 : Gonflement de l'armature Lors du relâchement de la tension

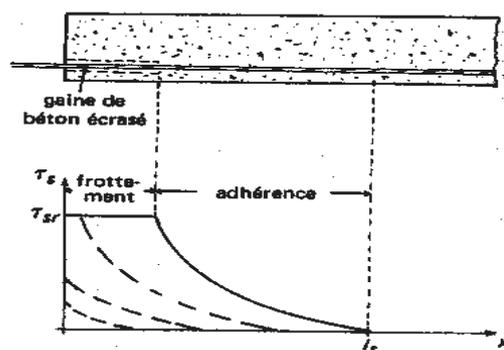


Fig.2.5 : Principe de la variation de La contrainte à la surface acier/béton

Au relâchement, l'effort à ancrer augmente et l'adhérence se mobilise sur une longueur plus grande en entraînant dans le béton des cisaillements de surface et des compressions radiales de plus en plus fortes. La contrainte de cisaillement dépasse généralement celle que peut supporter le béton ce qui crée une gaine de béton écrasé de faible épaisseur autour de l'armature. Les contraintes radiales compriment cette gaine qui est alors en mesure de mobiliser un frottement sur l'armature de précontrainte. En contre partie, le béton est soumis à des efforts d'éclatement qu'il convient de reprendre par un ferrailage approprié. Ainsi l'ancrage ne se fait pas par pure adhérence mais pour une partie (celle d'extrémité) par frottement et pour une partie par adhérence (fig. 2.5)

II.4.2. Les matériels :

1) Les armatures de précontraintes :

Ce sont des armatures de même nature qu'en post-tension mais seuls des fils crantés ou des torons sont employés car il est indispensable de disposer d'une adhérence de forme. De même pour avoir une bonne adhérence les armatures ne sont pas groupées mais utilisées isolément ; aussi les armatures employées sont-elles appelées mono-fils ou mono-torons.

Les diamètres les plus utilisés sont :

	Classe III Ø 7 crantés TBR	Classe III T13TBR	Classe III T15 TBR
Section (mm ²)	38.5	93	139
F _{pr} (KN)	62.8	173.6	252.1
F _{pc} (KN)	56.4	154.0	225.6
ρ ₁₀₀₀	2.5	2.5	2.5

TBR: très basse relaxation

Tableau 2.1.armature employées dans la pré-tension

2) Le banc de précontrainte :

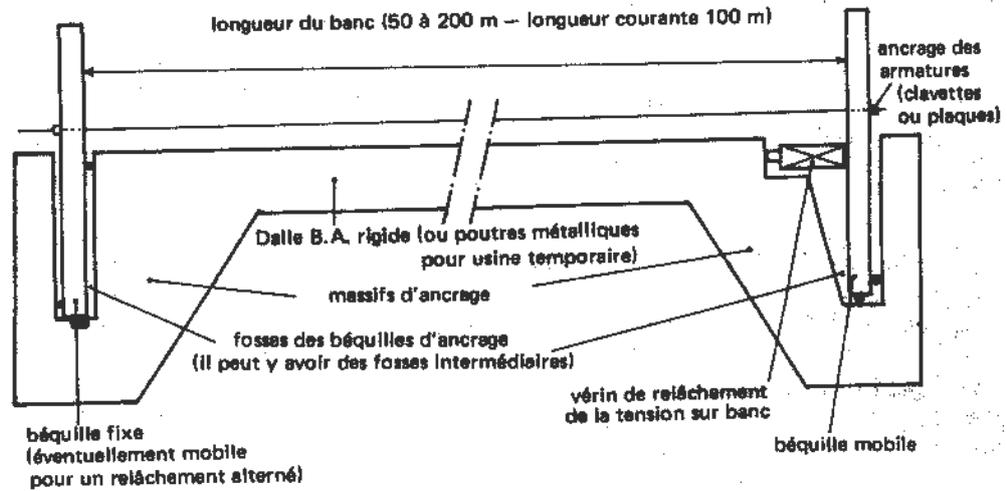


Fig. 2.6 Schéma d'un banc de précontrainte par fils adhérents

Il se compose généralement d'une dalle épaisse de béton armé présentant des fosses dans lesquelles sont placés les massifs d'ancrage (béquilles) servant à la mise en tension des armatures. La longueur des bancs est comprise entre 50 m et 200 m.

Il y a au moins deux fosses, une à chaque extrémité du banc et pour certains bancs il est prévu des fosses à espacement régulier ce qui permet de réduire les chutes d'armature dans le cas de fabrication qui n'occupent pas toute la longueur du banc (figure 2.6).

Chapitre III : Calcul aux ELS

Chapitre III : Calcul aux ELS

III.1. Introduction et hypothèse de calcul

Les justifications du béton précontraint aux états limite de service consistent essentiellement des limites imposées de manière à limiter les déformations et les contraintes de l'élément considéré. Les contraintes limites sont liées à la fissuration en tenant compte d'exploitation ou/et durabilité.

Lors de l'analyse de la pièce en béton précontraint on distingue deux cas extrêmes de chargement et des limites de contraintes dans ou pour chacun des deux cas :

- **Le 1^{er} cas** : Lors du transfert de la précontrainte où les charges sont minimales (poids propre de la pièce seulement) et la force de précontrainte maximale (pas de perte différées puis qu'elles ne sont pas encore produites).
- **2^{ème} cas** : chargement correspondant aux conditions en service, lorsque la charge extérieurs sont maximum et la force de précontrainte est minimale (précontrainte après pertes différées).

Pour chacun des deux cas le BPEL[4] spécifie des limites sur les contraintes qui peuvent solliciter la pièce. Ceci pour éviter des contraintes excessive de compression qui peuvent causer soit des fissures longitudinales ou des déformations très grandes par fluage, et limiter ou éviter totalement la fissuration (zones tendues) suivant la situation d'exploitation et/ou la durabilité de la pièce.

En pratique pour le 2^{ème} cas les contraintes de traction sont critiques car les contraintes de compression en service sont souvent inférieures à la contrainte admissible.

Par contre, au transfert (1^{er} cas) c'est le contraire, les contraintes de compression qui sont critiques.

Les limites de contraintes de la BPEL sont données suivant le type de sollicitation envisagée (combinaison rare, fréquente, quasi permanente).

Dans le béton précontraint les justifications aux ELS (Etats Limites de Service) sont souvent déterminantes pour le dimensionnement des ouvrages. L'analyse donc consiste à dimensionner la pièce sous ELS (limitation déformation de fissure et compression) et puis vérifier que les autres états limites de service (déformation) ou ultime sont satisfaites.

Il faut aussi s'intéresser aux différentes situations de l'ouvrage notamment pendant la construction et aux différentes sollicitations (combinaison d'action) que subit l'ouvrage.

Pour le calcul aux ELS le modèle élastique linéaire est suffisant dans la plupart des cas (sauf : ouvrage construit par phase, sections non courantes).

Les hypothèses de calcul prises de ces cas sont les suivantes :

- Sections planes restent planes
- Les contraintes des matériaux sont proportionnelles à leurs déformations
- En section non fissurée, le béton tendu résiste la traction
- Les armatures passives et actives (sauf en cas des câbles post-tendu non injectés) ne subissent aucun glissement relatif par rapport au béton.
- En section fissurée, le béton tendu est négligé.

III.2. Actions et sollicitations de calcul

III.2.1. Actions de calcul :

Les actions consistent des actions permanentes et variables pour les actions permanents on distingue notamment deux catégories de la structure, le poids des équipements, déformation permanent et la force de précontrainte (2^{ème} catégorie). Pour la 1^{ère} catégorie elle est donnée par les valeurs caractéristique (G_{max} , G_{min}). Pour la force de précontrainte elle est représentée par deux valeurs caractéristiques respectivement P_1 et P_2 encadrant la valeur probable P_m .

$$\left. \begin{aligned} P_1(x, t) &= 1.02P_0 - 0.8\Delta P(x, t) \\ P_2(x, t) &= 0.98P_0 - 1.2\Delta P(x, t) \end{aligned} \right\} \text{ désigné par } P_d \text{(III - 1)}$$

$$P_m(x, t) = P_0 - \Delta P(x, t)$$

P_0 = précontrainte à l'origine ($P_0 = \sigma_{ps}A_p$)

P_d : force de précontrainte (action permanente)

$$\Delta P(x, t) = \text{perte de la précontrainte au point d'abscisse } x, \text{ à l'instant } t = ((\Delta\sigma_p)_{tot})A_p$$

Lorsque l'effet de la précontrainte est défavorable on utilise P_1 (1^{er} cas de chargement), tandis que si cet effet est favorable on utilise P_2 (2^{ème} cas).

En règle générale pour le calcul aux états limites de service , il faut utiliser P_d , toutefois il est loisible d'utiliser P_m (avec des conditions voir BPEL chapitre quatre).

Si le marché le prescrit. Pour le calcul des pièces aux états limites ultime il faut utiliser P_m .

Les actions variables sont celle dont les variations sont fréquentes et non négligeable (charge d'exploitation, les charges non permanente (au cours de l'exécution), neige, vent, température ...) Ils sont dans le BPEL par plusieurs valeurs :

- | | | |
|--|---|--------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> - Q_{ik} valeur caractéristique - $\psi_{oi} Q_{ik}$ valeur de combinaison - $\psi_{1i} Q_{ik}$ valeur fréquente - $\psi_{2i} Q_{ik}$ valeur quasi-permanente | } | Voir BPEL annexe 8 |
|--|---|--------------------|

III.2.2. Sollicitations de calcul

Les différentes combinaisons à prendre en compte sont définies ci-après :

- Combinaison rare :

$$P_d + G_{\max} + G_{\min} + Q_{ik} + \sum_{i>1} \psi_{oi} Q_{ik} \quad | \rightarrow \psi_{oi}=1 \quad \dots\dots\dots(III - 2)$$

- Combinaison fréquente :

$$P_d + G_{\max} + G_{\min} + \psi_{1i} Q_{ik} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ik} \quad | \rightarrow \psi_{1i}=0.4, \psi_{2i}=0.0 \rightarrow \text{pour wet s voir BPEL} \dots\dots(III - 3)$$

- Combinaison quasi permanente :

$$P_d + G_{\max} + G_{\min} + \sum \psi_{2i} Q_{ik} \quad \dots\dots\dots(III - 4)$$

Q_{ik} ci-dessus représente l'action variable de base, les autres Q_{ik} sont des actions variables d'accompagnement → (voir BPEL annexe 8 pour détail)

- Pour le cas des bâtiments (sous charge d'exploitation Q_0), G = charges permanente.

$P_d + G + Q_0$ ← combinaison rare	}	pour l'effet de vent, température neige voir BPEL pour combinai.
$P_d + G + \psi_1 Q_0$ ← combinaison fréquente		
$P_d + G + \begin{cases} 0 \\ \psi_2 Q_0 \end{cases}$ ← combinaison quasi permanente		

- Pour les ponts routes :

- $P_d + G + Q_r$ combinaison rare
- $P_d + G + Q_{rp}$ combinaison rare
- $P_d + G + 0.6Q_r$ combinaison fréquente
- $P_d + G$ combinaison quasi permanente

G = charge permanente

Q_r = système de surcharge A et Bc

Q_{rp} = charge militaire et exceptionnelle

Comme indiqué dans la 1^{ère} section il faut aussi s'intéresser aux situations de l'ouvrage notamment celle en cours d'exécution, où les combinaisons sont les suivantes :

Pour ELS uniquement les combinaisons rares sont à considérer

$$P_d + G + Q_{pre} + Q_{pra} \quad \dots\dots\dots(III - 5)$$

G = charge permanente,

Q_{pre} = charge d'exécution connues (en grandeurs et position)

Q_{pa} = charge d'exécution aléatoire ← voir BPEL

En pratique, l'analyse d'une pièce en béton précontraint se fait dans deux cas extrêmes (comme indiqué antérieurement). Pour le 1^{er} cas (transfert), la combinaison à utiliser est :

$P_d + G$ ← (III - 6) P_d ici est donné par l'équation (III - 1) P_1 avec $\Delta P(x,t)$ = les pertes instantanées (au jour d'application de la précontrainte) uniquement on peut considérer ce cas comme la situation ou l'ouvrage est en exécution (III - 5)

Pour le 2^{ème} cas : normalement il faut utiliser la sollicitation la plus défavorable de (III - 2), (III - 3) ou (III - 4) avec P_d calculé par (III - 1) , (P_2) et $\Delta P(x, t)$ = les pertes finales totales, mais dans la majorité des cas c'est la combinaison rare (III - 2) qui est prépondérante.

III.3. Définition des sections de calcul

Dans le calcul des caractéristiques géométriques d'une section, on distingue les sections suivantes : (suivant la phase ou le calcul considéré).

III.3.1. Section brute :

Ce sont les sections du béton seul, telle qu'elles résultent des dessins de coffrage, sans déductions des évidements, encoches et conduits. Elle est utilisée pour :

- Le calcul du poids propre, rigidité des différentes pièces constituant la structure, des déformations pour la classe II (définie après).

III.3.2. Section non fissurée :

Ce sont celle qu'on prend en compte pour calculer les contraintes en classe I ou II.

III.3.2.1. Section nettes :

Section obtenue en sous trayant des sections brutes les vides longitudinaux et transversaux. Ces sections nettes sont utilisées pour calculer les contraintes aux ELS développer par les actions permanentes.

III.3.2.2. Section homogène :

Section obtenu en ajoutant aux actions nettes précédemment définis (section nette) la section des armatures longitudinale de précontrainte multiplie par un coefficient. d'équivalence Forfaitaire égal à 5.

Les armatures prises en considération sont uniquement les armatures de pré-tension et les armatures de post-tension dont les gaines sont injectées par un coulis d'injection ne contenant pas de graisse.

Ces sections sont utilisées pour calculer les contraintes développées par les actions variables. Pour simplifier le calcul on utilise pour les sections fissurées, la section nette dans le calcul des contraintes développées par les actions permanentes et variables.

Il est loisible d'ajouter les armatures passives (coefficient d'équivalence = 5 ou 15) dans la définition des sections nettes ou homogènes définies ci-dessus.

III.3.3. Sections fissurées :

Ce sont celles qu'on prend en compte pour calculer les contraintes en class III

Il y' a lieu d'intervenir des sections homogènes réduites définies à partir :

- de la seule partie comprimée du béton de la section
- de la section des armatures passives (avec coefficient d'équivalence $\eta_v = 15$)
- de la fraction ρ de la section des armatures longitudinales de précontrainte (avec coefficient d'équivalence $\eta_v = 15$).

ρ vaut :

- 1 dans le cas de la pré-tension
- 0.5 dans le cas de la post-tension correctement injectée au coulis de ciment
- 0 dans le cas de post-tension lorsque les armatures ne sont pas adhérentes

III.3.4. Section d'enrobage

Dans la définition des classes de vérification (section 3-5), la notion de section d'enrobage est introduite.

- En l'absence de composante de flexion, la section d'enrobage se confond avec la section totale (c-à-d lorsque $e_p = 0, M = 0$)
- En présence de composante de flexion la section d'enrobage est la surface du béton disposé autour des armatures de précontrainte comme l'indique le schéma ci-après :

Les axes parallèles encadrent l'ensemble des armatures de précontrainte.

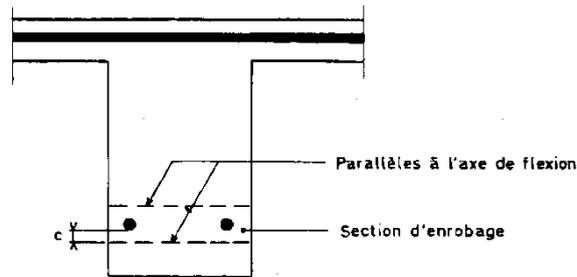


Fig. 3.1.définition de la section d'enrobage

c = Enrobage minimale comme indiquée au chap II(disposition constructives)

c il est donné pour le cas des conduites par:

$$c \geq \begin{cases} \frac{3}{4}a \text{ (largeur du paquet de gaine)} \\ \varnothing \text{ (diamètre des conduites)} \\ d = 3,4 \text{ ou } 5 \text{ cm selon l'agressivité du milieu} \end{cases}$$

III.4. Largeur participante des poutres en Té

Lors du calcul des contraintes la règle suivante doit être respectée :

- Une même zone de hourdis ne doit jamais être attribuée simultanément à deux poutres différentes
 - La largeur b (prise en compte de chaque côté de nervure, distance de parement de celle-ci) et définie suivant les sollicitations considérées :
- Dans le calcul des contraintes équilibrant l'effort normal, la largeur b est limitée à $2/3$ de la distance à l'about rapproché
- Dans le calcul des contraintes équilibrant, les autres sollicitations, la largeur b est plafonnée
- $1/10$ de la portée sur chacune des travées.
- $2/3$ de la distance de l'axe de l'appui proche majoré, s'il s'agit de l'appui intermédiaire du $1/40$ de la somme des portées qui l'encadrent.

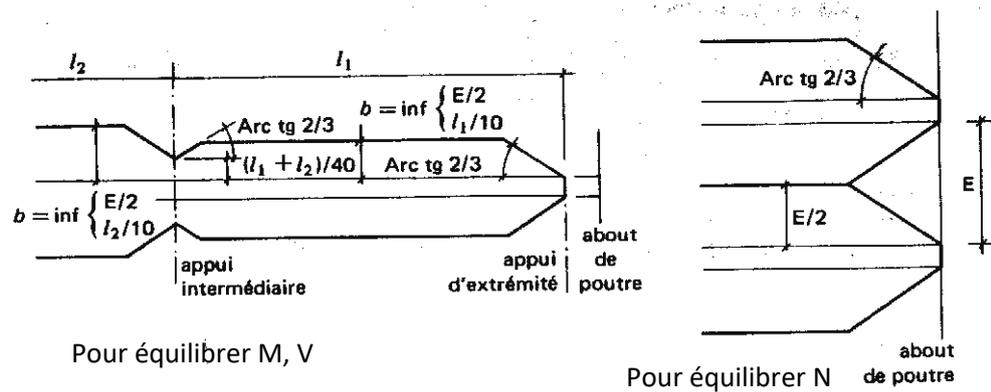


Fig. 3.2. largeur de table de compression des poutres en T

III.5. Classes de vérification

Pour la justification des pièces aux états limites de service, les constructions, éléments de construction sont rattachées à l'une des trois classes de vérification données ci-après.

Ces classes correspondent à des classes de vérifications et non pas des classes de qualité :

- Classe I : L'état de décompression ne doit pas être dépassé sous l'effet des combinaisons rares. Cette classe est donc liée à la précontrainte totale.
- Classe II : Des contraintes de traction modérées sont tolérées, dans la section d'enrobage on ne doit dépasser ni l'état de formation des fissures sous l'effet de combinaisons rares, ni l'état limite de décompression sous l'effet de combinaisons fréquentes.
- Classe III : (Précontrainte partielle, limitations des fissures). On ne doit dépasser ni un certain état limite de formation de fissure sous l'effet de combinaison rare (déterminer par les aciers passives), ni un autre état limite d'ouverture de fissure définie sur la section d'enrobage sous combinaisons fréquentes (limité par les contraintes d'acier passive), ni enfin l'état limite de décompression dans la section d'enrobage sous combinaisons quasi permanentes.

Les valeurs numériques qui correspondent à ces limites sont données dans la section suivante.

Il faut toutefois noter que ces limitations concernent uniquement les contraintes normales dans les zones tendues (condition de travail des parties tendues bien distincts).

Par contre les limitations données par le BPEL pour les contraintes normales de compression et de cisaillement ne dépendent pas des classes de vérification.

Le choix d'une classe de vérification dépend en 1^{er} lieu de l'agressivité du milieu mais aussi du mode de construction (par phase ou non), type d'ouvrage, mode de fabrication (pré-tension

ou post-tension), importance relatives des sollicitations permanentes et variable ainsi que la distribution dans le temps de ces dernières, expérience

A titre indicatif :

Classe I : (dimensionnement très serré) pièces soumise a traction simple : tirants, parois de réservoir circulaire (fluides dangereux), les pièces susceptibles d'être très sollicitées à la fatigue.

Classe II : Eléments exposées à une ambiance agressive bâtiments industriels ou comportant de nombreux joints ponts, toitures, façades de bâtiment.

Classe III : Pièces en atmosphère peu agressive (éléments de bâtiment courant).

III.6. Calcul et vérification des contraintes :

Convention de signe :

- Contrainte de compression positive (figure 3.3) :
- La force de précontrainte est toujours positive
- Le sens positif de l'axe y et e est compté vers le haut : ordonnée y (coordonnées d'un point quelconque de la section, est positive si le point est situé au dessus du centre de gravité de la section.
- B l'air de la section, G = Centre de gravité de la section, I = moment d'inertie par rapport à l'axe de flexion, P = effort de précontrainte, M = moment crée par les charges extérieures, e_p = excentricité du câble moyen, V, V' distance respectivement de la face supérieur et de la face inférieur par rapport G .

Dans le cas des poutres, il s'agit essentiellement de calculs en flexion composé exprimé par :

- Un effort normal égal à P (effort de précontrainte)
- Un moment fléchissant résultant : (charge extérieurs (permanente + exploitation) moment M et de l'excentricité e_p de la précontrainte : $P e_p$)

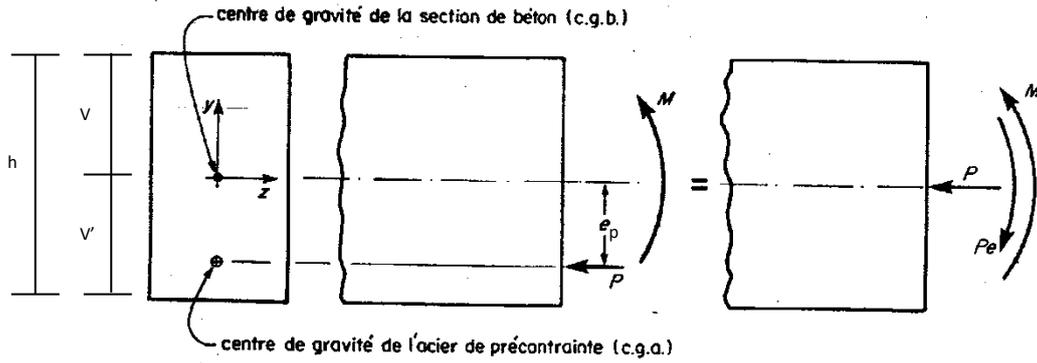


Fig. 3.3 les efforts appliqués sur la section

La contrainte normale est (pour une section droite sur une fibre d'ordonnée y) :

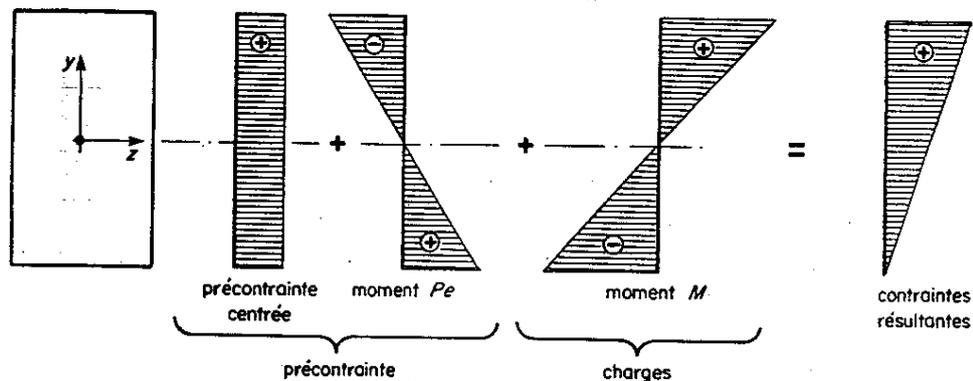
$$\sigma(y) = \frac{P}{B} + \frac{P \cdot e_p}{I} y + \frac{M}{I} y \dots\dots\dots(\text{III} - 7)$$

Pour la fibre supérieure de la poutre ($y = v$)

$$\sigma(v) = \frac{P}{B} + (P \cdot e_p + M) \frac{V}{I} \dots\dots\dots(\text{III} - 8)$$

Pour la fibre inférieure de la poutre ($y = -v'$)

$$\sigma(v') = \frac{P}{B} - (P \cdot e_p + M) \frac{V'}{I} \dots\dots\dots(\text{III} - 9)$$



Note: Les contraintes de compression sont positives.

Fig.3.4. Etat de contraintes en service

Les vérifications de ces contraintes se répartissent en trois classes (comme indiquée dans la section précédente). Ceci revient à montrer, en tous points de l'ouvrage et pour l'ensemble des matériaux que

$$\bar{\sigma}_{\min} \leq \sigma(y) \leq \bar{\sigma}_{\max} \quad \text{tel que } \bar{\sigma} = \text{contrainte admissible}$$

Au niveau d'une section droite la justification de contrainte sur les armatures est inutile puisque les contraintes limites sont implicitement vérifiées de part de dimensionnement de ces armatures (voir section 3-8)

Pour un ouvrage on prend des sections droites régulièrement espacés incluant celles qui sont le plus sollicitées. Pour chaque section on considère le cas des charges les plus sollicitant, qui peuvent apparaître dans la vie de l'ouvrage (en tenant compte des différentes phases et des différentes sollicitations).

Les contraintes de compression limites du béton qui doivent être retenues, quelque soit la classe de vérification sont les suivantes : (valeur de $\bar{\sigma}_{\max}$)

- 0.5 f_{c28} sous l'effet de la combinaison quasi-permanente
- 0.6 f_{c28} sous l'effet des combinaisons rares et combinaisons fréquentes,
- 0.6 f_{cj} en cours d'exécution, ramenée à 0.55 f_{cj} si $j < 3$ jours sauf pour les pièces préfabriquées en usine où la limite est $2/3 f_{cj}$.

- L'objectif de ces limitations est de limiter le comportement du béton au domaine linéaire en réduisant :

- Les risques de fissuration longitudinale, les déformations excessives du fluage, les pertes de la précontrainte.
 - Lorsque le marché prescrit de prendre $P_d = P_m$, les différentes valeurs précédentes sont diminuées de 10%.
 - Pour la limitation des contraintes dans les zones tendues de l'ouvrage, elles sont groupées ci-après

Tableau 3.1

Classes	Situation	Exploitation			Construction
	Combinaison Zone	Rare	Fréquente	Quasi-perm	Rares
I	Pour toute la section	0	-	-	0
II	Section d'enrobage	f_{ij}	0	-	f_{ij}
	Hors de la Section d'enrobage	$1.5 f_{ij}$	-	-	$1.5 f_{ij}$
III	-	Vérif des armatures voir ci-après	Vérif des armatures voir ci-après	0 dans la section d'enrobage	Vérif. Des armatures voir ci-après

f_{ij} dans ce cas peut être prise comme f_{t28} (valeurs de $\bar{\sigma}_{min}$)

Dans le cas particulier de classe III

- en situation d'exploitation, sous l'effet de combinaison rares, aussi bien qu'en situation d'exécution, les aciers passifs, quelque soit leur position respectent les règles du BAEL (article A.4.5.33) dans le cas ou la fissuration est préjudiciable.

Les surtensions dans les aciers de précontrainte ne dépassent pas :

$0.10 f_{pr} \leftarrow$ post tension

$\min(0.10 f_{pr}, 150 \eta_p) \leftarrow$ pré-tension

- 1 fils conntés et torons

(η_p = coefficient de fissuration) égal à $\left\{ \begin{array}{l} - 1.3 \text{ H.A } \varnothing \leq 6 \\ - 1.6 \text{ H.A } \varnothing > 6 \end{array} \right.$

- 1.6 H.A $\varnothing > 6$

- en situation d'exploitation, sous l'effet des combinaisons fréquentes

La contrainte de traction des aciers passifs n'excède pas 60 N/mm^2 dans la section d'enrobage.

Rappel BAEL (article 4.5.33) la contrainte de l'acier est limitée.

$$\sigma_s \leq \begin{cases} 2/3 f_e \\ 150\eta \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

$f_e =$ limite d'élasticité des aciers utilisées
 $\eta =$ coefficient de fissuration = 1 ronds lisses
 $1.3 H.A \varnothing \leq 6 \text{ mm}$
 $1.6 H.A \varnothing > 6 \text{ mm}$

- Le diamètre des armatures $\varnothing \geq 6 \text{ mm}$

En pratique : dans les situations d'exploitation, la combinaison rare est prépondérante. On est amené à vérifier les situations suivantes :

Pour la fibre supérieure de la poutre

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_2}{B} + \frac{P_2 e_p}{I} v + \frac{M_{\max}}{I} v \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(\text{III} - 10) \\ \frac{P_1}{B} + \frac{P_1 e_p}{I} v + \frac{M_{\min}}{I} v \geq \bar{\sigma}_{\min} \dots\dots\dots(\text{III} - 11) \end{array} \right.$$

Pour la fibre inférieure de la poutre ou les parties tendues

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{B} - \frac{P_2 e_p}{I} y_s - \frac{M_{\max}}{I} y_s \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(1) \\ \frac{P}{B} - \frac{P_1 e_p}{I} y_s - \frac{M_{\min}}{I} y_s \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(2) \end{array} \right.$$

M_{\max} : représente le moment max en situation d'exploitation (en charge)

M_{\min} : représente le moment max en situation d'exécution (à vide)

P_1 et P_2 définis équation (1)

Y_s : la distance du centre du gravité à la section d'enrobage ou la fibre inf (v')

III.7. Dimensionnement des structures

- Comme indiquée antérieurement, le dimensionnement des pièces de précontrainte (de classe II et I) se fait aux E.L.S L'analyse des sections dans ces deux classes suit généralement le même procédé. Les vérifications qui doivent être effectuées dans les autres cas aux ELS et ultimes sont généralement satisfaites. Toutefois, dans un élément de classe II, une petite quantité d'acier additionnelle (H.A) est parfois nécessaire pour satisfaire ELU (plus économique).

- Classes III, qui est considéré comme précontrainte partielle, représente une forme de construction entre béton armé et béton précontraint. Les justifications aux ELU sont souvent déterminantes pour les dimensionnements des ouvrages dans ce cas. Donc, l'étude des sections ou ouvrages de classe III, doit commencer par les justifications aux ELU (même chose que béton armé) suivis de dimensionnement de la précontrainte (ELS). Pour l'objective de ce cours uniquement les ouvrages de classe I et II sont considérées.

III.7.1. Rendement et noyau limite de la section

Le rendement d'une section est un paramètre qui caractérise la bonne disposition de la matière par rapport à la sollicitation. Schématiquement une section à bon rendement est telle que pour une surface B de matière on réalise une inertie I maximal

$$i^2 = \frac{I}{B}, \text{ rayon de giration } i \dots\dots\dots(\text{III} - 14)$$

$$\rho = \text{rendement} = \frac{I}{BVV'} = \frac{i^2}{VV'} \dots\dots\dots(\text{III} - 15)$$

$$h = v + v'$$

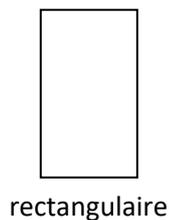
Le rendement ρ est compris entre 0 et 1 (cas idéal)

$\rho \leq 0.45 \rightarrow$ section massive

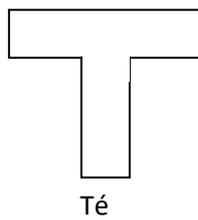
$\rho \geq 0.55 \rightarrow$ section élancée

$\rho = 0.5 \rightarrow$ section massive

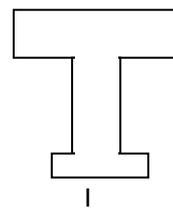
Section :



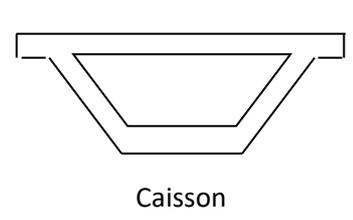
$$\rho = \frac{1}{3}$$



$$\rho \approx 0.4$$



$$\rho \approx 0.5$$



$$\rho = 0.6$$

Dans le cas usuel pour les pièces fléchies, l'effort normal dû aux charges externes est nul. Donc le torseur sollicitent une section droite au niveau de centre de gravité est définie par (P, ep, M).

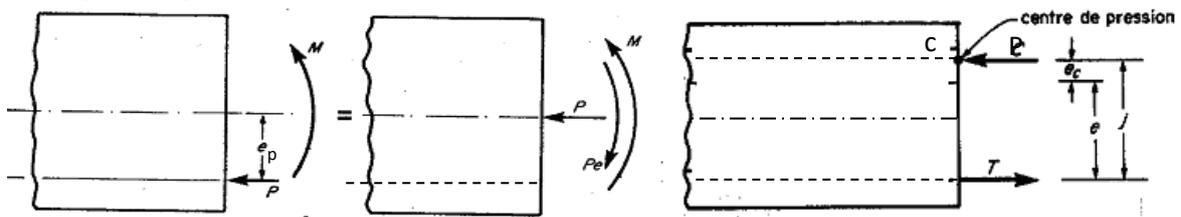


Fig. 3.5

Le centre de pression est le point de la section tel que le moment de ce torseur est nul

$$P \cdot e_c = M + P \cdot e_p \rightarrow e_c = e_p + \frac{M}{P} \dots\dots\dots(\text{III} - 16)$$

(il faut utiliser la convention de signe ici $e_p < 0$)

- Le centre de pression varie le long de la poutre (M,P,e p varient)
- Pour le 1^{er} cas de chargement (à vide) le centre de pression de la plupart des cas est au dessous du centre de gravité ($M < P \cdot e_p$) par contre pour le 2^{ème} cas extrême le centre de pression est dans la plupart des cas au dessus du centre de gravité.
- Le lieu du centre de pression des sections d'une poutre (pour un chargement donnée) s'appelle ligne de pression.
- La contrainte à n'importe quelle section de la poutre et à n'importe quel point de la section, sous la charge de service est donnée par :

$$\sigma(y) = \frac{P}{B} + \frac{P e_c}{I} y \dots\dots\dots(\text{III} - 17)$$

- Le noyau central est le domaine à l'intérieur duquel peut se déplacer le centre de pression sans qu'il y'ait de traction dans la section considérée. Ceci se traduit en utilisant l'équation (III - 17) pour les fibres supérieures et inférieures respectivement par :

$$\begin{aligned} \sigma(v) &= \frac{P}{B} + \frac{P e_c}{I} v \geq 0 \\ \sigma(v') &= \frac{P}{B} - \frac{P e_c}{I} v' \geq 0 \end{aligned} \quad \text{en posant} \quad c' = \frac{i^2}{v} \text{ et } c = \frac{i^2}{v'}$$

Cela conduit à l'expression définissant le noyau central :

$$-c \leq e_c \leq c \dots\dots\dots(\text{III} - 18)$$

- Le noyau limite est le domaine à l'intérieur duquel doit se trouver le centre de pression sans que les contraintes limites prescrites $\bar{\sigma}_{\min}$ et $\bar{\sigma}_{\max}$ soient dépassés dans la section.

Pour les fibres extrêmes il faut donc assurer :

$$\bar{\sigma}_{\min} \leq \frac{P}{B} + (P \cdot e_p + M) \frac{V}{I} \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(\text{III} - 19)$$

$$\bar{\sigma}_{\min} \leq \frac{P}{B} - (P \cdot e_p + M) \frac{V'}{I} \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(\text{III} - 20)$$

III.7.2. Dimensionnement de la section du béton :

En raisonnant sur les contraintes extrêmes (fibre supérieure et inférieure), les conditions suivantes doivent être respectées :

Pour la fibre supérieure $\left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{B} + \frac{P \cdot e_p}{I} V + \frac{M_{\max}}{I} V \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(\text{III} - 21) \\ \frac{P}{B} + \frac{P \cdot e_p}{I} V + \frac{M_{\min}}{I} V \geq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(\text{III} - 22) \end{array} \right.$

Pour la fibre inférieure $\left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{B} - \frac{P \cdot e_p}{I} V - \frac{M_{\max}}{I} V \geq \bar{\sigma}_{\min} \dots\dots\dots(\text{III} - 23) \\ \frac{P}{B} - \frac{P \cdot e_p}{I} V' - \frac{M_{\min}}{I} V \leq \bar{\sigma}_{\max} \dots\dots\dots(\text{III} - 24) \end{array} \right.$

Les règles du BPEL (équations (III – 10) ... (III- 13)) ne peuvent pas être utilisés directement car elles sont impraticables de ce cas. La meilleure manière est de dimensionner la pièce en utilisant les contraintes des fibres extrêmes et une seule force de précontrainte, puis la section et la force de précontrainte déterminée vont être ajustées pour satisfaire les règles du BPEL.

Equations III – 21, III - 22 $\rightarrow \frac{I}{V} \geq \frac{(M_{\max} - M_{\min})}{(\bar{\sigma}_{\max} - \bar{\sigma}_{\min})} \dots\dots\dots(\text{III}-25)$

Equations III – 23, III - 24 $\rightarrow \frac{I}{V'} \geq \frac{(M_{\max} - M_{\min})}{(\bar{\sigma}_{\max} - \bar{\sigma}_{\min})} \dots\dots\dots(\text{III} - 26)$

Les deux équations données ci-dessus représentent le minimum que la section du béton doit respecter pour qu'une force de précontrainte et une excentricité de précontrainte existent qui vont satisfaire les conditions limites des contraintes.

$$\frac{I}{\sup(V, V')} \geq \frac{M_v}{\bar{\sigma}_{\max} - \bar{\sigma}_{\min}}, \dots\dots\dots(\text{III} - 27)$$

M_v = moment de variation tel que $M_v = M_{\max} - M_{\min}$

En pratique, pour les poutres leur forme va définir d'avance leurs rendement maximal L'espace et la portée vont généralement fixer la hauteur.

Les dispositions constructives vont fixer l'épaisseur de l'âme. Ce qui reste dans la plupart des cas est une inconnue (largeur de la table, talon) qui va être déterminée à partir de l'équation (III - 27). En béton précontraint les limites de hauteur par rapport portée acceptable ne peuvent pas être catégories simplement comme le cas du béton armé Dans l'absence des autres critères, les valeurs données ci-dessus peuvent être utilisés comme approximation, pour un avant projet :

- Il faut augmenter la valeur de $\frac{I}{V}$ (fascicule - 24) par (20 à 50%) par la poutre rectangulaire et 10 à 40% pour les poutres en T.
- Pour les éléments de post-tension

Si la travée ou portée $L \leq 36 \text{ m} : h = \frac{L}{25} + 0.1 \text{ m}$

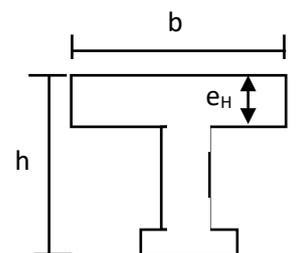
$L \geq 36 \text{ m} : h = \frac{L}{20} \text{ m}$

- Pour les poutres des ponts :

a) travée simple \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{pont dalles } (L \leq 20 \text{ m}), \frac{L}{30} \leq h \leq \frac{L}{25} \\ \text{pont à poutres } (L > 20 \text{ m}), \frac{L}{20} - 0.2 < h < \frac{L}{20} + 0.5 \end{array} \right.$

b) travée continue \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{pont dalles } h = \frac{L}{33} \\ \text{pont à poutres } \frac{L}{25} < h < \frac{L}{20} \end{array} \right.$

c) Epaisseur d'âme



$0.5h \leq b \leq 0.75h$

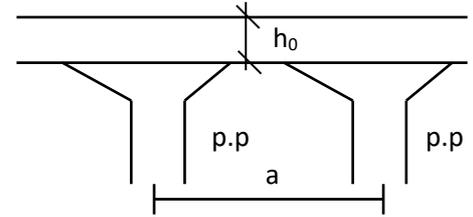
$e_H = 20 \div 30 \text{ cm}$

Comme valeur moyenne $\rightarrow b_0 = 20 \text{ cm}$

Valeur minimale au milieu de la poutre $b_0 = 9 \text{ cm} + \frac{h}{40} (\text{ cm})$

d) Espacement des poutres $2.57 \text{ m} \leq a \leq 3.0 \text{ m}$

e) L'épaisseur du hourdis $h_0 = \frac{a}{16}$, (en générale $h_0 = 18 \text{ cm}$)



- Section, brute et nette

$$B_n = 95\% B_b, \quad I_n = 90\% I_b, \quad S_{\Delta_{nette}} = 0.92 S_{\Delta_{brute}}$$

- Pour estimer le poids propre d'une poutre du pont :

$$q = \rho_b (0.13 - 0.002L) \frac{BL}{4.5\eta} \left\{ \begin{array}{l} \rho_b = \text{densité du béton KN/m}^3 \\ L = \text{portée maximale (m)} \\ B = \text{largeur totale du pont (m)} \\ \eta = \text{Nbre des poutres dans le pont} \end{array} \right.$$

III.7.3. Dimensionnement de la précontrainte :

Les irrégularités 1-7 sont utilisées pour définir la force de précontrainte nécessaire :

$$(III-21) + (III-23) \rightarrow M_v = (M_{\max} - M_{\min}) \leq \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right) \frac{B\sigma_{\max} - P}{B} \dots\dots(III - 28)$$

$$(III-22) + (III-24) \rightarrow M_v = (M_{\max} - M_{\min}) \leq \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right) \frac{P - B\sigma_{\max}}{B} \dots\dots(III - 29)$$

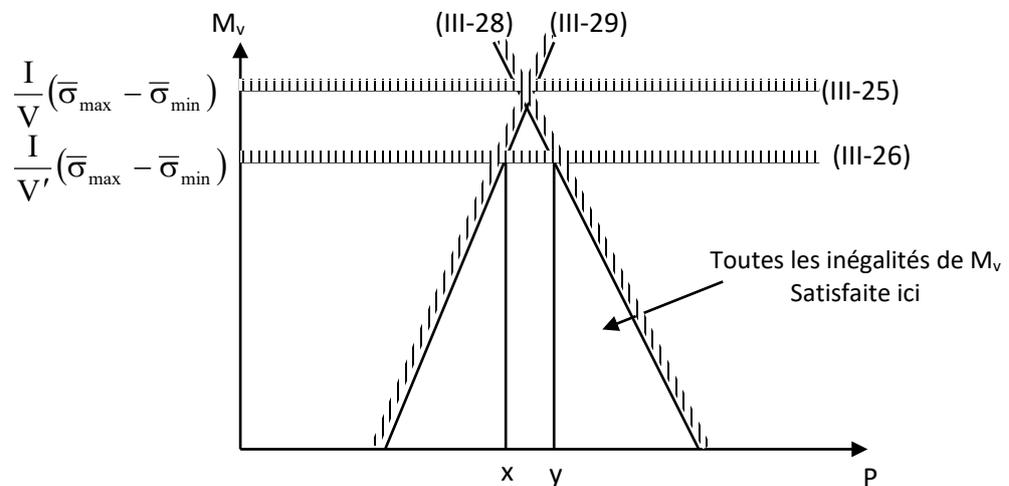
Pour trouver ces équations il faut remplacer dans (III-21) la valeur de P trouvée dans (III-24)

Pour trouver ces équations il faut remplacer dans (III-22) la valeur de P trouvée dans (III-23)

Donc si P et M_v sont considérés comme variable, les équations (III-28) et (III-29) sont de a forme

$M_v \leq \alpha P + \beta$ où α et β sont des constantes. Ces deux expressions représentent donc des limites linéaires et comme le signe de P dans la 2^{ème} formule est opposé, une représente une limite supérieure et l'autre limite inférieure (voir figure).

- Si la section est symétrique (III-25) et (III - 26) coïncident et passant par l'intersection dans (III - 28) et (III - 29)
- Il faut choisir une force de précontrainte qui se trouve dans les limites sus citées
- On peut montrer qu'il n'y avait aucun avantage dans la capacité du moment de variation (M_v) de l'élément en choisissant une force (M_v) de l'élément en choisissant une forme de précontrainte $> X$
- Dans le cas illustré dans la figure $V' > V$ (majorité des cas)



$$X = \frac{\sigma_{\max} \frac{I}{V'} + \sigma_{\min} \frac{I}{V}}{\frac{1}{B} \left(\frac{I}{V'} + \frac{I}{V} \right)} \dots\dots\dots(III - 30)$$

$$Y = \frac{\sigma_{\max} \frac{I}{V} + \sigma_{\min} \frac{I}{V'}}{\frac{1}{B} \left(\frac{I}{V'} + \frac{I}{V} \right)} \dots\dots\dots(III - 31)$$

Si $V' < V$ les valeurs de x et y sont inter changées

La valeur minimale de la force de précontrainte pour un moment de variation donné est donnée par (9) (satisfaire $\bar{\sigma}_{\min}$). Cette équation est peut être exprimé dans la forme

$$P \geq \frac{Mv}{\left(\frac{I}{V'} + \frac{I}{V}\right) \frac{1}{B}} + B\sigma_{\min}$$

ou
$$P \geq \frac{Mv + \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'}\right)\sigma_{\min}}{\frac{1}{B}\left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'}\right)} \dots\dots\dots(\text{III} - 32)$$

Malgré que plusieurs valeurs de précontrainte sont admissible, l'équation précédente ne tient pas compte des limites pratiques imposées sur l'excentricité de précontrainte.

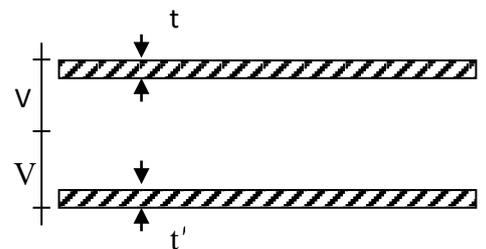
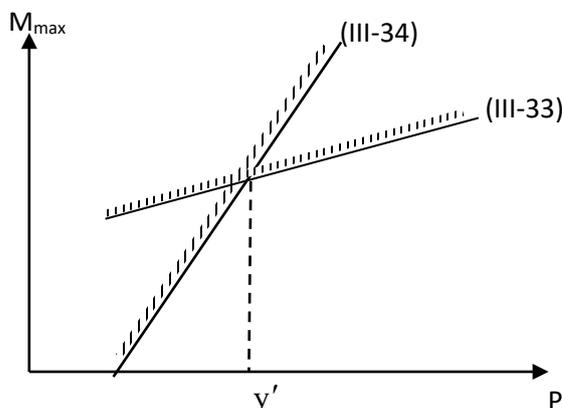
A chaque valeur de précontrainte il faut associer une excentricité. Donc, il est nécessaire de considérer l'effet de limitation de l'excentricité. Cette effet sera critique lorsqu'on considère M_{\max} (moment max) agissant sur la section c-a-d inégalités (III-21) et (III-23)

Si on introduit dans l'équation (III-21) la valeur de l'excentricité e_{\max} ((délimité par l'enrobage) $e_{\max} = -V'+$), cette équation devient :

$$M_{\max} \leq \sigma_{\max} \frac{I}{V} - P\left(\frac{I}{BV} + e_{\max}\right) \dots\dots\dots(\text{III} - 33)$$

de la même manière l'équation (III-23) devient :

$$M_{\max} \leq P\left(\frac{I}{V'B} - e_{\max}\right) - \sigma_{\min} \frac{I}{V'} \dots\dots\dots(\text{III} - 34)$$



Ces deux équations représentent la variation de P avec M_{\max} (dans la plupart des cas $\left(\frac{I}{BV} + e_{\max}\right) < 0$ car $e_{\max} < 0$)

Les deux équations ont une pente positive mais différente

- La figure opposée montre clairement que : utilisant une force de précontrainte en excès de V' va uniquement engendrer une petite augmentation de la capacité portante M_{\max}

- La valeur de Y' est l'intersection dans (III-33 et (III-34)

$$P = \frac{\sigma_{\max} \frac{I}{V} + \sigma_{\min} \frac{I}{V'}}{\frac{I}{B} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right)} \dots\dots\dots(III - 35)$$

La valeur de P est donnée par (III – 35) et la même que la valeur de Y équation (III – 22) donc on peut considérer que P donnée par (III – 35) est la valeur de contrainte économique maximale.

L'équation (III – 34) offre une autre limite inférieure à P

$$P \geq \frac{M_{\max} + \bar{\sigma}_{\min} \frac{I}{V'}}{\left(\frac{I}{V'B} - e_{\max} \right)} \dots\dots\dots(III - 36)$$

En pratique, il faut choisir la force de précontrainte pour satisfaire les deux limites inférieures qui sont basé sur :

- Le moment de variation Mv → équation (III - 32)
- L'excentricité maximale admissible e_{\max} et le moment max M_{\max} → équation (III - 36)
- La force de précontrainte ne doit jamais excéder la valeur économique maximale donnée par (III - 35).

Dans le cas des poutres simplement appuyées, la force de précontrainte est généralement donnée par la valeur minimale qui satisfait les critères ci-dessus dans la section critique. Si le critère de moment de variation est prédominant l'élément est dit sous –critique, par contre si le critère de M_{\max} et e_{\max} est déterminant l'élément est dit sur critique.

La dernière catégorie est généralement prédominante dans les poutres à travées longues.

Dans le cadre du BPEL, la valeur de P est représentée aux ELS par deux valeurs

$$P_1 = 1.02P_0 - 0.8\Delta P \quad \text{et} \quad P_2 = 0.98P_0 - 1.2\Delta P$$

Il est convenable dans ce cas d'évaluer P_0 directement si on connaît les pertes

- à la mise en tension : $P_1 = 1.02P_0 - 0.8\Delta P = K_1P_0$
- en exploitation : $P_2 = 0.98P_0 - 1.2\Delta P = K_2P_0$

Tableau 3.2

Situation	Post-tension Câble courts ≤ 30 m	Pré-tension sans Traitement thermique	Post-tension Câble ≥50 m	Pré-tension avec traitement thermique
K ₁	0.94	0.94	0.90	0.90
K ₂	0.68	0.74	0.68	0.68

Donc $P_0 = \frac{P}{0.68}$, P déterminé à partir des équations précédentes

III.7.4. Fuseaux limites et tracé des câbles

Le noyau limite exprimé la condition qui doit respecter le centre de pression pour que les contraintes limites soient respecté dans une section particulière de la poutre. Ce domaine étendu à l'ensemble de la poutre est appelé fuseau limite.

Ayant déterminer P il faut maintenant trouvez l'excentricité de cette force dans la section critique et le long de la poutre. Dans les équations (III-21), (III-24) la seule inconnu est maintenant e_p . Ces quatre équations vont donner les quatre limites de e_p (deux supérieurs et deux inférieurs) qui doivent être satisfaite le long de tous élément.

$$e_p \leq \left[\frac{\bar{\sigma}_{\max}}{P} \frac{I}{V} - \frac{I}{VB} \right] - \frac{M_{\max}}{P} \dots\dots\dots(III - 37)$$

$$e_p \leq \left[\frac{I}{V'B} - \frac{\bar{\sigma}_{\min}}{P} \frac{I}{V'} \right] - \frac{M_{\max}}{P} \dots\dots\dots(III - 38)$$

$$e_p \geq \left[\frac{\bar{\sigma}_{\min}}{P} \frac{I}{V} - \frac{I}{VB} \right] - \frac{M_{\min}}{P} \dots\dots\dots(III - 39)$$

$$e_p \geq \left[\frac{I}{V'B} - \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{P} \frac{I}{V'} \right] - \frac{M_{\min}}{P} \dots\dots\dots(III - 40)$$

En pratique malgré qu'on peut évaluer ces expressions, généralement ces équations (III- 39) et III - 38) sont déterminantes si M_{\max} et M_{\min} sont les deux positives.

Pour un élément ayant une section constante, et si les chargent de précontrainte le long de la poutre sont négligeable, les termes entre parenthèses dans les équations (III – 36) , (III – 40) sont constante. Donc la zone ou le câble équivalent doit être déterminé par la forme de moment fléchissant (parabolique par charge uniformément réparties)

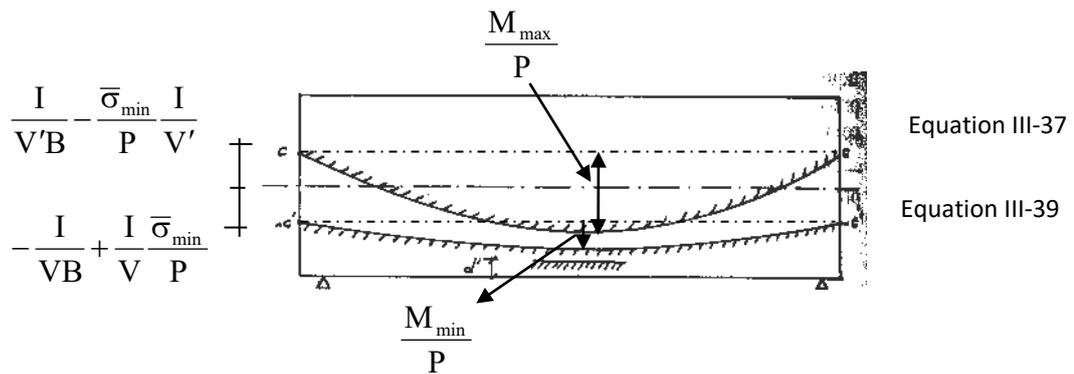


Fig. 3.6

Dans la section critique la zone des câbles et généralement étroites et se réduit à 0 si la force de précontrainte est prise comme étant le minimum déterminé par le moment de variation (équation III-32). Pour des sections qui sont au delà de la section critique la zone des câbles devient large car le moment sollicitant la pièce diminue et la force de précontrainte fournie est supérieure au minimum nécessaire.

Si la force de précontrainte est déterminé à partir de (III - 32), M_v section sous critique, l'excentricité nécessaire est donnée par équation (III - 39 et III - 40) on prend la plus grande.

Si par contre la force de précontrainte est déterminé à partir de (III - 37) M_{max} section sur critique l'excentricité nécessaire est donnée par (III - 37) et (III - 38). Mais ces équations ne sont pas déterminantes car ($ep \leq$ valeur). Donc dans ce cas ep est limité par e_{max} .

$$ep = -V't' \dots\dots\dots(III - 41)$$

III.7.4.1 Largeur de la zone du câble

La largeur du faisceau $L(x)$ à une section n de la poutre est obtenue par :

(III - 38), (III - 39)

$$L(x) = \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right) \left[\frac{1}{A} - \frac{\bar{\sigma}_{min}}{P} \right] - \frac{M_{max}(x) - M_{min}(x)}{P}$$

Voir équation (III - 32)

$$\frac{M_v^{calculé}}{P} \text{ dans la section critique} \quad , \quad \frac{M_v^{actuel}}{P} \text{ dans la section } x$$

$$L(x) = \frac{M_{v \text{ calcul}}}{P} - \frac{M_v}{P} \dots\dots\dots(\text{III} - 42)$$

Si x est celui de la section critique $M_{v \text{ max}} = M_{v \text{ actuel}} \rightarrow L(x) = 0$

Donc pour avoir une largeur de faisceau L_c dans la section il faut augmenter M_v , l'augmentation de M_v est obtenue à partir de (III -42)

$$M_v^{\text{calcul}} = P_1 L_c + M_v^{\text{actuel}} \dots\dots\dots(\text{III} - 43)$$

Donc l'expression pour la force de précontrainte et changée à :

$$P \geq \frac{M_v^{\text{actuel}} + PL_c + \bar{\sigma}_{\min} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right)}{\frac{1}{B} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right)}$$

$$\rightarrow P \geq \frac{\left(M_v^{\text{actuel}} \right) + \bar{\sigma}_{\min} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right)}{\frac{1}{B} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right) - L_c} \dots\dots\dots(\text{III} - 44)$$

III.8. Ferrailage passif longitudinal

Deux sortes d'armatures passives sont à prévoir dans les ouvrages précontraints :

III.8.1. Armatures longitudinale de peau :

- Essentiellement destinés à limiter les fissurations prématurées susceptibles de se produire avant mise en précontrainte sous l'action des phénomènes tels que retrait différentiel et gradient thermique.
- Sont répartis et disposés sur toute la périphérie des pièces prismatique (caisson)
- La section de ces armatures parallèle à la fibre moyenne doit être au moins 3 cm² par mètre de longueur de parement mesuré perpendiculairement à la fibre moyenne. Sans pouvoir être inférieur à 0.10% de la section du béton (en pratique 1Ø10 tous les 25 cm).
- Il est loisible de compter comme armature de peau les armatures prétendues (pré-tension) voisines d'une parement.

III.8.2. Armatures longitudinales dans les zones tendus

- Comme la règle de non fragilité du béton armé. Très important particulièrement en class II
- Dans les parties de section où le béton est tendu, la section d'armatures de peau est augmentée de manière à représenter au minimum

$$A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{Bt}}{f_c} \frac{f_{tj}}{\sigma_{bt}} \dots\dots\dots(III - 45)$$

III.9. Justification des contraintes tangentielles

Les contraintes normales et tangentielles sont évaluées par le biais des expressions suivantes :

$$\sigma(y) = \frac{P}{B} + (P \cdot ep + M) \frac{Y}{I}$$

$$\tau = \frac{V_{red} \cdot S}{I \cdot b_n} \dots\dots\dots(III - 46)$$

S le moment statique de la portée supérieure de la section / axe neutre

$$b_n = b_0 - mk\varnothing$$

k = 0 en pré-tension

k = 0.5 en post-tension

k = 1 dans les autres cas

m : nombre de gaine le même lit

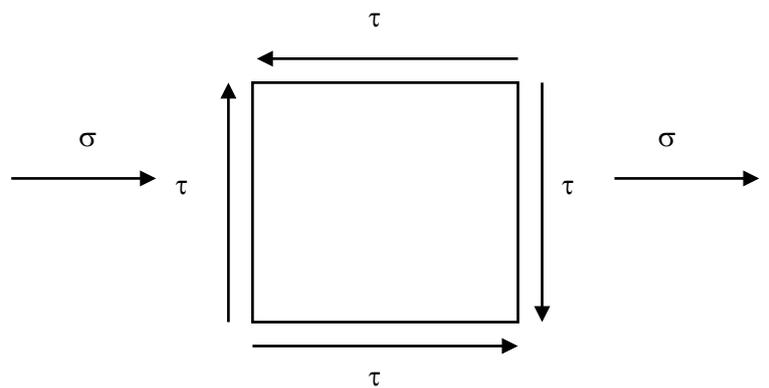


Fig. 3.7

Pour une section x ,l'effort tranchant $V_{red}(x) = V(x) - P(x)\sin\alpha(x) \dots\dots\dots(III-47)$

τ_{red} est généralement calculé au niveau de l'axe neutre car c'est le niveau qu'on peut avoir

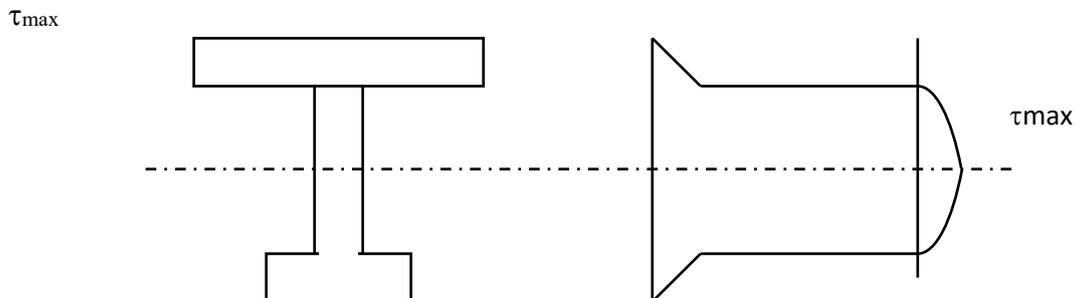


Fig. 3.8 contrainte de cisaillement

Pour la vérification des contraintes tangentielles il faut que :

$$\tau \leq^2 0.4f_{tj}(f_{tj} + \sigma) \quad \text{si} \quad \sigma(0) \leq 0.4f_{c_j} \dots\dots\dots(III - 48)$$

$$\tau^2 \leq \frac{2f_{tj}}{f_{cj}} (0.6f_{cj} - \sigma)(f_{tj} + \sigma) \quad \text{si} \quad \sigma(0) \geq 0.4f_{cj} \dots\dots\dots(\text{III} - 49)$$

$$\tau^2 \leq 0.4f_{tj}^2 \quad \text{si} \quad \sigma(0) < 0 \text{ traction} \dots\dots\dots(\text{III} - 50)$$

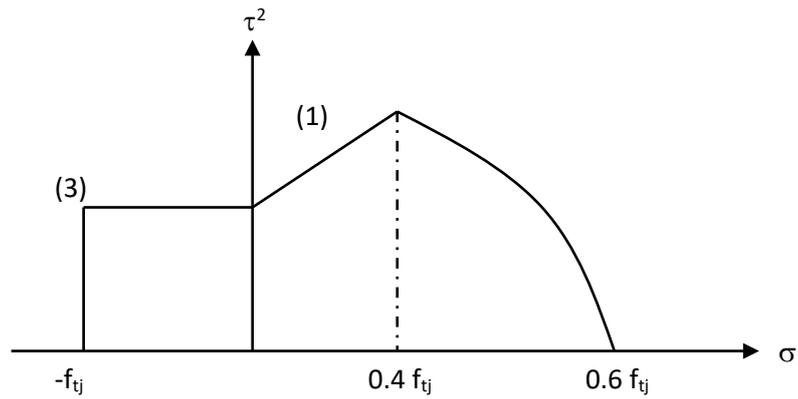


Fig. 3.9 critère de rupture

Chapitre IV : Justifications à l'état limite ultime des sections soumises à la flexion

Chapitre IV : Justifications à l'état limite ultime des sections soumises à la flexion

IV.1. Introduction

Ils correspondent à l'atteinte de la capacité portante et toute nouvelle charge entraîne l'un des phénomènes suivant :

- Perte d'équilibre statique d'une partie ou de l'ensemble de la structure.
- Rupture de sections critiques ou déformations excessive,
- Transformation de la structure en mécanisme
- Instabilité par frottement, voilement ou déversement
- Fatigue

Pour des matériaux et une structure définis, ils constituent des bornes physiques.

IV.2. Hypothèses de calcul :

Les matériaux béton et acier ne subissent aucun glissement relatif (sauf dans les cas de non injection, ou d'injection des câbles huilés).

- Les sections droites restent planes
- Le diagramme de déformations d'une section correspondant à l'atteinte de l'état limite ultime, respecte la règle des trois (3) pivot.

Règle des trois pivots :

Un état limite est caractérisé par le fait que le diagramme des déformations dans une section appartient à l'un des domaines définis par la fig. (4 - 1).

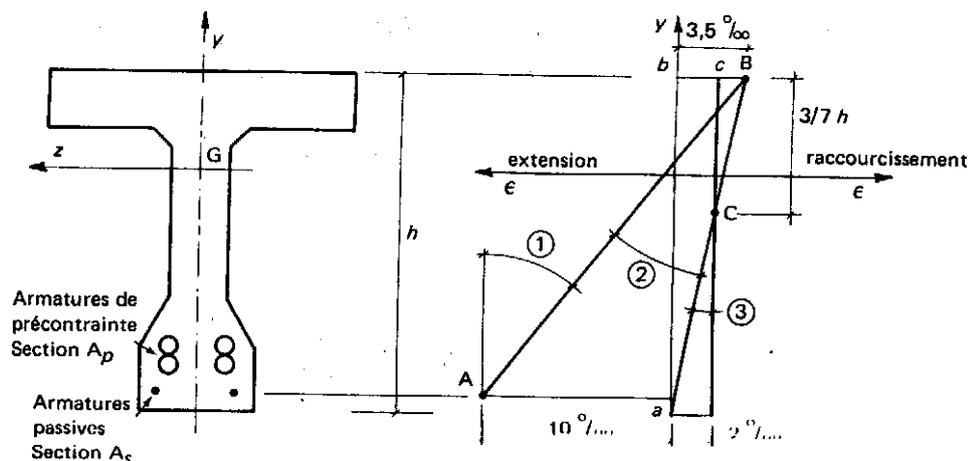


Fig. 4 - 1 : Règles de trois pivots

IV.3. Passage du diagramme de déformations à celui des contraintes :

Le problème qui se pose est de déduire du diagramme des déformations la valeur des contraintes dans la hauteur de la section pour l'ensemble des matériaux.

Nous devons notamment trouver une solution aux deux points suivants :

- La détermination de l'évolution des contraintes dans le béton pour la partie de la section qui est comprimée.
- La détermination de la contrainte dans les armatures de précontrainte qui doivent supporter non seulement la tension de service mais également une surtension créée par l'atteinte de l'état limite ultime.

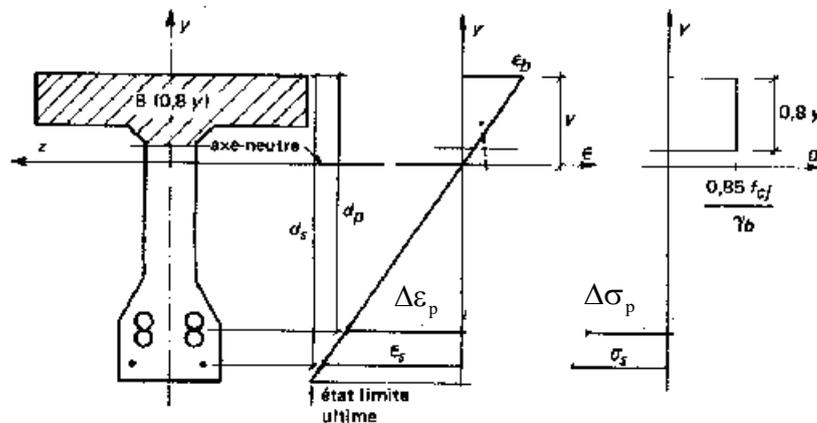


Fig. 4 – 2 : Diagramme des déformation et des contraintes à l'ELU
Dans le cas d'une section non totalement comprimée

IV.3.1. Contraintes dans le béton :

Dans tous les cas on peut utiliser le diagramme parabole-rectangle (fig. 4 – 3) toute fois lorsque la section étudiée n'est pas entièrement comprimée (cas le plus courant), il est loisible d'utiliser une distribution de contrainte rectangulaire (fig. 4 – 2) définie comme suit :

- Sur une distance $0.2y$ à partir de l'axe neutre, la contrainte est nulle.
- Sur la distance $0.8y$ restante, la contrainte vaut $\frac{0.85f_{cj}}{\gamma_b}$ pour les zones comprimées

don la largeur est constante ou croissante vers la fibres les plus comprimées, et $\frac{0.8f_{cj}}{\gamma_b}$

si cette largeur est décroissante.

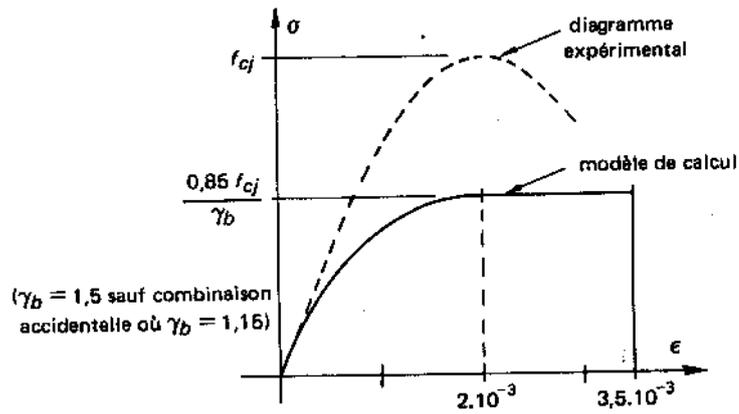
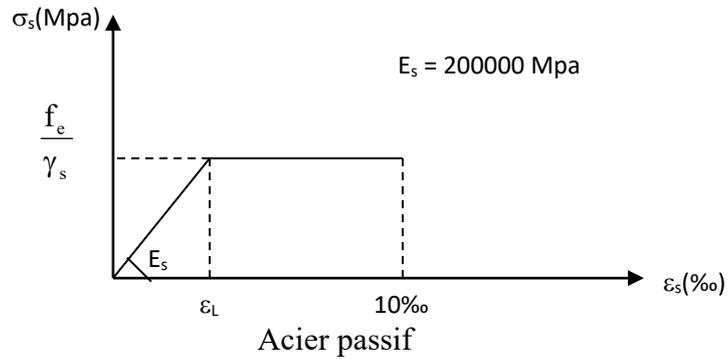


Fig. 4 – 3 : Modèle de comportement du béton en compression dans l'ELU

IV.3.2. Contrainte dans l'acier :

$E_s = 200000 \text{ Mpa}$



$$\sigma_p \geq 0.9 f_{pe}$$

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 100 \left(\frac{\sigma_p}{f_{pe}} - 0.9 \right)$$

$$\gamma_p = 1.15$$

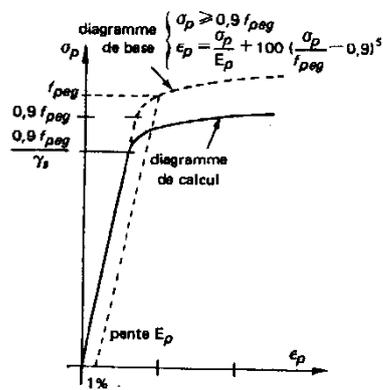


Fig. 4 – 4

$E_p = 2000\ 000\ \text{Mpa}$ pour les fils

$E_p = 190\ 000\ \text{Mpa}$ pour les torons

IV 4. Le moment résistant ultime :

L'équation du moment résistant ultime c'est

$$M_{Ru} = F_b (d_p - 0.4y) + F_s (ds - 0.4y)$$

Il s'agit de déterminer les déformations dans les déformations dans les matériaux constituant la section en utilisant les équations de compatibilité :

$$\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_{bc} \frac{dp - y}{y} = \varepsilon_s \frac{dp - y}{ds - y}, \quad \varepsilon_{p_m} = \frac{P_m}{A_p \cdot E_p}$$

$$\text{d'où } P_m = \frac{K_1 + K_2}{2} P_0 \quad \text{et} \quad P_0 = \sigma_{p_0} \cdot A_p$$

une fois les déformations sont connues, on calcul les contraintes à partir des diagrammes contrainte-déformation des matériaux ($\sigma_p - \varepsilon_p$, $\sigma_s - \varepsilon_s$).

Les forces sont ensuite calculées

$$F_b = B_c f_{bu} \quad \text{avec} \quad f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b} \quad \text{et} \quad B_c = \int_0^{0.8y} b(y) dy$$

$$F_s = A_s \cdot \sigma_s$$

$$F_p = A_p \cdot \sigma_p$$

L'équilibre des forces doit être satisfait

$$F_p + F_s = F_b$$

Si non on refait le calcul avec un autre diagramme de déformation.

IV.5. Justification de la résistance vis-à-vis des sollicitations tangentes :

IV.5.1. Armatures transversales de peau :

La section de ces armatures doit être telle qu'il y ait au moins $2\ \text{cm}^2/\text{m}$ mesuré perpendiculairement à leur direction.

Ceci correspond à environ trois armatures de $\varnothing 10\ (\text{mm})$ ou 2 armatures de $\varnothing 12(\text{mm})$ par mètre de parement du périmètre. Leur répartition doit être adaptée à la dimension des éléments et il est loisible de ne pas disposer d'armatures transversales de peau pour les pièces dont la plus grande dimension transversale n'excède pas 40 cm.

$$\text{Il faut que : } \frac{A_t}{S_t} > 2\ \text{cm}^2/\text{m}$$

IV.5.2. Minimum d'armatures transversales :

Les armatures passives sont caractérisées, pour un cours d'armatures par leur section A_t (incluant les armatures de peau) et leur espacement S_t qui est tel que :

$$S_t \leq \min(1m, 0.8h, 3b_0)$$

b_0 : largeur de l'âme de la poutre

Il est exigé un minimum d'armatures transversales dans une âme de poutre qui, dans le cas courant où elles sont perpendiculaires à la fibre moyenne, est donnée par la condition suivante :

$$\frac{A_t}{b_n S_t} \frac{f_c}{1.15} + \frac{F_{zu}}{b_n \cdot S'_t} \geq 0.6 \text{ Mpa}$$

$$F_{tu} = \frac{f_{pr}}{1.15} A_p$$

$$S'_t \leq 0.8h$$

IV.5.3. Justification des armatures transversales :

Le but de cette justification est de montrer que les armatures transversales sont suffisantes pour assurer la résistance des parties tendues du treillis constitué par les bielles de béton et ces armatures.

Ainsi avec :

$$\tau_{red}(y) = \frac{V_{red_u} \cdot S(y)}{I \cdot b_n(y)}$$

On doit vérifier dans le cadre de l'hypothèse des armatures verticales

$$\tau_{red_u} \leq \bar{\tau}_u = \left(\frac{A_t}{b_n \cdot S_t} \frac{f_c}{1.15} + \frac{F_{tu}}{b_n \cdot S'_t} \right) \cot g\beta + \frac{f_{tj}}{3}$$

β : angle d'inclinaison des bielles de béton par rapport à la fibre moyenne

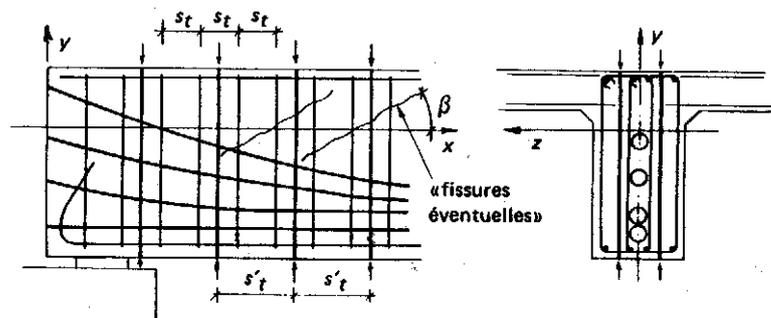


Fig. 4 – 5 : Exemple de disposition des armatures transversales

$$\tau_{2\beta} = \frac{2\tau_{\text{red}u}}{\sigma} \quad , \quad \sigma = \frac{P_m}{B_n} \quad , \quad \beta \geq 30^\circ$$

IV.5.4. Justification des bielles de béton :

Cette condition est traduite, pour éviter tout calcul complémentaire, en une vérification de la contrainte de cisaillement agissant sur les sections droites de l'ouvrage.

Dans le cas courant où les armatures transversales sont perpendiculaires à la fibre moyenne de la poutre, cette condition s'écrit :

$$\tau_{\text{red}\mu} \leq \frac{0.85f_{cj}}{3\gamma_b} \sin 2\beta$$

Pour $\beta : 30^\circ$ ainsi la vérification réglementaire à effectuer est :

$$\tau_{\text{red}\mu} \leq \frac{f_{cj}}{6}$$

Chapitre V : Les pertes

Chapitre V : Les pertes

V.1. Introduction

Les contraintes créées par l'application de la force de précontrainte à une structure sont variables selon les diverses sections et en fonction du temps.

Ces variations qui vont généralement dans le sens d'une réduction des forces sont dénommées pertes de précontrainte.

On les classe en deux familles :

- **Les pertes instantanées** : qui se produisent dans un temps relativement court au moment de la mise en tension et de la mise en précontrainte, et qui résultent de la technologie ou des propriétés des matériaux. Elles sont appelées aussi pertes à la mise en œuvre.
- **Les pertes différées** : qui se produisent pendant un temps plus ou moins long après que la structure ait été précontrainte et qui proviennent de l'évolution dans le temps des caractéristiques des matériaux lorsqu'ils sont soumis à des actions permanentes.

V.2. Pertes instantanées de précontrainte en post-tension :

V.2.1. Perte par frottement :

Elle se produit par frottement du câble sur la gaine lors de la mise en tension de celui-ci dans les zones où il y a contact entre ces éléments c'est-à-dire dans les parties courbées et aux points où le tracé présente des irrégularités.

1. Effet de la courbure d'un câble :

Considérons un tronçon AB de câble de rayon r et d'ouverture angulaire $d\alpha$. Sa longueur est $r d\alpha$ appliquons une force P à chaque extrémité. (fig.5.1)

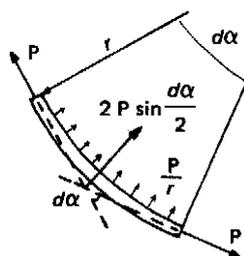


Fig. 5.1 effet de la courbure d'un câble.

Le câble exerce sur le béton une force centripète égale à $2P \sin \frac{d\alpha}{2}$

Donc :

$$2P \sin \frac{d\alpha}{2} \approx P d\alpha$$

Cette force répartie le long de AB à une densité $\frac{P d\alpha}{r d\alpha} = \frac{P}{r}$. Elle est appelée « poussée sur vide » du câble, le béton exerce une force égale et opposée.

2. Frottement :

Considérons le même tronçon de câble AB mis en tension en A avec une force P. Le câble tend à s'allonger mais cet allongement est freiné par le frottement sur la gaine. Soit f le coefficient de frottement (supposé uniforme et constant quelque soit P).

Le béton exerce sur le câble une force centrifuge $\frac{P}{r}$ et une réaction tangente $f \frac{P}{r}$ (fig. 5.2)

En B la force dans le câble a diminué de :

$dP = fP d\alpha$ de même la contrainte a diminué de $d\sigma = f\sigma d\alpha$

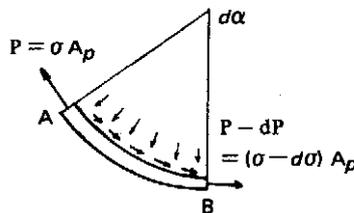


Fig. 5.2 : frottement en courbe

La solution de $d\sigma - f\sigma d\alpha = 0$ est $\sigma = \sigma e^{-fd\alpha}$

3. Déviations parasites :

Le tracé théorique d'un câble ne peut pas être parfaitement réalisé (la gaine est soutenue ponctuellement). Le tracé réel présente toujours des déviations parasites.

On admet que ces déviations sont équivalentes à une déviation régulière

$\alpha d = 3/4$ de degré par mètre

On pose : $\varphi = f \cdot \alpha \cdot d$

φ : le coefficient de perte au mètre linéaire

4. Expression de la tension le long du câble :

Pour le tracé la figure 5.3 les contraintes en B et M sont donc respectivement :

$$\sigma_B = \sigma_A e^{-f\alpha - \phi l_{AB}}$$

$$\sigma_M = \sigma_A e^{-f\alpha - \phi l_{AM}}$$



Fig. 5.3 : Tracé d'un câble

La tension en tout point est donnée par l'expression

$$\sigma_{p_0}(x) = \sigma_{p_0} e^{-f\alpha(x) - \phi x} \dots\dots\dots (V - 1)$$

avec :

$\alpha(x)$: somme vectorielle des déviations verticales et horizontales comptées en valeur absolue entre l'origine et la section étudiée.

f : coefficient de frottement en courbe (en rd^{-1})

x : longueur du câble entre l'origine et la section étudiée

$\sigma_{p_0} = \sigma_{p_0}(0)$ tension à l'ancrage.

Cette formule a été établie en considérant un tracé plan. Elle reste valable pour des tracés dans l'espace. La figure 5.4 représente le cas d'une poutre à talon : en M

$$\sigma_M = \sigma_A e^{-f(\alpha_1 + 2\beta_1) - \phi l_{AM}}$$

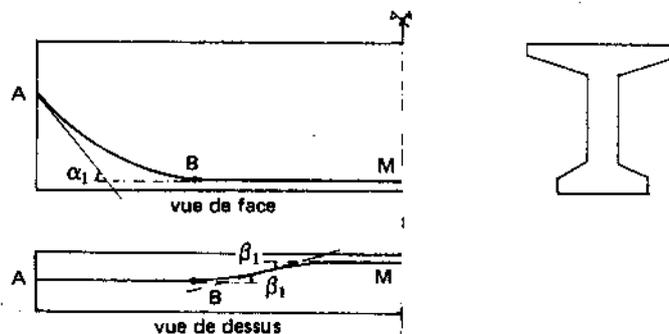


Fig. 5.4 : Tracé d'un câble d'une poutre en I

V.2.2. Perte au blocage de l'ancrage dite par rentrée d'ancrage :

1) Expression théorique :

Après mise en tension on vient bloquer les ancrages. Le jeu existant dans l'ancrage permet un léger glissement avant blocage définitif. Ce léger glissement et la déformation propre des pièces d'ancrage lorsque l'effort appliqué par le vérin leur est transféré entraînant un raccourcissement du câble donc une perte de tension. Dans ce déplacement le câble vient frotter à nouveau sur la gaine, le tracé du câble étant constant, le frottement entre l'ancrage et le point jusqu'en se fait sentir cette rentrée d'ancrage est le même que celui qui s'était produit entre ces points lors de la mise en tension.

Ceci veut dire que le diagramme des tensions après rentrée d'ancrage est symétrique entre ces points de celui que l'on avait avant blocage de l'ancrage. (fig. 5.5).

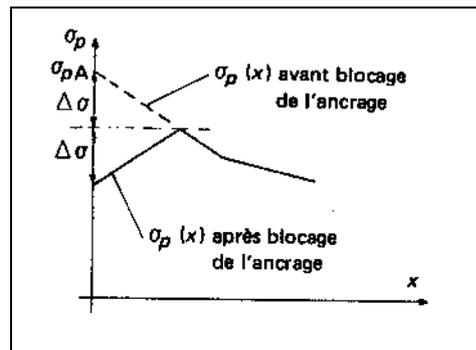
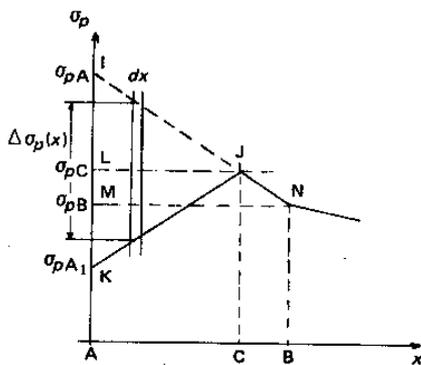


Fig. 5.5 : Effet de blocage de l'ancrage

Fig. 5.6 : diagramme de tension

Soit C le point jusqu'ou se fait sentir cette rentrée d'ancrage. Considérons un élément de câble de longueur dx il y a subi une variation de contrainte

$\delta\sigma_p(x)$, donc un raccourcissement δdx . La contrainte appliquée étant dans le domaine élastique du câble on peut écrire :

$$\frac{\delta dx}{dx} = \frac{\delta\sigma_p(x)}{E_p}$$

Le raccourcissement total entre A et C est :

$$\int_A^C \delta dx = \int_A^C \frac{\delta\sigma_p(x)}{E_p} dx \dots\dots\dots V. 2$$

or ce raccourcissement du câble doit être à la rentrée d'ancrage en A, valeur qui est connue expérimentalement et qui est un des paramètres du système d'ancrage. Cette valeur est notée conventionnellement g donc :

$$g = \frac{1}{E_p} \int_A^C \delta\sigma_p(x) dx$$

Sur la Fig. 5.6, on voit que la valeur de cette intégrale est égale à la surface du triangle Ijk

$$gE_p = \text{aire de triangle Ijk} = \frac{\sigma_{pa} - \sigma_{pA1}}{2} l_g$$

l_g étant la distance de A à C

D'autre part nous avons deux triangles semblables IJL et INM qui nous donnent la relation

$$\frac{\sigma_{pA} - \sigma_{A1}}{2l_g} = \frac{\sigma_{pA} - \sigma_{PB}}{l_{AB}}$$

Donc :

$$gE_p = l_g^2 \frac{\sigma_{pA} - \sigma_{PB}}{l_{AB}}$$

La position du point C est donc $l_g = \sqrt{\frac{gE_p \cdot l_{AB}}{\sigma_{pA} - \sigma_{PB}}} \dots\dots\dots V.3$

En déduit alors :

$$\sigma_{pA1} = \sigma_{pA} - 2 \frac{l_g}{l_{AB}} (\sigma_{pA} - \sigma_{PB})$$

$$\sigma_{pC} = \sigma_{pA} - \frac{l_g}{l_{AB}} (\sigma_{pA} - \sigma_{PB})$$

V.2.3. Perte par déformations instantanées du béton :

1) Perte de tension dans les câbles par raccourcissement instantané du béton lors de leur mise en tension :

Lorsque l'on met en tension le premier câble d'une pièce, le béton se raccourcit. Mais la tension est appliquée jusqu'à la valeur requise de la pression ou vérin, n'y a donc pas de perte, simplement un sur allongement apparent du câble égal ou raccourcissement du béton. Lorsque l'on met en tension un second câble, le premier ayant été bloqué dans son ancrage, il se produit un nouveau raccourcissement du béton qui entraîne une perte de tension dans le premier câble.

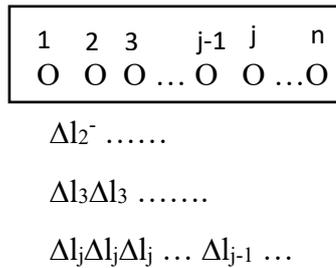


Fig. 5.7 : raccourcissement des câbles

Considérons une dalle mise en précontrainte par n câbles.

La mise en tension du i^{ème} câble entraîne un raccourcissement Δl des i-1 précédents par conséquent le raccourcissement total des câbles est $\frac{(n-1)n}{2} \Delta l$

Le raccourcissement moyen est donc $\frac{n-1}{2} \Delta l$; qui se traduit par une perte de tension $\Delta \sigma_{pi}$ en moyenne par câble. On est dans le domaine élastique donc :

$$\frac{\Delta \sigma_{pi}}{E_p} = \frac{n-1}{2} \Delta l$$

Δl est le raccourcissement du béton provoqué par la mise en tension d'un câble $\Delta l = \frac{\sigma_b}{n E_{bi}}$,

σ_b étant la contrainte dans le béton provoquée par l'effet des n câbles qui mettent en jeu le poids propre. Cette contrainte doit être calculée au niveau du câble moyen.

La perte moyenne par câble est donc : $\Delta \sigma_{pi}(x) = \frac{n-1}{2n} E_p \frac{\sigma_b(x)}{E_{bi}} \dots \dots \dots (V. 4)$

2) Variation de tension dans les câbles par déformation instantanée du béton sous l'effet d'une action permanente :

Ici nous ne pouvons pas uniquement parler de perte car la déformation du béton peut être provoqué par une diminution de la compression (c'est le cas par exemple du bétonnage d'un hourdis sur une poutre préfabriquée) qui se traduit par un allongement du câble, c'est une surtension.

Si l'action permanente n'est pas une précontrainte les câbles tendus avant application de cette action subissent la totalité de la déformation, donc égalité des déformations acier béton on a :

$$\Delta\sigma_{pi}(x) = E_p \frac{\Delta\sigma_b(x)}{E_{bi}} \dots\dots\dots(V.5)$$

V.2.4. La perte instantanée totale :

Les pertes que nous venons de voir se produisent les unes à la suite des autres. Elles se cumulent donc la perte instantanée totale, désignée aussi dans le BPEL par perte à la mise en œuvre se note $\Delta\sigma_i(x)$

$$\Delta\sigma_i(x) = \Delta\sigma\phi(x) + \Delta\sigma g(x) + \Delta\sigma_{pi}(x)$$

La tension initiale probable dans les câbles qui se note $\sigma_{pi}(x)$ vaut donc

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_i(x) \dots\dots\dots(V.6)$$

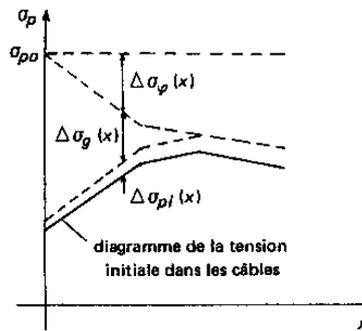


Fig. 5.8

Diagramme de tension après pertes instantanées

V.3. Les pertes différées de précontrainte en post-tension :

V.3.1. Perte de tension due au retrait du béton :

Le retrait se développe dès le durcissement du béton alors que les câbles ne sont tendus que lorsque celui-ci a obtenu la résistance nécessaire. Dans les câbles ancrés sur le béton ne subissent qu'une partie du raccourcissement total ϵ_r .

La loi d'évolution du retrait permet de déterminer le raccourcissement dû à cette partie de ϵ_r en connaissant l'âge t_0 du béton à la mise en tension.

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_{b(t_0, \infty)} = \epsilon_r [1 - r(t_0)]$$

Les câbles étant dans leur domaine élastique $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_p = \frac{\Delta\sigma_r}{E_p}$

avec $\Delta\sigma_r$: variation de tension dans les câbles due à ce raccourcissement, donc la perte totale par retrait s'exprime par

$$\Delta\sigma_r = \varepsilon_r [r(t) - r(t_0)] E_p \dots\dots\dots(V.7)$$

Pour calculer la perte à un temps t, l'expression devient :

$$\Delta\sigma_r(t) = \varepsilon_r [r(t) - r(t_0)] E_p$$

V.3.2. Perte de tension due au fluage du béton :

Le fluage du béton est la déformation qui se produit sous l'effet d'une contrainte. Comme pour le retrait, les câbles, étant ancrés sur le béton, vont subir la même déformation, donc une diminution de leur tension.

Le BPEL propose pour les cas courants une formule simplifiée qui est la suivante :

$$\Delta\sigma_{fe} = \frac{(\sigma_b + \sigma_M) E_p}{E_{ij}} \dots\dots\dots(V.8)$$

Avec : σ_b : contrainte finale dans le béton

σ_M : contrainte maximale dans le béton

j : âge du béton à la mise en précontrainte

V.3.3. Perte de tension due à la relaxation des armatures :

La relaxation de l'acier est un relâchement de tension à longueurs constante.

Elle n'apparaît pour les aciers à haute limite élastique utilisée en béton précontraint que pour les contraintes supérieures à 30 ou 40% de leur contrainte de rupture garantie.

Elle dépend de la nature de l'acier, de son traitement et l'on distingue des aciers :

- A relaxation normale, RN
- A très basse relaxation, TBR
- A base relaxation

Un acier est caractérisé par sa relaxation à :

1000 heures exprimée en % : ρ_{1000}

En général : $\rho_{1000} = 2.5\%$ pour les aciers TBR

$\rho_{1000} = 8\%$ pour les aciers RN

$\rho_{1000} = 5\%$ pour les aciers BR

La perte par relaxation s'écrira alors :

$$\Delta\sigma_p = \frac{6}{100} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_{pi}}{f_{pr}} - U_0 \right) \sigma_{pi} \dots\dots\dots V.9$$

σ_{pi} étant la tension initiale de l'acier, c'est-à-dire après pertes instantanées.

f_{pr} : la contrainte de rupture garantie, μ_0 un coefficient pris égal à :

- 0.43 pour les aciers, TBR → $\rho_{1000} \leq 2.5$
- 0.3 pour les aciers, RN → $2.5 < \rho_{1000} < 8$
- 0.35 pour les autres aciers → $\rho_{1000} > 8$

et $0.55 \leq \frac{\sigma_{pi}}{f_{pr}} \leq 0.75$

V.3.4. Pertes différées totales :

Pour tenir de l'effet de la concomitance des pertes différées le règlement BPEL propose pour formule des pertes totales, différées l'expression suivante :

$$\Delta\sigma_d(x) = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fl}(x) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p(x) \dots\dots\dots V.10$$

V.4. Perte instantanées de précontrainte en pré-tension :

V.4.1. Pertes à la mise en tension de l'armature :

Elles ont deux origines :

1) Perte par frottement :

Des armatures sur les coffrages des extrémités des produits (peignes) et éventuellement sur les déviateurs.

Ces frottements sont déterminés expérimentalement :

- Câbles rectilignes : $\Delta\sigma_{p0} = 1\% \sigma_{p0} \dots\dots\dots V.11$
- Câbles déviés : $\Delta\sigma_{p0}$ à déterminer par un essai préalable

2) Le recul d'ancrage sur le banc :

L'ancrage, étant basé sur le même principe qu'en post-tension provoque une entrée d'ancrage. Ici aussi la surface délimitée par les diagrammes avant et après rentrée d'ancrage est égale à $g.E_p$.

Les diagrammes étant généralement rectilignes donc :

$$\Delta\sigma_g = \frac{gE_p}{l_b} \dots\dots\dots(V.12)$$

La longueur du banc l_b étant généralement grande, cette perte est alors très faible (fig. 5.10)

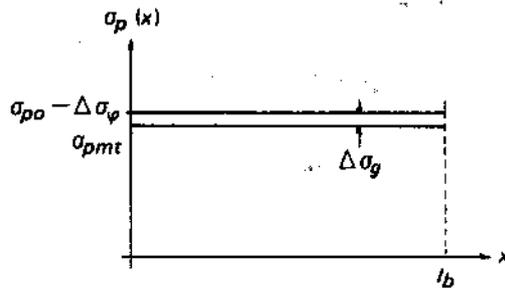


Fig. 5.9 : Effet de la rentrée d'ancrage sur banc

A la fin de la mise en tension, la tension probable dans les armatures est :

$$\sigma_{pmt} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p0} - \Delta\sigma_g$$

V.4.2. Pertes de tension entre la mise en tension des armatures et la mise en précontrainte des produits :

1) Retrait : Si t_1 est l'âge du béton à la mise en précontrainte la perte est (Fig. 5.10)

$$\Delta\sigma_{r1} = E_p \cdot \varepsilon_r(t_1)$$

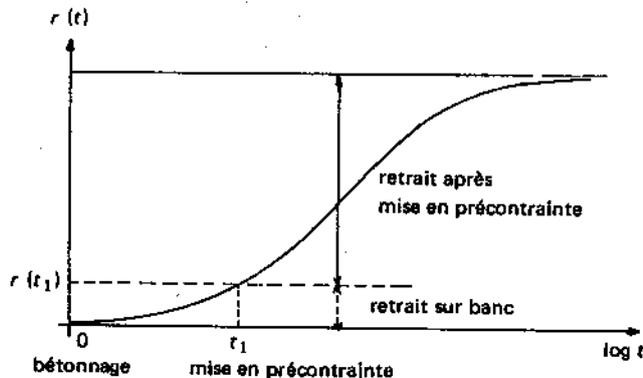


Fig. 5.10 : Effet du retrait sur banc

2) La relaxation : Elle se développe à partir de la tension σ_{pmt} selon la loi présentée au (Fig. 5.11).

$$\Delta\sigma_{\rho 1} = k_1 \cdot \rho_{1000} \left(\frac{t_1}{1000} \right)^{\frac{3}{4}(1-u)} e^{\frac{10u-7.5}{k_2}} \cdot \sigma_p(x) \dots\dots\dots (V-13)$$

$$u = \frac{\sigma_{pm}(x)}{f_{pr}}$$

$$k_1 = \begin{cases} 6 \cdot 10^{-3} & \rho_{1000} \leq 2.5 \\ 8 \cdot 10^{-3} & \rho_{1000} > 2.5 \end{cases} \quad k_2 = \begin{cases} 1.1 & \rho_{1000} \leq 2.5 \\ 1.25 & 2.5 \leq \rho_{1000} \leq 8 \\ 1.5 & \rho_{1000} \geq 8 \end{cases}$$

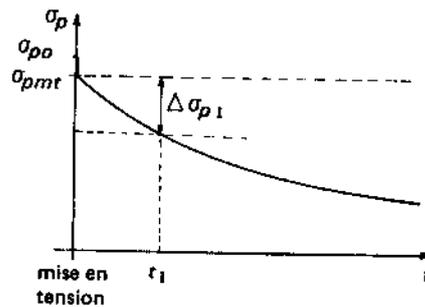


Fig. 5.11 : Evolution de la relaxation sur banc

A la fin de cette phase, la tension probable qui sera relâché pour mettre en précontrainte les produits est :

$$\sigma_{pr} = \sigma_{pmt} - \Delta\sigma_{ri} - \Delta\sigma_{p1}$$

V.4.3. Pertes de tension à la mise en précontrainte des produits :

1) Le raccourcissement instantané du béton :

A la différence de la post-tension, toutes les armatures sont liées au béton et relâchées en même temps. Elles subissent donc totalement le raccourcissement du béton sous l'effet de la compression qu'elles apportent. L'expression de cette perte est donc :

$$\Delta\sigma_{pi}(x) = E_p \frac{\sigma_b}{E_{bij}} (1 + k_i) \dots\dots\dots (V.14)$$

avec :

σ_b : contrainte dans le béton, ou niveau du câble moyen sous l'effet de la précontrainte et du poids propre.

E_{ij} : Module de déformation instantanée du béton à l'âge j .

$1 + k_i$: Terme correcteur du module du béton pour tenir compte des fortes compressions appliquées au béton ($\sigma_{lim} = 0.66f_{cj}$).

2)Perte de tension dans les zones de scellement :

L'ancrage de pré-tension se fait en partie par frottement et en partie par adhérence. Le diagramme des tensions dans la zone de scellement est celui de la figure (5.12). Dans cette zone il y a le déplacement de l'armature ce qui fait apparaître une rentrée d'armature g_0 . On peut établir une relation entre l_s et g_0 (fig. 5.13 et 5.14).

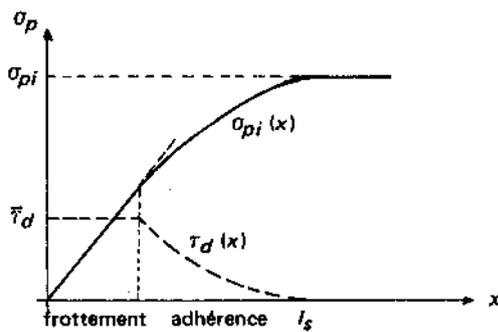


Fig. 5.12 Diagramme des tensions ($\sigma_{pi}(x)$) et des contraintes d'adhérence ($\tau_d(x)$)

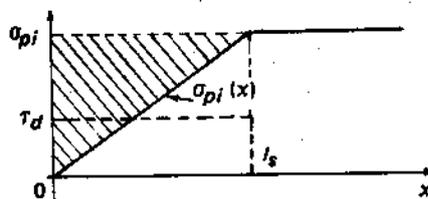


Fig. 5.13

Hypothèse de frottement pure

$$g_0 E_p = \frac{1}{2} \sigma_{pi} l_s$$

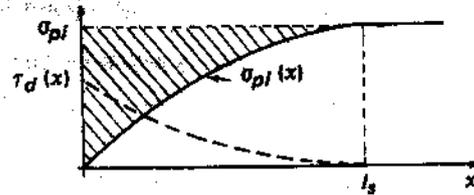


Fig. 5.14

hypothèse d'adhérence pure et en

supposant que $\sigma_{pi}(x)$ est

parabolique sur $[0, l_s]$

$$g_0 E_p = \frac{1}{3} \sigma_{pi} l_s$$

Comme simplification le BPEL retient une variation parabolique de la contrainte sur la longueur de scellement :

$$0 \leq x \leq l_s \quad \sigma_{pi}(x) = \frac{x}{l_s} \left(2 - \frac{x}{l_s} \right) \sigma_{pi}$$

En présence d'un gainage de longueur l_g le phénomène est décalé d'autant à l'intérieur de la pièce ($l_g \leq x \leq l_s + l_g$) on a :

$$\sigma_{p0}(x) = \frac{x - l_g}{l_s} \left(2 - \frac{x - l_g}{l_s} \right) \sigma_{pi} \dots\dots\dots(V.15)$$

V.4.4. Perte instantanée totale :

C'est la somme des pertes que nous venons de voir

$$\Delta\sigma_i(x) = \Delta\sigma_\phi + \Delta\sigma_g + \Delta\sigma_{p1} + \Delta\sigma_{pi}(x) \dots\dots\dots(V.16)$$

La tension à la fin de la mise en précontrainte est $\sigma_{pi}(x)$ (tension initiale probable) :

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_i(x) \dots\dots\dots(V - 17)$$

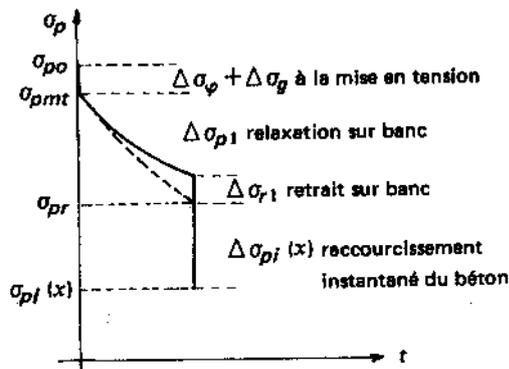


Fig. 5.15 Evolution de la tension pendant la fabrication

V.5. Pertes différées de précontrainte en pré-tension :

V.5.1. Perte de tension due au retrait du béton :

C'est le complément au retrait effectué avant la mise en précontrainte des produits, la part restant à faire est alors :

$$\Delta\sigma_{r2} = E_p \cdot \varepsilon_r (1 - r(t_1))$$

A un temps intermédiaire t_i elle vaut :

$$\Delta\sigma_r [t_1, t_i] = E_p \varepsilon_r [r(t_i) - r(t_1)] \dots\dots\dots (V - 18)$$

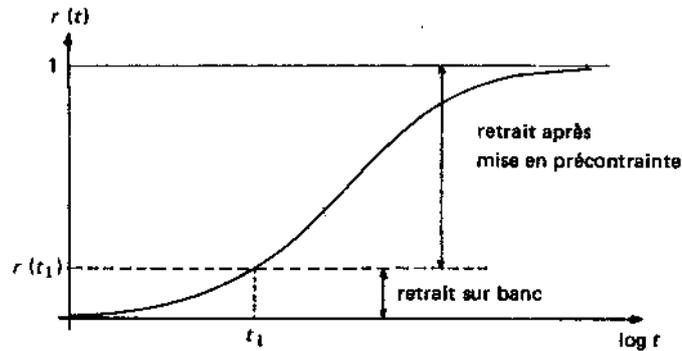


Fig. 5.16 : Effet différé du retrait

V.5.2. Perte de tension due au fluage du béton :

La déformation par fluage ε_{fl} se calcule en faisant la somme :

- de la déformation sous l'effet de la contrainte résiduelle
- des déformations sous l'effet des suppléments de contrainte par rapport à la contrainte résiduelle appliquée pendant des temps limités.
- Des déformations dites de retour de fluage consécutives aux décompressions successives.

La perte de tension s'obtient en écrivant l'égalité des déformations de l'acier et du béton, soit $\Delta\sigma_{fl} = E_p \cdot \varepsilon_{fl}$. Pour calculer des déformations, il faut prendre la contrainte dans le béton au niveau du câble moyen et avec sa valeur à la fin de la phase considérée.

Considérons la diagramme de $\sigma_b(t)$ de la fig. 5.17 (σ_b au niveau du câble moyen). Au temps t_i , en négligeant l'effet des pertes, on a :

$$\sigma_i = \sigma_1 + \sum_{j=2}^i \Delta\sigma_j$$

$$\varepsilon_{ici} = \varepsilon_{ic1} + \sum_{j=0}^i \varepsilon_{icj}$$

Déformations instantanées conventionnelles

$$\varepsilon_{ic} = \frac{\sigma_b}{E_{bi28}}$$

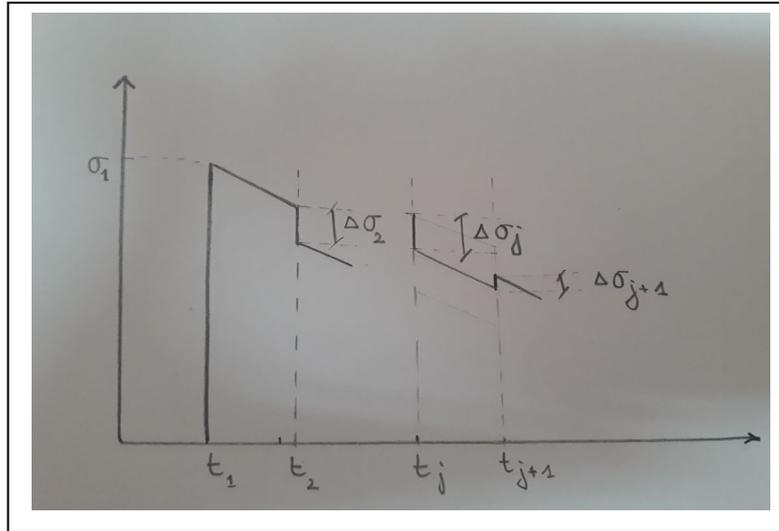


Fig. 5.17 : Effet du fluage dans chaque phase

Dans la phase $[t_i, t_{i+1}]$ la déformation de fluage peut être calculée par la formule :

$$\varepsilon_{fl}[t_i, t_{i+1}] = \varepsilon_{ici} K_{fl}(t_i - t_i^*) [f(t_i^* + t_{i+1} - t_i) - f(t_i^*)] \dots\dots\dots (V - 19)$$

t_i^* : étant le temps équivalent tel que sous une contrainte σ_i (soit une déformation instantanée

ε_{ici}) on ait une déformation de fluage $\varepsilon_{fl}(t_i) = \sum_{j=2}^i \varepsilon_{flj}$, t_i^* est la solution de :

$$\varepsilon_{fl}(t_i) = \varepsilon_{ici} K_{fl}(t_i - t_i^*) f(t_i^*)$$

Si elle n'a pas de solution en t_i^* on admet $\varepsilon_{fl}[t_i, t_{i+1}] = 0$

Connaissant $\varepsilon_{fl}[t_i, t_{i+1}]$ la perte est $\Delta\sigma_{fl}[t_i, t_{i+1}] = E_p \varepsilon_{fl}[t_i, t_{i+1}]$

V.5.3. Perte de tension due à la relaxation des armatures :

Considérons une poutre mise en précontrainte à t_1 et recevant une charge permanente à t_2 (fig.5.18). Dans chaque phase la relaxation est :

- Phase $[0, t_1]$: $\Delta\sigma_p[0, t_1] = \Delta\sigma_{p1}$

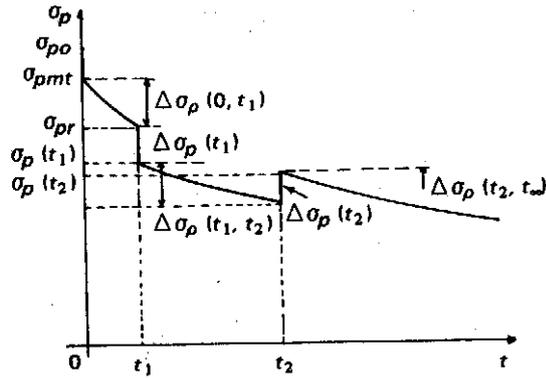


Fig. 5.18 Perte par relaxation dans chaque phase

- Phase $[t_1, t_2]$: il faut se placer sur la courbe de relaxation pour une tension initiale de $\sigma_p(t_1) + \Delta\sigma_p(0, t_1)$, Fig. 5.19.

Les courbes n'étant pas parallèles, la tension sur cette dernière sera égale à $\sigma_p(t_1)$ au bout de temps t_{e1} (temps équivalent). La valeur t_{e1} est la solution de l'équation.

$$k_1 \cdot \rho_{1000} \left(\frac{t_{e1}}{1000} \right)^{\frac{3}{4}(1-u)} \cdot e^{-\frac{10u-7.5}{k_2}} \cdot (\sigma_p(t_1) + \Delta\sigma_p[0, t_1]) = \Delta\sigma_p[0, t_1] \dots\dots(V - 20)$$

Avec :

$$u = \frac{\sigma_p(t_1) + \Delta\sigma_p(0, t_1)}{f_{pr}} \dots\dots(V - 21)$$

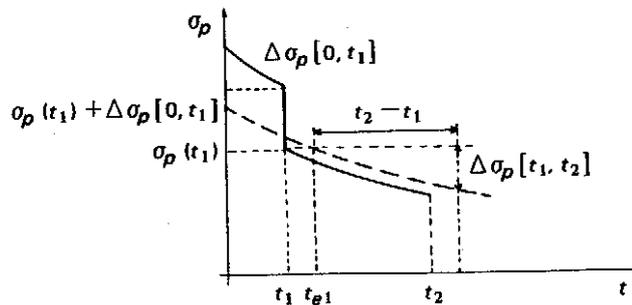


Fig. 5.19 : Principe de la loi du temps équivalent

La relaxation est donc :

$$\Delta\sigma_p[t_1, t_2] = k_1 \cdot \rho_{1000} \left(\frac{t_{e1} + (t_2 - t_1)}{1000} \right)^{\frac{3}{4}(1-u)} \cdot e^{-\frac{10u-7.5}{k_2}} (\sigma_p(t_1) + \Delta\sigma_p[0, t_1]) - \Delta\sigma_p[0, t_1] \dots\dots(V - 22)$$

- Phase $[t_2, t_\infty]$ (conventionnellement $t_\infty = 500000h$ pour la relaxation ≈ 57 ans).

$$K_1 \cdot \rho_{1000} \left(\frac{t_{e2}}{1000} \right)^{\frac{3}{4}(1-\mu)} e^{\frac{10\mu-7.5}{k_e}} (\sigma_p(t_2) + \Delta\sigma_p[0, t_1] + \Delta\sigma_p[t_1, t_2]) = \Delta\sigma_p[0, t_1] + \Delta\sigma_p[t_1, t_2]$$

Avec :
$$\frac{\sigma_p(t_2) + \Delta\sigma_p[0, t_1] + \Delta\sigma_p[t_1, t_2]}{f_{pr}}$$

Donc :

$$\Delta\sigma_p[t_2, t_\infty] = K_1 \cdot \rho_{1000} \left(\frac{t_{e2} + t_\infty - t_2}{1000} \right)^{\frac{3}{4}(1-\mu)} e^{\frac{10\mu-7.5}{k_2}} ((\sigma_p(t_2)) + \Delta\sigma_p[0, t_1] + \Delta\sigma_p[t_1, t_2] - \Delta\sigma_p[t_1, t_2]) - (\Delta\sigma_p(0, t_1) + \Delta\sigma_p(t_1, t_2))$$

V.5.4. Pertes différées totales :

$$\Delta\sigma_{dj}(x) = \Delta\sigma_{rj} + \Delta\sigma_{fj}(x) + \Delta\sigma_{pj}(x) - 2 \frac{\Delta\sigma_{pj}(x)(\Delta\sigma_{rj}(x) + \Delta\sigma_{fj}(x))}{\sigma_{pij}(x)} \dots(V - 23)$$

Avec :

J : phase de perte différée ($J \geq 2$)

$\Delta\sigma_{rj}$: perte par retrait dans la phase j, la loi $r(t)$ permet ce calcul

$\Delta\sigma_{pj}(x)$: perte par fluage dans la phase j, les variations de contrainte dans le béton.

La tension finale probable est

$$\sigma_{p\infty}(x) = \sigma_{pi}(x) - \Delta\sigma_d(x) \dots(V - 24)$$

$\Delta\sigma_d(x)$ étant la somme des pertes différées de chaque phase et des variations de tension entre chaque phase.

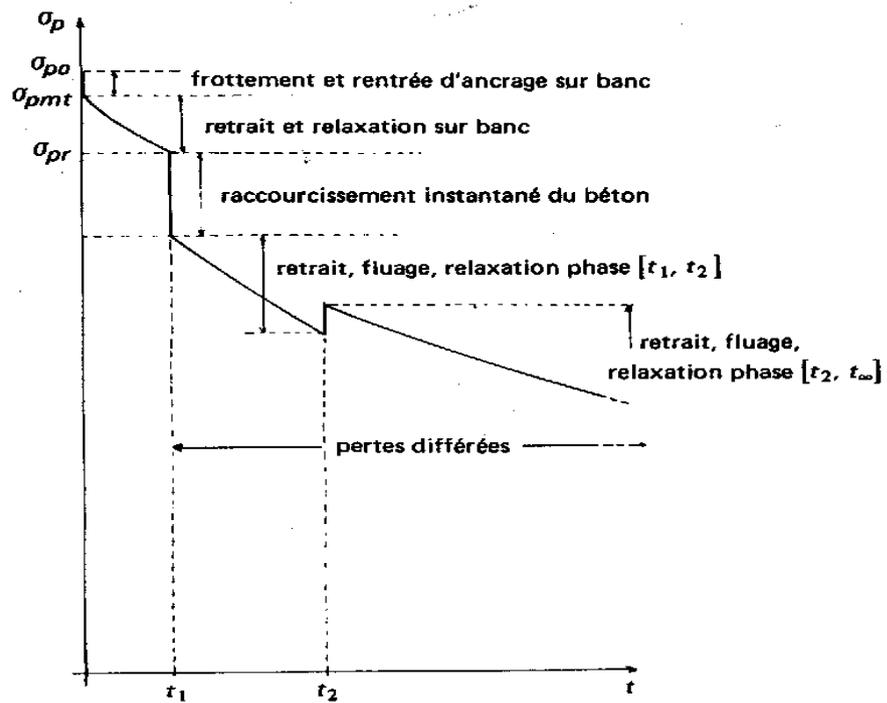


Fig. 5.20 : Evolution des tensions

Chapitre VI : Calcul justificatif dans les sections particulières

Chapitre VI : Calcul justificatif dans les sections particulières

VI.1. Introduction [2]

Certaines zones des pièces en béton précontraint sont soumises à des efforts concentrés ce sont :

- les zones d'application des réactions d'appui (même phénomène qu'en béton armé).
- Les zones d'ancrage des armatures de précontrainte.

Dans ces zones il est nécessaire de procéder à des justifications adaptées aux effets provoqués par ces concentrations d'efforts.

VI.2. Zone d'appui [2]:

Les deux vérifications particulières aux quelles il faut procéder portent sur :

- L'équilibre de la bielle d'about.
- L'équilibre du coin inférieur de béton

Ces phénomènes étant les mêmes qu'en béton armé nous ne présentons ici que la particularité des justifications en présence de précontrainte.

VI.2.1. Equilibre de la bielle d'about [2] :

1. Principe de calcul :

L'appui transmet au béton une réaction verticale R (poids propre, charge d'exploitation, réaction hyperstatique de précontraint..., la composante verticale de la précontrainte n'est pas à prendre en compte car nous examinons la réaction et non la sollicitation interne d'effort tranchant) et une réaction horizontale H (frémage sur un pont, effet de la température ...).

Dans le béton cet effort se décompose en (fig. 6.1)

- Un effort horizontal $H + R \cotg \beta$
- Un effort incliné $\frac{R}{\sin \beta}$ qui comprime la bielle qui se forme sous l'effet de la réaction.

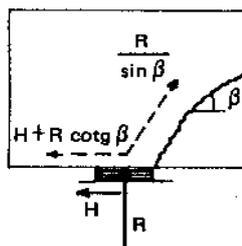


Fig. 6.1 l'effort interne dans le béton

La contrainte limite dans les armatures équilibrant l'effort horizontal où causant la bielle est limité à :

- Armature de précontrainte :
 - Post-tension : $\min\left(1.2\sigma_{pm} \text{ et } \frac{f_{pr}}{1.15}\right)$
 - Pré-tension : $\frac{P_a}{1.4 \cdot A_p}$
- Armature passive : $\frac{f_c}{\gamma_s}$

2. cas de la post-tension :

$$F_v = R - \sum \bar{P}_i \sin \alpha_i \dots\dots\dots (VI - 1)$$

$$F_H = \sum \bar{P}_i \cos \alpha_i - H \dots\dots\dots (VI - 2)$$

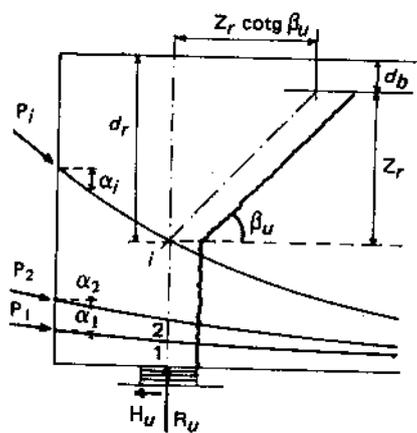


Fig. 6.2 cas de la poste tension

Donc on doit trouver le câble (niveau) tel que :

$$\sum \bar{P}_i \cos \alpha_i - H \geq \left(R - \sum_{i=1}^r \bar{P}_i \sin \alpha_i \right) \cot g \beta \dots\dots\dots (VI - 3)$$

\bar{P}_i : étant les efforts correspondant à la contrainte limite

$$\bar{P}_i = \min\left(1.2P_{mi}, \frac{f_{pr}}{\gamma_p} A_{pi}\right) \dots\dots\dots (VI - 4)$$

Le niveau r étant déterminé, soit d_r distance à la fibre supérieure, on considère une bielle d'inclinaison β et de hauteur $Z_r = d_r - d_b \dots\dots\dots(VI - 5)$ (fig. 6.2).

On retiendra généralement $d_b = \frac{h}{10} \dots\dots\dots(VI - 6)$

correspondant à) la hauteur de la membrure comprimée.

La fissure découpant cette bielle doit être cousue par des armatures (passives ou de précontrainte).

Nous ne considérons ici que des armatures passives verticales (A_t désignant la section d'un cours d'étrier et S_t l'espacement des cours).

La section d'étriers doit être telle que l'effort tranchant V à la jonction de la bielle et de la membrure comprimée soit équilibrée par le cisaillement que cette membrure peut reprendre et

qui est fixé à $\frac{f_{tj}}{3}$ comme pour l'effort tranchant.

$$V = R - \sum_{i=1}^r P_i \sin \alpha_i - \frac{A_t f_e}{S_t \gamma_s} Z_r \cot g\beta \dots\dots\dots(VI - 7)$$

P_i : étant les forces réelles et non les forces correspondant à la limite de contrainte comme précédemment .

$$R - \sum_{i=1}^r P_i \sin \alpha_i \leq V_{red} \quad \text{soit} \quad \frac{R - \sum_{i=1}^r P_i \sin \alpha_i}{b_n \cdot Z} \leq \tau_{red}$$

Donc :

$$\frac{V}{b_n Z} \leq \tau_{red} - \frac{Z_r \cot g\beta \cdot A_t \cdot f_e}{Z \cdot b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \leq \frac{f_{tj}}{3} \dots\dots\dots(VI - 8)$$

Donc :

Si $Z_r \geq Z$ la quantité d'acier $\frac{A_t}{S_r}$ calculée à l'état limite ultime est suffisante.

Si $Z_r < Z$ la quantité d'acier calculé à l'état limite ultime est amplifiée par :

$$\frac{Z}{Z_r} \rightarrow \text{espacement est réduit pour être} \left(S_t \frac{Z_r}{Z} \right) \text{ et : } Z = \frac{I_n}{S_n}$$

3. Cas de la pré-tension :

Considérons la poutre de pré-tension montrée dans la fig. 6.3

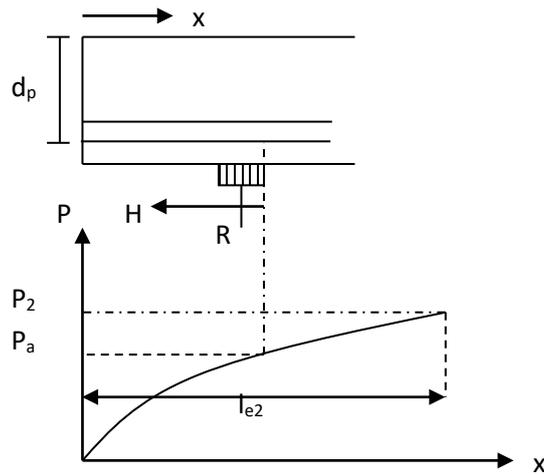


Fig. 6.3 cas de la pré-tension

$$l_{e2} = \sqrt{d_p^2 + (1.2 \cdot l_{sn})^2} \dots\dots\dots(VI - 9)$$

avec l_{sn} : longueur de scellement nominal donnée par :

$$l_{sn} = \frac{h}{0.85} [1 + 2(40 - f_{cm})] \dots\dots\dots(VI - 10)$$

$$f_{cm} = 1.25 f_{cj} \dots\dots\dots(VI - 11)$$

$$U = \frac{\sigma_{pr}}{f_{pr}} \dots\dots\dots(VI - 12)$$

avec : σ_{pr} contrainte de l'acier l'instant de relâchement

$$l_{sc} \begin{cases} 100\varnothing \text{ fil et torons à 3 fils} \\ 75\varnothing \text{ torons à 7 fils} \end{cases}$$

\varnothing c'est le diamètre du torons

Dans le BPEL (Béton précontraint suivant la méthode des états limites), on suppose que pour

$$x \leq l_{e2}$$

$$P = 0 \Rightarrow \cot g \beta = 1 (\beta = 45^\circ)$$

$$\text{Par analogie à la post-tension } \frac{P_a}{1.4} \geq (R + H) \dots\dots\dots(VI - 13)$$

Si elle est vérifiée, les armatures de précontrainte suffisantes

Si elle n'est pas vérifiée il faut ajouter une section A_s d'armatures passives satisfaisant :

$$H + R \leq (A_p + A_s) \min\left(\frac{P_a}{1.4A_p}, \frac{f_e}{\gamma_s}\right) \dots\dots\dots(VI - 14)$$

La section d'acier A_s étant déterminée pour assurer l'équilibre de l'effort horizontal on détermine les armatures transversales (étriers) comme en post-tension mais en général on est dans le cas : $Z_r \geq Z$.

VI.2.2. Equilibre du coin inférieur :

Sous l'effet de la réaction verticale appliquée au voisinage d'une arête et des forces de précontrainte il y a un risque de rupture du coin inférieur selon les plans indiqués sur la fig. (6.4).

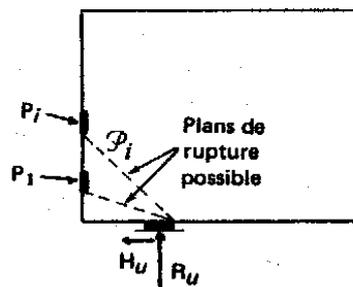


Fig. 6.4 coin inférieur

$$R = R_u - \sum \bar{P}_i \sin \alpha_i \dots\dots\dots(VI - 15)$$

$$H = -H_u + \sum \bar{P}_i \cos \alpha_i \dots\dots\dots(VI - 16)$$

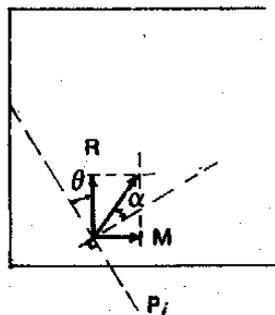


Fig. 6.5 schéma de rupture

Il n'y aura pas rupture si α l'angle de la résultante avec la normale à P_i est inférieur à φ angle de frottement interne du béton : $\text{tg}\alpha \leq \text{tg}\varphi$

$$\text{Avec } \text{tg}\alpha = \frac{R \cos\theta - H \sin\theta}{R \sin\theta + H \cos\theta} \dots\dots\dots(\text{VI} - 17)$$

Il faut donc vérifier que :

$$H \geq R \frac{1 - \text{tg}\varphi \text{tg}\theta}{\text{tg}\varphi + \text{tg}\theta} \dots\dots\dots(\text{VI} - 18)$$

$$\text{Soit } \sum \bar{P}_i \cos\alpha_i - H \geq (R - \sum \bar{P}_i \sin\alpha_i) \frac{1.5 - \text{tg}\theta}{1 + 1.5\text{tg}\theta} \dots\dots\dots(\text{VI} - 19)$$

$$\text{Avec } \varphi = \text{arctg} \frac{2}{3}$$

Si ce n'est pas vérifié, il faut ajouter une quantité d'aciers horizontales A_1 telle que :

$$\sum \bar{P}_i \cos\alpha_i - H + A_1 \frac{f_e}{\gamma_s} \geq (R - \sum \bar{P}_i \sin\alpha_i) \frac{1.5 - \text{tg}\theta}{1 + 1.5\text{tg}\theta} \dots\dots\dots(\text{VI} - 20)$$

En post-tension une section d'armature passive est nécessaire même lorsque l'appareil d'appui est totalement intéressé par le flux de précontrainte (fig. 6.6)

$$A_{1\text{min}} \frac{f_e}{\gamma_s} = 0.04R(5 - 4K) \dots\dots\dots(\text{VI} - 21)$$

$$0 \leq k \leq 1$$

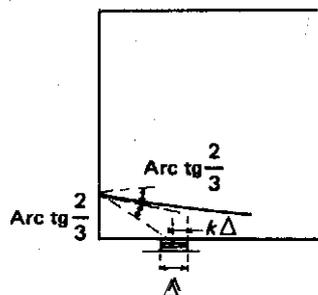


Fig. 6.6 zone de flux de précontrainte.

VI.3. Zone d'introduction de la force de précontrainte :

VI.3.1. Post-tension :

1. zone de régularisation des forces de précontrainte

La zone de régularisation des contraintes est celle où les contraintes normales passant d'une distribution discontinue à une distribution continue.

2. Equilibre de la zone de première régularisation

2.1. Effort de surface :

Le ferrailage de surface est donné par la formule :

$$A_s = 0.04 \frac{\max(F_{j0})}{\sigma_{slim}} \dots\dots\dots(VI - 22)$$

$$\text{avec } \sigma_{slim} = \frac{2}{3} f_e \dots\dots\dots(VI - 23)$$

max (F_{j0}) étant la force maximale appliquée par les câbles placés au niveau j avec sa valeur à l'origine (à la mise en tension)

2.2. Effort d'éclatement :

- Eclatement :

$$\sigma_{tej} = 0.5 \left(1 - \frac{a_j}{d_j} \right) \frac{F_{j0}}{e' d_j} \leq 1.25 f_{tj} \dots\dots\dots(VI - 24)$$

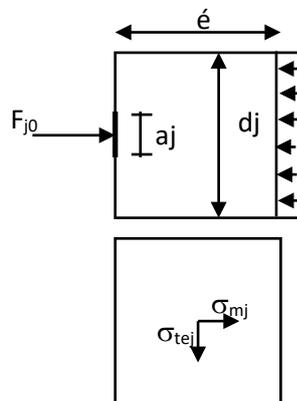


Fig. 6.7 schéma de contraintes d'eclatement

- Compression moyenne :

$$\sigma_{mj} = \frac{F_{j0}}{e' \cdot dj} \leq \frac{2}{3} f_{cj} \dots \dots \dots (VI - 25)$$

Le dimensionnement des pièces pour équilibrer les contraintes d'éclatement :

$$A_{ej} = \frac{R_j}{k_j \sigma_{slim}} \dots \dots \dots (VI - 26)$$

$$\text{avec } \sigma_{slim} = \frac{2}{3} f_e$$

et R_j résultante des contraintes d'éclatement au niveau j

$$R_j = \frac{\sigma_{tej}}{2} e' \cdot dj = 0.25 \left(1 - \frac{a_j}{d_j} \right) F_{j0} \dots \dots \dots (VI - 27)$$

La section d'acier à mettre en œuvre est

$$A_e = \sup \left\{ \begin{array}{l} \max(A_{ej}) \\ 0.15 \frac{\max(F_{j0})}{\sigma_{slim}} \end{array} \right. \dots \dots \dots (VI - 28)$$

3. Equilibre général de la zone de régularisation :

3.1. Contrainte limite dans le béton :

Seule la contrainte de cisaillement dans le béton fait l'objet d'une limite. La contrainte τ_{xd} que nous venons de calculer ne représente que l'effet de la « diffusion pure ».

Il existe aussi une contrainte de cisaillement dû à « l'équilibre selon la résistance des matériaux » c'est la contrainte τ due à l'effort tranchant.

Donc la contrainte totale : $\tau_{max} = \max(\tau_{xd} + \tau) \leq 1.5 f_{tj} \dots \dots \dots (VI - 29)$

VI.3.2. Pré-tension :

1) Zone de régularisation des forces de précontrainte :

L'effort de précontrainte est appliqué progressivement à partir de l'about. La longueur l_r de cette zone est donc fonction des dimensions de la pièce mais aussi de la longueur de scellement, la valeur nominale de la longueur de scellement peut être estimée par :

$$l_{sn} = \frac{U}{0.85} (l_{cs} + 2(40 - f_{cm}))$$

avec f_{cm} : résistance moyenne en compression du béton au relâchement en Mpa,
 $f_{cm} \geq 25\text{Mpa}$ et plafonnée à 40 Mpa

l_{cs} : longueur conventionnelle de scellement

$$u = \frac{\sigma_{pr}}{f_{pr}} \dots\dots\dots(\text{VI} - 30)$$

Pour tenir compte de l'incertitude sur l'ancrage on définit deux valeurs caractéristiques de la longueur d'ancrage

$L_{ak} : l_{a1} = 1.20 l_{sn}$ (valeur caractéristique maximale)

$L_{a2} = 0.80 l_{sn}$ (valeur caractéristique minimale)

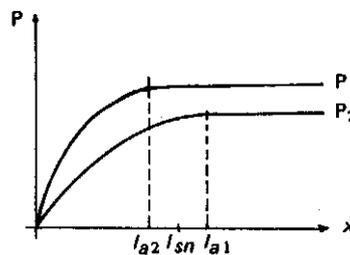


Fig. 6.8 longueur déancrage

- Si P était appliqué sur la surface d'about $l_{ek} = d_p$ (voir fig. 6.9)
- Si P était appliqué à la distance l_{ak} de l'about $l_{ek} = l_{ak} + d_p$ (voir fig. 6.10)
- Le phénomène réel étant intermédiaire on retient

$$l_{ek} = \sqrt{l_{ak}^2 + d_p^2} \quad (\text{voir fig. 6.11})$$

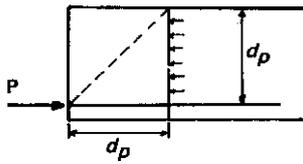


Fig. 6.9 sans écrasement

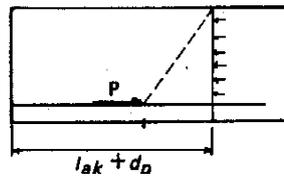


Fig. 6.10 avec écrasement

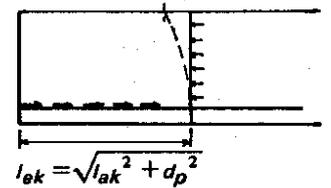


Fig. 6.11 schéma réel

En conséquence : la longueur de la zone de régularisation des contraintes sera :

$$l_r = \max \left\{ \begin{array}{l} l_{ek} \\ \text{et} \\ e \text{ (ou } \epsilon \text{ suivant le plan d'étude)} \end{array} \right. \dots\dots\dots(\text{VI} - 31)$$

2) Equilibre de la zone de première régularisation :

Dans cette zone, le gonflement des armatures lors du relâchement produit un effort d'éclatement. Cette effort F_e peut être estimé à :

$$F_e = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.04 \cdot N \cdot P_k \\ 0.10(n \text{ ou } n') P_k \end{array} \right. \dots\dots\dots(\text{VI} - 32)$$

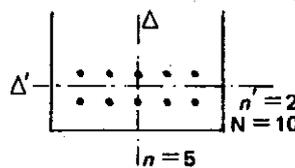


Fig. 6.12 schéma d'armatures

P_k : effort à ancrer pour une armature (en général $P_k = A_p \sigma_{pil}$)

$N = n \cdot n'$, n et n' étant le nombre d'armature par lit (voir fig.6.12)

La section d'acier pour reprendre cet effort est $A_e = \frac{F_e}{\sigma_{s\lim}}$ et doit être disposée entre l'about

et $\frac{l_{sn}}{4}$

3) Equilibre général de la zone de régularisation :

Les justifications sont les mêmes qu'en post-tension. Mais pour tenir compte de l'ancrage progressif des efforts on multiplie par $\frac{1}{2}$ les efforts déterminés pour les diverses positions du plan de coupure.

Chapitre VII :
Calcul des poutres en béton
précontraint à l'aide d'un
logiciel interactif

Chapitre VII : Développement du programme pour le calcul des poutres en béton précontraint

VII.1. Introduction

Le calcul du béton précontraint présenté dans les chapitres précédents a été utilisé pour développer un logiciel, afin de permettre une étude complète des structures en béton précontraint, moyennant un tableur d'Excel, qui facilite le calcul et réduit le temps.

Dans ce chapitre, un aperçu sur les notions essentielles de l'Excel est présenté, la structure du programme, ainsi que le chemin de calcul utilisé dans le logiciel qu'on a développé sont détaillés avec une validation par un calcul préparé manuellement.

VII.2. Notions générales sur le tableur Excel :

VII.2.1. Présentation d'un tableur :

Une étude a montré que les tableurs sont les logiciels les plus vendus au monde. L'intérêt d'un tableur est de vous permettre de réaliser rapidement un tableau comportant des libelles, des nombres, des dates et des formules de calcul.

De plus, la plupart des tableurs intègrent des commandes. Vous permettant de représenter graphiquement vos données sous forme d'histogrammes, courbes, camembert, ...

VII.2.2. Notion de cellule et de plage de cellule :

Un tableau présente un immense tableau composé des lignes et des colonnes.

L'intersection d'une ligne avec une colonne donne naissance à une case qu'on appelle cellule.

La cellule en surbrillance est la cellule active. Si vous tapez un texte, un nombre, une date, etc. ... ; ce dernier est placé dans la cellule active.

Une plage de cellule est un ensemble de cellules ; elle peut être contiguë ou non contiguë.

VII.3. Structure du programme :

Ce programme contient une étude complète des poutres en béton précontraint avec différentes sections (rectangulaire, T, I). moyennant d'Excel, chaque section est présentée dans une feuille avec ces différentes étapes de calcul.

Les étapes de calcul pour chaque section :

1) Calcul à l'ELS :

- Introduction des données concernant à l'ELS
- Dimensionnement de la force de précontrainte
- Vérification des contraintes
- Le fuseau de passage
- Le ferrailage passif longitudinal
- Justification des contraintes tangentielles.

2) Calcul à l'ELU :

- Les données concernant à l'ELU
- Le moment résistant ultime
- Acier transversales
- Justification du bielle de béton

3) Les zones d'appui :

- Les données
- Equilibre de la bielle
- Equilibre du coin inférieur
- Armature minimal.

4) Les pertes :

- Les données
- Les pertes instantanées :
 - Tension à l'origine
 - Par frottement
 - Par raccourcissement du béton
- Les pertes différées :
 - Retrait
 - Par relaxation
 - Par fluage.

VII.4. Cheminement de calcul :

Les poutres avec leurs différentes sections, sont soumises aux deux modes de précontraint, soit post-tension ou pré-tension avant d'entamer le calcul, il faut tout d'abord choisir la feuille correspondante à la section qu'on veut étudiée.

VII.4.1. Calcul justificatif à l'ELS :

Introduction des données :

Ce calcul demande les données suivantes :

- Dimensions de la poutre
- La charge permanente G
- La charge d'exploitation Q
- La résistance du béton à la compression f_{c28} , f_{cj}
- Le mode de précontraint
- Classe de vérification : classe (I) ou classe (II) à (j) jour.

*** Les propriétés mécaniques :**

On distingue deux cas, qui comportent deux classes :

1^{er} cas :

Classe I : les contraintes limite sont :

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 0.6f_{cj} \\ \sigma_{\min} = 0 \end{cases}$$

La résistance du béton à la traction

$$f_{ij} = 0.6 + 0.06f_{cj}$$

- Classe II :

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 0.6f_{cj} \\ \sigma_{\min} = -f_{ij} \text{ dans la section d'enrobage} \\ \sigma_{\min} = -1.5f_{ij} \text{ hors de section d'enrobage} \end{cases}$$

2^{ème} cas :

- Classe I :

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 0.6f_{c28} \\ \sigma_{\min} = 0 \end{cases}$$

- Classe II :

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 0.6f_{c28} \\ \sigma_{\min} = -f_{t28} \end{cases}$$

*** Les propriétés géométriques :**

Les propriétés géométriques brutes d'une section dépendent de sa nature, alors le calcul donne :

- La section brute B_b
- Le moment d'inertie I_b
- La position de l'axe neutre V, V'
- Le moment statique S_b

Et les propriétés nettes dépendent du mode de précontraint :

- Post-tension : $B_n = 0.95B, I_n = 0.9I_b, S_n = 0.92S_b$
- Pré-tension : $B_n = B_b, I_n = I_b, S_n = S_b$

VII.4.1.1. Dimensionnement :

Si les dimensions de la poutre sont connu il faut vérifiée l'équation suivante :

$$\frac{I}{\text{Sup}(V, V')} \geq \frac{M_v}{\bar{\sigma}_{\max} - \bar{\sigma}_{\min}}$$

- Post-tension : majoration de M_v avec 20%
- Pré-tension : majoration de M_v avec 35%

VII.4.1.2. Dimensionnement de la force de précontrainte

$$P(M_v) = \frac{M_v + \sigma_{\min} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right)}{\frac{1}{B_n} \left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'} \right)}$$

$$P(M_{\max}) = \frac{M_{\max} + \left(\frac{I}{V'}\right)\sigma_{\min}}{\frac{I}{V'B_n} - e_{\max}}$$

$$\text{Avec : } e_{\max} = -V' + t$$

- Si P est déterminée à partir de l'équation « (12) chapitre V »

→ L'élément est sous critique et M_v est déterminant

- Si P est déterminé à partir de l'équation « (16) chapitre V »

→ L'élément est sur critique et M_{\max} est déterminant.

$$P = \text{Max}(P(M_v), P(M_{\max}))$$

La valeur économique maximale de P est donnée par l'expression suivante :

$$P_{\text{eco}} = \frac{\sigma_{\max}\left(\frac{I}{V'}\right) + \sigma_{\min}\left(\frac{I}{V}\right)}{\frac{1}{B_n}\left(\frac{I}{V} + \frac{I}{V'}\right)}$$

- Si $P_{\text{eco}} \geq P$ donc c'est vérifiée et $P = P_2$

- Si $P_{\text{eco}} < P$ redimensionner la section

VII.4.1.3. Vérification des contraintes :

Les contraintes doivent être vérifiées au niveau des deux fibres, inférieur et supérieur

• 1^{er} cas (au transfert) :

$$P_1 = \frac{K_1}{K_2} P_2$$

$$\sigma(V) = \frac{P_1}{B_n} + \frac{P_1 \cdot e_p V}{I_n} + \frac{M_{\min} V}{I_n} \geq \sigma_{\min}$$

$$\sigma(V') = \frac{P_1}{B_n} - \frac{P_1 \cdot e_p V'}{I_n} - \frac{M_{\min} V'}{I_n} \leq \sigma_{\max}$$

• 2^{ème} cas (en exploitation) :

$$\sigma(V) = \frac{P_2}{B_n} + \frac{P_2 e_p}{I_n} V + \frac{M_{\max}}{I_n} V \leq \bar{\sigma}_{\max}$$

$$\sigma(V') = \frac{P_2}{B_n} - \frac{P_2 e_p}{I_n} V' - \frac{M_{\max}}{I_n} V' \geq \bar{\sigma}_{\min}$$

Si l'une des conditions n'est pas vérifiée le logiciel va automatiquement affiché « redimensionner la section ».

VII.4.1.4. Fuseau de passage :

Pour tracer le fuseau de passage on utilise les équations suivantes :

$$e_p \leq \left[\frac{\bar{\sigma}_{\max}}{P} \frac{I}{V} - \frac{I}{VB_n} \right] - \frac{M_{\max}}{P}$$

$$e_p \leq \left[\frac{I}{V'B_n} - \frac{\bar{\sigma}_{\min}}{P} \frac{I}{V'} \right] - \frac{M_{\max}}{P}$$

$$e_p \geq \left[\frac{\bar{\sigma}_{\min}}{P} \frac{I}{V} - \frac{I}{VB_n} \right] - \frac{M_{\min}}{P}$$

$$e_p \geq \left[\frac{I}{V'B_n} - \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{P} \frac{I}{V'} \right] - \frac{M_{\min}}{P}$$

Les équations (III - 18) et (III - 19) sont déterminant si M_{\max} et M_{\min} sont positives.

Le fuseau de passage est tracé sur toute la longueur de la poutre à partir d'un tableau qui donne le moment dans des sections spécifiées.

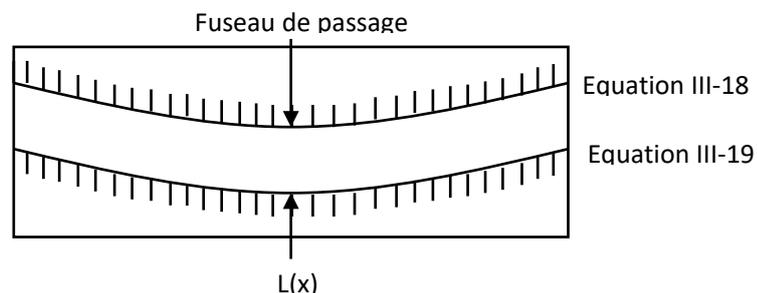


Fig. 7.1

VII.4.1.5. Ferrailage passif longitudinal :

Deux sortes d'armatures sont à prévoir pour les pièces en béton précontraint :

- Armatures de peau : $A_{\text{peau}} = 3 \text{ cm}^2/\text{ml}$ ($1\text{Ø} 10$ tous les 25 cm) section total $\geq 1\%B_n$
- La section des armatures longitudinales dans la zone tendue :

$$A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{Bt}}{f_e} \frac{f_{tj}}{\sigma_{bt}}$$

d'où :

$$\sigma_{bt} = \sigma(V')$$

$$N_{Bt} = \frac{B_t \sigma_{bt}}{2}$$

VII.4.1.6. Justification des contraintes tangentielles :

Puisque la contrainte de cisaillement est maximale au niveau du centre de gravité, on va la calculée dans cette zone :

$$\tau = \frac{V_{\text{red}} S_n}{I \cdot b_n}$$

Avec :

$V_{\text{red}} = V - P \sin \alpha$ (V : l'effort tranchant à l'ELS)

S_n : moment statique de la partie supérieur de la section par rapport à l'axe neutre

V : l'effort tranchant réduit

$$b_n = b_0 - mk\emptyset$$

$$\text{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{2(ee - e_c)}{0.5L}$$

$$K \begin{cases} 0.5 & \text{post - tension} \\ 0 & \text{Pré - tension} \end{cases}$$

m : nombre de conduites dans le même lit

$$\text{Pour l'axe neutre : } \sigma(0) = \frac{P}{B_b}$$

Il faut vérifier que :

$$\tau^2 \leq 0.4f_{tj}(f_{tj} + \sigma) \quad \text{si } \sigma \leq 0.4f_{cj}$$

$$\tau^2 \leq \frac{2f_{tj}}{f_{cj}}(0.6f_{cj} - \sigma)(f_{tj} + \sigma) \quad \text{si } \sigma \geq 0.4f_{cj}$$

$$\tau^2 \leq 0.4f_{tj}^2 \quad \text{si } \sigma < 0 \text{ traction}$$

VII.4.2. Calcul à l'ELU :

A l'ELU on a besoin des données suivant :

- La limite élastique des aciers passif f_e
- La limite de rupture de l'acier de précontrainte f_{pr}
- La limite d'élasticité de l'acier de précontrainte f_{pe}
- La section d'armature passive A_s
- Le module d'élasticité longitudinal des aciers passifs E_s
- Le module d'élasticité longitudinal des aciers actif E_p

7.4.2.1. Le moment de résistance ultime :

Puisque les éléments considérés sont soumis à la flexion simple. Alors la section étudiée sera une section partiellement comprimée, et le pivot sera soit :

- Le pivot A , $\varepsilon_s = 10 \%$

Ou

- Le pivot B , $\varepsilon_s = 3.5 \%$

Donc la déformation au niveau du ferrailage passif est :

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{d_p - y} = \frac{\varepsilon_s}{d_s - y} = \frac{\varepsilon_{bc}}{y}$$

1^{er} itération : pour connaître le pivot

$$y = 0.259 d_s$$

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{bc} \frac{d_p - y}{y}$$

$$\text{et la déformation moyenne } \varepsilon_{pm} = \frac{P_m}{A_p \cdot E_p}$$

$$\text{avec } P_m = \frac{K_1 + K_2}{2} P_0$$

$$\text{et la déformation de l'acier précontraint } \varepsilon_p = \varepsilon_{pm} + \Delta\varepsilon_p$$

$$\text{Si } A_s = 0 \quad \varepsilon_p = 20 \%$$

$$\varepsilon_{p1} = \frac{0.9f_{pe}}{\gamma_p E_p} \quad (\gamma_p = 1.15)$$

$$\varepsilon_{p2} = 1\% + \frac{f_{pe}}{\gamma_p \cdot E_p}$$

Donc la contrainte de traction dans l'acier de précontrainte est :

$$\sigma_p = \frac{f_{pe}}{\gamma_p} + \frac{(f_{pr} - f_{pe})}{\gamma_p (20 - \varepsilon_{p2})} (\varepsilon_p - \varepsilon_{p2})$$

$$A_p = \frac{P}{\sigma_p}$$

$$\text{Donc : } F_p = A_p \cdot \sigma_p$$

$$\text{Et la contrainte de traction dans l'acier passif : } \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Avec $\gamma_s = 1.15$

Donc : $F_s = A_s \sigma_s$

- Si $0.8y > h \Rightarrow$ (cas de section en T) une partie de la nervure est comprimée

Donc $F_b = B_c \cdot f_{bu}$ avec $f_{bu} = \frac{0.85f_{c28}}{\gamma_b \cdot \theta}$ ($\gamma_b = 1.5, \theta = 1$)

B_c : est la section comprimée

- Si $F_b > F_p + F_s \Rightarrow$ zone de béton comprimée trop grande

Donc on diminue $Y \rightarrow$ pivot A ($\epsilon_s = 10\text{‰}, \epsilon_{bc} < 3.5\text{‰}$)

2^{ème} itération :

$$F_b = F_p + F_s$$

La section comprimée est : $B_c = \frac{F_b}{f_{bu}}$

- Si $0.8y < h \Rightarrow B_c = b \cdot 0.8y$

On recalcule $y = \frac{B_c}{0.8 \cdot b}$

$$\Delta \epsilon_p = \epsilon_s \left(\frac{d_p - y}{d_s - y} \right)$$

$$\epsilon_p = \Delta \epsilon_p + \epsilon_{pm}$$

$$\sigma_p, F_p$$

- Il faut vérifier que le moment résistant M_R supérieur ou égal le moment ultime M_μ

Avec : $M_R = F_p (d_p - 0.4y) + F_s (d_s - 0.4y)$

- Si n'est pas vérifiée ($M_R < M_\mu$) on augmente A_s

VII.4.2.2. Justification des contraintes tangentielles :

Il s'agit de déterminer le ferrailage transversal, puis justifier sa quantité

Ferrailage transversal :

1. Armature minimale :

Chaque poutre en béton précontraint doit contenir une quantité d'armature transversale qu'il faut vérifier les conditions suivantes avec son espacement.

- $\frac{A_t}{S_t} \frac{f_c}{b_n \gamma_s} \geq 0.6 \text{ Mpa}$
- $S_t \leq S_{t\max} = \min(0.8h, 3b_0, 1\text{m})$
- $\frac{A_t}{S_t} > 2 \text{ cm}^2/\text{m}$

2. Justification de A_t :

$$\tau_u = \frac{V_{\text{red}} \cdot S_n}{b_n \cdot I_n}$$

$$V_{\text{red}} = V_u - P \sin \alpha$$

$$\tau_u \leq \tau_u^l = \left(\frac{A_t}{b_n S_t} \frac{f_c}{\gamma_s} \right) \text{Cotg} \beta + \frac{f_{ij}}{3}$$

$$\text{avec : } \text{tg} 2\beta = \frac{2\tau_u}{\sigma}, \quad \sigma = \frac{P}{B}$$

Si $\beta < 30^\circ \rightarrow$ on prend $\beta = 30^\circ$

3. Justification du bielle de béton :

La bielle du béton est justifiée par cette condition :

$$\tau_u \leq \frac{0.85 f_{c28}}{3\gamma_b} \sin 2\beta$$

$$\text{et } \beta = 30^\circ \Rightarrow \tau_u \leq \frac{f_{c28}}{6}$$

VII.4.3. Les pertes :

Pour calculer les pertes il faut avoir les données suivantes :

- f_{pe} , f_{pr} , A_p , E_{ij} , ε_r , ρ_{1000} , t_0
- Le coefficient de frottement linéaire \emptyset

Les pertes sont calculées en cas de post-tension ou pré-tension et divisés en deux types :

- a) les pertes instantanées
- b) les pertes différées

*** Cas post-tension**

A) Les pertes instantanées :

A.1) Tension maximal à l'origine :

$$\sigma_{p0} = \min(0.8f_{pr}, 0.9f_{pe})$$

A.2) Perte due au frottement :

$$\Delta\sigma_{p0}(x) = \sigma_{p0}(1 - e^{-\varnothing x - F\alpha})$$

Pour $x = \frac{L}{2}$

On doit évaluer la déviation angulaire à $x = \frac{L}{2}$

$$\text{tg}\alpha = \frac{2(e_e - e_c)}{(0.5L)}$$

A.3) Perte par recul d'ancrage :

On suppose que $x = \frac{L}{2}$ n'est pas affecté par recul d'ancrage

$$L_g = \sqrt{\frac{g \cdot E_p \cdot x}{\Delta\sigma_{p0}(x)}}$$

Si $x = \frac{L}{2} > L_g$ donc la section x n'est pas affectée par recul d'ancrage.

$$\Delta\sigma_p = \frac{g \cdot E_p}{2L_g}$$

A.4) Pertes par raccourcissement du béton :

$$\Delta\sigma_p(x) = \frac{n-1}{2n} \frac{E_p}{E_{ij}} \sigma_b(x)$$

$$\sigma_b\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{P}{B} + \frac{P \cdot ep^2}{I} + \frac{M_{\min}}{I} ep$$

$$P = \sigma_p \cdot A_p = \left[\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p0}\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta\sigma_p\left(\frac{L}{2}\right) \right] A_p$$

La somme des pertes instantané est :

$$\sum \text{PI} = \Delta\sigma_{p0}(x) + \Delta\sigma(x) + \Delta\sigma\left(x = \frac{L}{2}\right)$$

Donc : $\sigma_p = \sigma_{p0} - \sum \text{PI}$

B) Les pertes différées :

B.1) Perte due au retrait :

Les pertes due au retrait est résultant d'une réduction de longueur

$$\Delta\sigma_{pr}(t_0, t) = E_p \cdot \varepsilon_r(r(t) - r(t_0))$$

$$r(t) = \frac{t}{t + 9r_m} \quad r_m = \text{rayon moyen} = \frac{\text{aire}}{\text{perimètre}}$$

B.2) Perte par relaxation :

Après les pertes instantané $\sigma_p\left(x = \frac{L}{2}\right)$

$$\Delta\sigma_{\rho}\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{6}{1000} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_p(x)}{f_{pr}} - u_0 \right) \sigma_p(x)$$

B.3) Perte par fluage

$$\Delta\sigma_{PF}(x) = (\sigma_b^n(x) + \sigma_b^F(x)) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

$\sigma_b^I(x)$: contraint après les pertes instantané

$$\Rightarrow P = A_p \cdot \sigma_p$$

$$\sigma_b^n\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{P}{B} + \frac{P \cdot ep^2}{I} + \frac{M_{\min}}{I} ep$$

$\sigma_b^F(x)$: contrainte après les pertes différées

$$\Rightarrow P = (\sigma_p - \Delta\sigma_{pd}) A_p$$

La somme des pertes différées :

$$\Delta\sigma_{pd}(x) = \Delta\sigma_{pr} + \Delta\sigma_{PF}(x) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p(x)$$

*** Cas de pré-tension**

A) Les pertes instantanées

A.1) Tension maximal à l'origine :

$$\sigma_{p0} = \min(0.8f_{pr}, 0.9f_{pe})$$

A.2) Perte due au frottement :

Ce frottement est déterminé expérimentalement :

Câbles rectilignes : $\Delta\sigma_{p0}(x) = 1\% \sigma_{p0}$

A.3) Perte par recul d'ancrage :

$$\Delta\sigma_p = \frac{g \cdot E_p}{L_b} \text{ avec } (L_g = L_b)$$

A.4) Pertes par raccourcissement du béton :

$$\Delta\sigma_p(x) = \frac{E_p}{E_{ij}} \sigma_b(x)(1 + K)$$

Avec :

$$K = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_b(x) \leq 0.5f_{cj} \\ 4 \left[\left(\frac{\sigma_b(x)}{f_{cj}} \right) - 0.5 \right] & , 0.5 \leq \sigma_b(x) \leq 0.6f_{cj} \end{cases}$$

La somme des pertes instantané est :

$$\sum PI = \Delta\sigma_{p0}(x) + \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_p(x)$$

Donc :

$$\sigma_p = \sigma_{p0} - \sum PI$$

B) Les pertes différées :

B.1) Perte due au retrait :

$$\Delta\sigma_{pri} = E_p \varepsilon_r \cdot r(t_0)$$

B.2) Perte par la relaxation :

$$\Delta\sigma_{\rho 1} = K_1 \cdot \rho_{1000} \left(\frac{t}{1000} \right)^{\frac{3}{4}(1-u)} e^{-\frac{10-u-7.5}{k_2}} \sigma_p(x)$$

Avec :

$$K_1 \begin{cases} 6 \cdot 10^{-3} & \rho_{1000} \leq 2.5 \\ 8 \cdot 10^{-3} & \rho_{1000} > 2.5 \end{cases}$$

$$K_2 \begin{cases} 1.1 & \rho_{1000} \leq 2.5 \\ 1.25 & 2.5 \leq \rho \leq 8 \\ 1.5 & \rho_{1000} \geq 8 \end{cases}$$

B.3) Perte par fluage :

$$\Delta\sigma_{PF}(x) = \left(\sigma_b(x) + \sigma_b^F(x) \right) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

Donc les pertes finales sont :

$$\Delta\sigma_{pd}(x) = \Delta\sigma_{pr} + \Delta\sigma_{PF} + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p(x)$$

VII.4.4. Sections particulière :

VII.4.4.1. La zone d'appui :

Cas de la post-tension

$$R = V_u$$

$$\tau_u = \frac{R \cdot S}{I_n \cdot b_n}$$

*** Equilibre de la bielle :**

$$\sum \bar{P}_i \cos \alpha_i - H \geq \left(R - \sum \bar{P}_i \sin \alpha_i \right) \cot \theta$$

$$\text{avec : } \sin \alpha = \frac{2(e_e - e_c)}{0.5L}$$

$$Z_r = dr - d_b = dr - \frac{h}{10}$$

$$Z = \frac{I_n}{S}$$

- Si $Z_r \geq Z$ la quantité d'acier $\frac{A_t}{S_t}$ calculé à l'ELU est suffisante
- Si $Z_r < Z$ la quantité d'acier à l'ELU est amplifiée

*** Equilibre de coin inférieur :**

$$\sum \bar{P}_i \cos \alpha_i - H \geq \left(R - \sum \bar{P}_i \sin \alpha_i \right) \left(\frac{1.5 - \tan \theta}{1 + 1.5 \tan \theta} \right)$$

On doit vérifier cette formule pour les câbles jusqu'au niveau obtenu lors de l'équilibre de la bielle.

Si pour l'un des câbles la formule n'est pas vérifiée.

La quantité d'acier A_1 nécessaire est donnée par :

$$\frac{A_i f_e}{S_i \gamma_s} \geq \left[(R - \sum \bar{P}_i \sin \alpha_i) \left(\frac{1.5 - \text{tg}\theta}{1 + 1.5 \text{tg}\theta} \right) - \sum P_i \cos \alpha_i + H \right]$$

La quantité d'acier minimal est :

$$A_i^{\min} = \frac{0.04R}{\frac{f_e}{\gamma_s}} (5 - 4K) \quad 0 \leq K \leq 1$$

Cas de pré-tension :

$$l_{e2} = \sqrt{d_p^2 + (1.2l_{sn})^2}$$

$$\text{avec : } l_{sn} = \frac{u}{0.85} [l_{sc} + 2(40 - f_{cm})]$$

$$f_{cm} = 1.25f_{cj}$$

σ_{pr} : contrainte dans l'acier l'instant de relâchement

$$\sigma_{pr} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\text{frottement}} - \Delta\sigma_{p\text{recul d'ancrage}} - \Delta\sigma_{p\text{retrait}} - \Delta\sigma_{p\text{relaxation}}$$

$$l_{sc} \begin{cases} 100\varnothing \text{ fil toron à 3 fils} \\ 75\varnothing \text{ torons à 7 fils} \end{cases}$$

Dans le BPEL, on suppose que pour $x \leq l_{c2}$

$$\Rightarrow P = 0 \Rightarrow \cot g\beta = 1 \quad (\beta = 45^\circ) \quad , \quad \alpha_i = 0$$

Par analogie à la post-tension

$$\frac{P_a}{1.4} \geq (R + H)$$

Si on fait participer les aciers passifs

$$(A_p + A_s) \min \left(\frac{P_a}{1.4A_p}, \frac{f_e}{\gamma_s} \right) \geq (R + H)$$

une fois l'équilibre est assuré, on vérifie comme dans le cas de la post-tension que $Z_r \geq Z$

$$Z_r = d_p - \frac{h}{10}$$

Justification du coin inférieur :

$$\alpha_i = 0$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$\frac{P_a}{1.4} - H \geq R \left(\frac{1.5 - \operatorname{tg}\theta}{1.5 + \operatorname{tg}\theta} \right)$$

VII.5.Validation :

Exemple :

Une poutre de section rectangulaire supportant une charge $Q = 3 \text{ KN/m}$ et une charge permanente $G = 1.4 \text{ KN/m}$

La longueur de cette poutre $L = 10 \text{ m}$

Précontrainte par post-tension, classe II à 13 jours

La largeur $b = 170 \text{ mm}$, et la hauteur $h = 330 \text{ mm}$

Béton : $f_{c28} = 40 \text{ Mpa}$

Acier : $f_e = 400 \text{ Mpa}$

$\gamma_s = 1.15$, $\gamma_b = 1.5$

L'enrobage $t = 50 \text{ mm}$

-Calculer :

1 – Les propriétés géométriques et mécaniques

2 – La force de précontrainte

3 – Les contraintes admissibles

- Tracer le fuseau de passage

- Calculer le ferrailage passif longitudinal

- Calcul complet de l'état limite ultime

- Calcul des pertes

- Calcul des zones d'appui

D) Etat limite service :

1.* Propriétés mécaniques :

$$f_{c13} = 0.685 \log(j+1) f_{c28}$$

$$f_{c13} = 31.4 \text{ Mpa}$$

$$f_{t28} = 0.06 f_{c28} + 0.6 = 3 \text{ Mpa}$$

$$f_{t13} = 0.06 f_{t13} + 0.6 = 2.48 \text{ Mpa}$$

1.* Propriétés géométriques :

$$\text{La section brute} \quad B_b = b \cdot h = 170 \cdot 330$$

$$B_b = 56100 \text{ mm}^2$$

La section nette $B_n = 0.95 B_n = 0.95 \cdot B_n = 0.95 \cdot 56100$

$$B_n = 53295 \text{ mm}^2$$

$$V = V' = \frac{h}{2} = \frac{330}{2} = 165 \text{ mm}$$

Le moment d'inertie brut : $I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{170(330)^3}{12}$

$$I_b = 509107500 \text{ mm}^4$$

Le moment d'inertie net $I_n = 0.9 \cdot I_b = 0.9 \cdot 509107500$

$$I_n = 458196750 \text{ mm}^4$$

$$\frac{I_n}{V} = \frac{I_n}{V'} = \frac{458196750}{165} = 2776950 \text{ mm}^3$$

1^{er} cas : $\sigma_{\max} = 0.6f_{c13} = 0.6 \cdot 31.4 = 18.84 \text{ Mpa}$

$$\sigma_{\min} = -f_{t13} = -2.48 \text{ Mpa (section d'enrobage)}$$

$$\sigma_{\min} = -1.5f_{t13} = -1.5 \cdot 2.48 = -3.72 \text{ (hors section d'enrobage)}$$

2^{ème} cas : $\sigma_{\max} = 0.6f_{j28} = 0.6 \cdot 40 = 24 \text{ Mpa}$

$$\sigma_{\min} = -f_{t13} = -3 \text{ Mpa (section d'enrobage)}$$

$$\sigma_{\min} = -1.5f_{t28} = -1.5 \cdot 3 = -4.5 \text{ (hors section d'enrobage)}$$

2. La force de précontrainte :

$$M_{\min} = \frac{GL^2}{8} = \frac{1.4(10)^2}{8} = 17.525 \text{ KN.m}$$

$$M_v = \frac{Q \cdot L^2}{8} = \frac{3(10)^2}{8} = 37.5 \text{ KN.m}$$

$$M_{\max} = M_{\min} + M_v = 17.525 + 37.5$$

$$M_{\max} = 55.025 \text{ KN.m}$$

$$e_{\max} = -V + t = -165 + 50 = -115 \text{ mm}$$

Il faut que $\frac{I_n}{\text{Sup}(V, V')} \geq \frac{1.2M_v}{\bar{\sigma}_{\max} - \bar{\sigma}_{\min}} = 1666666.67 \text{ mm}^3$

Donc cette équation est vérifiée

$$P(M_v) \geq \frac{M_v + \bar{\sigma}_{\min} \left(\frac{I_n}{V} + \frac{I_n}{V'} \right)}{\frac{1}{B_n} \left(\frac{I_n}{V} + \frac{I_n}{V'} \right)} = \frac{37.5 \cdot 10^6 + (-3)2(2776950)}{\frac{2(2776950)}{53295}}$$

$$P(M_v) \geq 199963.485 \text{ N}$$

$$P(M_{\max}) \geq \frac{M_{\max} + \bar{\sigma}_{\min} \left(\frac{I_n}{V'} \right)}{\frac{I_n}{V'B_n} - e_{\max}} = \frac{55.025 \cdot 10^6 + (-3)2776950}{\frac{2776950}{53295} - 115}$$

$$P(M_{\max}) \geq 279429.559 \text{ N}$$

$P(M_{\max}) \geq P(M_v)$ donc M_{\max} est déterminant et l'élément est sur-critique.

$$P_{\text{économique}} = \frac{\bar{\sigma}_{\max} \left(\frac{I_n}{V} \right) + \bar{\sigma}_{\min} \left(\frac{I_n}{V'} \right)}{\left(\frac{I_n}{V} + \frac{I_n}{V'} \right) \left(\frac{1}{B_n} \right)} = \frac{24(2776950) + (-3)(2776950)}{\frac{2(2776950)}{53295}}$$

$$P_{\text{économique}} = 559597.5 \text{ N}$$

$$P(M_v) \leq P(M_{\max}) \leq P_{\text{économique}} \quad \text{ok}$$

On prend $P_2 = 279429.559 \text{ N}$

3. Les contraintes admissibles :

$$ep = e_{\max} = -115 \text{ mm}$$

1^{er} cas :

$$\sigma(V) = \frac{P_1}{B_n} + \frac{P_1 \cdot ep}{I_n} V + \frac{M_{\min}}{I_n} V \geq \bar{\sigma}_{\min}$$

$$\sigma(V') = \frac{P_1}{B_n} - \frac{P_1 \cdot ep}{I_n} V' - \frac{M_{\min}}{I_n} V' \leq \bar{\sigma}_{\max}$$

$$\left. \begin{array}{l} K_1 = 0.94 \\ K_2 = 0.68 \end{array} \right\} \text{post-tension, } L = 10 \text{ m}$$

$$P_1 = \frac{K_1}{K_2} P_2 = \frac{0.94}{0.68} 279429.559 = 386270.272 \text{ N}$$

$$\sigma(V) = \frac{386270.272}{53295} + \frac{386270.272}{2776950}(-115) + \frac{17.525 \cdot 10^6}{2776950}$$

$$\sigma(V') = \frac{386270.272}{53295} - \frac{386270.272}{2776950}(-115) - \frac{17.525 \cdot 10^6}{2776950}$$

$$\sigma(V) = -2.43 \text{ Mpa} \geq \bar{\sigma}_{\min} = -4.05 \text{ Mpa} \quad \text{ok}$$

$$\sigma(V') = 16.93 \text{ Mpa} \leq \bar{\sigma}_{\max} = 18 \text{ Mpa} \quad \text{ok}$$

2^{ème} cas :

$$P_2 = 279429.559 \text{ N}$$

$$\sigma(V) = \frac{P_2}{B_n} + \frac{P_2 \cdot ep}{I_n} V + \frac{M_{\max}}{I_n} V \geq \bar{\sigma}_{\max}$$

$$\sigma(V') = \frac{P_2}{B_n} - \frac{P_2 \cdot ep}{I_n} V' - \frac{M_{\max}}{I_n} V' \geq \bar{\sigma}_{\min}$$

$$\sigma(V) = \frac{279429.559}{53295} + \frac{279429.559(-115)}{2776950} + \frac{55.025 \cdot 10^6}{2776950}$$

$$\sigma(V') = \frac{279429.559}{53295} - \frac{279429.559(-115)}{2776950} - \frac{55.025 \cdot 10^6}{2776950}$$

$$\sigma(V) = 13.48 \text{ Mpa} \leq \sigma_{\max} = 24 \text{ Mpa} \quad \text{ok}$$

$$\sigma(V') = -3 \text{ Mpa} \geq \bar{\sigma}_{\min} = -3 \text{ Mpa} \quad \text{ok}$$

Le fuseau de passage :

$$ep \leq \left[\frac{I_n}{V B_n} - \frac{\bar{\sigma}_{\min}}{P_2} \frac{I_n}{V'} \right] - \frac{M_{\max}}{P_2}$$

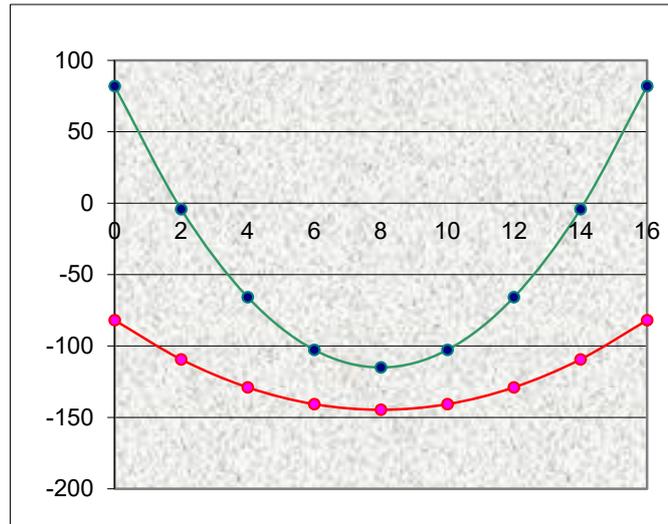
$$ep \leq \left[\frac{\bar{\sigma}_{\min}}{P_2} - \frac{I_n}{V} - \frac{I_n}{V B_n} \right] - \frac{M_{\min}}{P_2}$$

$$ep \leq \left[\frac{2776950}{53295} - \frac{(-3)2776950}{279429.559} \right] - \frac{55.025 \cdot 10^6}{279429.559}$$

$$ep \geq \left[\frac{(-3)2776950}{279429.559} - \frac{2776950}{53295} \right] - \frac{17.525 \cdot 10^6}{279429.559}$$

$$ep \leq -115 \text{ mm}$$

$$ep \geq -144.636 \text{ mm}$$



*Ferrailage passif longitudinal :

-Armatures des zones tendues :

$$Y = \frac{\sigma_{bt}(t)}{\sigma_{bt}(w) + \sigma_{bc}} h = \frac{2.43}{2.43 + 16.93} 330 = 41.528 \text{ mm}$$

$$B_t = b \cdot y = 170 \cdot 41.528 = 7059.792 \text{ mm}^2$$

$$N_{bt} = \frac{\sigma_{bt}}{2} b_t = \frac{2.43}{2} 7059.792 = 8604.822 \text{ N}$$

$$A_s \geq \frac{B_t}{1000} + \frac{(N_{bt} f_{tj})}{f_e \cdot \sigma_{bt}}$$

$$A_s \geq \frac{7059.792}{1000} + \frac{(8604.822 \cdot 2.48)}{400 \cdot 2.43} = 30.886 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 0.31 \text{ cm}^2$$

Soit donc 1HA = 50 mm²

-Armature de peau : 3 cm²/m

$$A_s^{\text{tot}} = 50 + 785 = 835 \text{ mm}^2$$

$$A_s^{\text{tot}} \geq \frac{0.1 \cdot 56100}{100} = 56.1 \text{ mm}^2 \quad \text{ok}$$

II. Etat limite ultime :

Les données :

$$f_{pr} = 1720 \text{ Mpa}$$

$$f_{pe} = 1462 \text{ Mpa}$$

$$E_p = 190000 \text{ Mpa}$$

$$E_s = 200000 \text{ Mpa}$$

$$d_p = 270 \text{ mm}$$

$$d_s = 302 \text{ mm}$$

Calcul de moment résistant ultime :

$$\sigma_{p0} = \min(0.8 \cdot 1860, 0.9 \cdot 1675) = 1315.8 \text{ Mpa}$$

$$P_0 = \frac{P_2}{K_2} = \frac{279429.56}{0.68} = 410925.822 \text{ N}$$

$$P_m = \left(\frac{K_1 + K_2}{2} \right) P_0 = \frac{(0.94 + 0.68)}{2} 410925.822 = 332849.915 \text{ N}$$

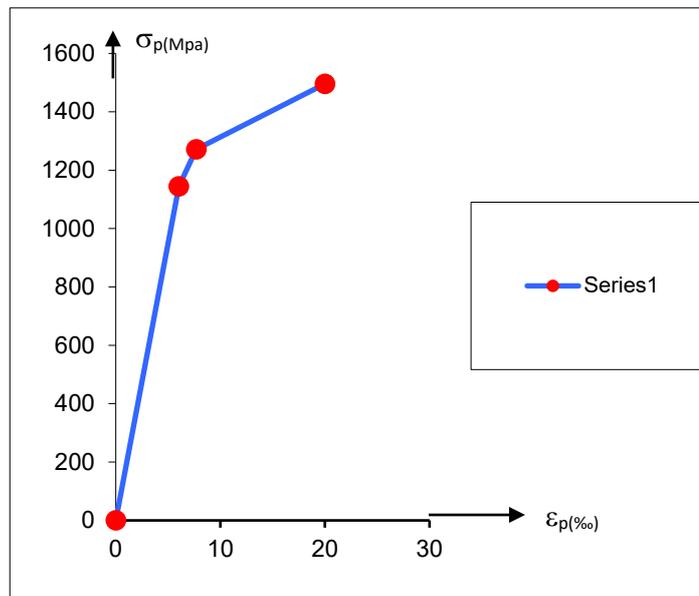
$$A_p = \frac{P_0}{\sigma_{p0}} = \frac{410925.822}{1315.8} = 312.301 \text{ mm}^2$$

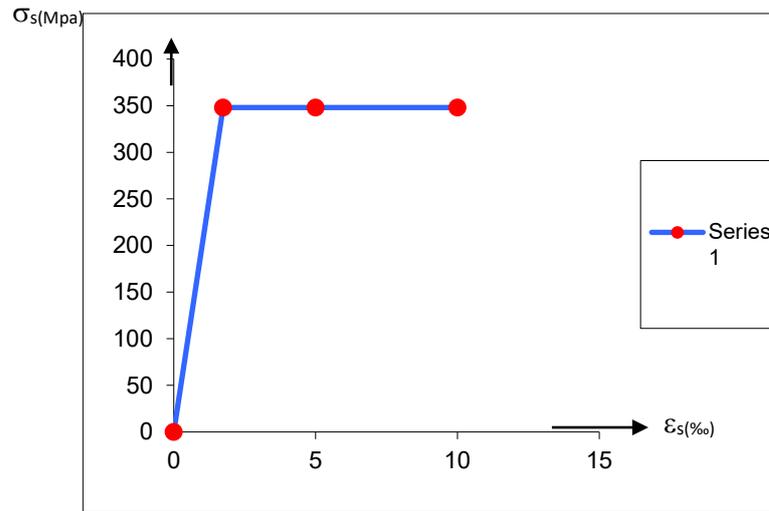
On prend $A_p = 6T9 = 309.6 \text{ mm}^2$

On suppose deux câbles (3T9)

$$\varepsilon_{pm} = \frac{P_m}{A_p E_p} = \frac{332849.915}{309.6 \cdot 190000} = 5.66 \text{ ‰}$$

$$y = 0.259, \quad d_s = 0.259 \cdot 302 = 78.218 \text{ mm}$$





Pivot B :

$$\epsilon_{bc} = 3.5\text{‰}_0$$

$$\Delta\epsilon_p = \epsilon_{bc} \frac{dp - y}{y} = \frac{3.5(270 - 78.218)}{78.218} = 8.582\text{‰}_0$$

$$\epsilon_p = \epsilon_{pm} + \Delta\epsilon_p = 5.660 + 8.582 = 14.242\text{‰}_0$$

$$\sigma_p = \frac{f_{pe}}{\gamma_p} + \frac{P_{pr} - f_{pe}}{\gamma_p(20 - \epsilon_{pl})}(\epsilon_p - \epsilon_{pl}) = 1271.30 + \frac{(1495.65 - 1271.30)}{(20 - 7.691)}(14.242 - 7.691)$$

$$\sigma_p = 1390.668 \text{Mpa}$$

$$F_p = A_p \cdot \sigma_p = 309.6 \cdot 1390.668 = 430551.432 \text{N}$$

$$F_s = A_s \cdot \sigma_s = 462 \cdot 348 = 160776 \text{N}$$

$$F_b = F_p + F_s = 430551.432 + 160776 = 591327.432 \text{N}$$

$$Y = \frac{591327.432}{0.8 \cdot 22.67 \cdot 170} = 191.795 \text{mm}$$

Pivot A :

$$\epsilon_s = 10\text{‰}_0$$

$$\epsilon_{bc} < 3.5\text{‰}_0$$

$$\Delta\epsilon_p = \epsilon_s \left(\frac{y}{ds - y} \right) = 10 \left(\frac{270 - 191.795}{302 - 191.795} \right) = 7.096$$

$$\epsilon_p = \epsilon_{pm} + \Delta\epsilon_p = 7.096 + 5.66 = 12.756\text{‰}_0$$

$$\sigma_p = 1271.30 + (1495.96 - 1271.30)(12.756 - 7.69)/(20 - 7.69)$$

$$F_p = A_p \sigma_p = 1363.69 \cdot 309.6 = 422198.424 \text{ N}$$

$$F_s = A_s \sigma_s = 462 \cdot 348 = 160776 \text{ N}$$

$$F_b = F_p + F_s = 422198.424 + 160776 = 582974.424 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} M_{Ru} &= F_p (d_p - 0.4y) + F_s (d_s - 0.4y) \\ &= 422198.424(270 - 0.4 \cdot 191.795) + 160776(302 - 0.4 \cdot 191.795) \\ &= 117817465 \text{ N.mm} \end{aligned}$$

$$M_{app} = (1.35G + 1.5Q) \frac{L^2}{8} = 79908750 \text{ N.mm}$$

$$M_{Ru} > M_{app} \text{ Ok}$$

Armatures transversales minimales :

$$K = 0.5, \quad \varnothing = 40 \text{ mm}$$

$$b_n = b_0 - 2 \cdot K \cdot \varnothing = 170 - 2 \cdot 0.5 \cdot 40 = 130 \text{ mm}$$

$$A_t = 314 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_t \cdot f_c}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \geq 0.6 \text{ Mpa}$$

$$\Rightarrow A_t \geq \frac{(0.6 \cdot b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s)}{f_c}$$

$$\geq \frac{(0.6 \cdot 130 \cdot 260 \cdot 1.15)}{400}$$

$$A_t \geq 58.305 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_t \cdot f_c}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} = \frac{314 \cdot 400}{130 \cdot 260 \cdot 1.15} = 3.231 \text{ Mpa} \quad \text{ok}$$

Justification des armatures transversales :

$$\begin{aligned} I_n &= I_b - \frac{2\pi\varnothing^4}{64} = 509107500 - 2(3.14 \cdot 94.6)/64 \\ &= 509107249.7 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$B_n = B_b - 2 \frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4} = 65100 - 2 \frac{3.14 \cdot 40^2}{4} = 53588 \text{ mm}^2$$

$$S_b = b \frac{h^2}{2} = 170 \frac{330^2}{2} = 9256500 \text{ mm}^3$$

$$V' = 9256500 - 2 \left(3.14 \cdot 40^2 \left(50 + \frac{40}{2} \right) / 4 \right) / 53588$$

$$V' = 169.453 \text{ mm} \Rightarrow V = 330 - 169.45 = 160.546 \text{ mm}$$

$$ec = -115 \text{ mm}$$

$$ee = -99.453 \text{ mm}$$

$$\text{tg}\alpha = (-99.453 - (-115)) \cdot 2 / (0.5 \cdot 10 \cdot 1000) = 0.00621 \text{ rad}$$

$$V_{\text{red}} = 32 - 0.00621 \cdot (332849.916 / 1000) = 29.933 \text{ KN}$$

$$\tau_u = (29.933 \cdot 1000 \cdot 2190897.4) / (509107250 \cdot 130) = 0.989 \text{ Mpa}$$

$$\text{tg}2\beta = 2 \tau_u / \sigma$$

$$\beta = 8.88^\circ \leq 30^\circ$$

donc on prend $\beta = 30^\circ$

$$\tau_{u\text{lim}} = (314 \cdot 400) / (130 \cdot 260 \cdot 1.15 \cdot 0.577) + (3 / 3) = 6.60 \text{ Mpa}$$

$$\tau_u < \tau_{u\text{lim}} \quad \text{ok}$$

justification de la bielle :

il faut que : $\tau_u \leq f_{cj} / 6$

$$0.989 \leq 5.233 \text{ Mpa}$$

1-Les pertes instantanées :

$$\rho_{1000} = 2.5 \text{ ‰}$$

$$\phi = 0.02 \text{ m}^{-1}$$

$$f = 0.18 \text{ rad}^{-1}$$

$$\phi_{\text{gaine}} = 50 \text{ mm}$$

$$g = 3 \text{ mm}$$

$$A_p = 309.6 \text{ mm}^2$$

$$u_0 = 0.4$$

Tension à l'origine :

$$\sigma_{p0} = \min(0.8f_{pr}, 0.9f_{pe})$$

$$\sigma_{p0} = \min(0.8 \cdot 1860, 0.9 \cdot 1675) = 1315.8 \text{ Mpa}$$

Perte par frottement :

$$\sigma_{p0}(x) = \sigma_{p0} (1 - e^{f\alpha - \phi x})$$

$$\Delta\sigma_{p0} \left(\frac{L}{2} \right) = 1315.8 (1 - 0.988) = 15.33 \text{ Mpa}$$

Perte par recul d'ancrage :

$$L_g = \sqrt{\frac{g \cdot E_p \cdot x}{\sigma_{p0}(x)}} = 14037.81 \text{ mm} = 14.037 \text{ m}$$

Le milieu de la poutre est affecté par le recul d'ancrage

$$x = 10.6 \text{ m}$$

$$\text{tg}\alpha = \alpha = 0.006 \cdot 2 = 0.012 \text{ rad}$$

$$\sigma_{p0}(L) = 1315.8(1 - 0.987) = 30.482 \text{ Mpa}$$

$$L_g = 9955.273 \text{ mm} = 9.955 \text{ m}$$

Le milieu n'est pas affecté par recul d'ancrage

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p &= E_p \cdot \frac{g}{2Lg} \\ &= 190000 \cdot \frac{3}{10^3 \cdot 9.96 \cdot 2} = 114.51 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\Delta\sigma_{sp}\left(\frac{L}{2}\right) = 114.51(14.04 - 5.3)/14.04 = 71.2779 \text{ Mpa}$$

$$\begin{aligned} \sigma_p\left(\frac{L}{2}\right) &= \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p0} - \Delta\sigma_p \\ &= 1315.8 - 15.33 - 71.28 = 1229.19 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

Perte par raccourcissement du béton :

$$\Delta\sigma_p(x) = \frac{n-1}{2n} \frac{E_p}{E_{ij}} \sigma_b(x)$$

$$n = 2, P = A_p (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p0}) = 309.6(1315.8 - 15.33) = 402625.407$$

$$\sigma_b\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{P}{B} + \frac{P \cdot ep^2}{I} + \frac{M_{\min} \cdot ep}{I}$$

$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{402625.407}{53598} + \frac{402625.41(-115)^2}{509107250} + \frac{18 \cdot 10^6(-115)}{509107250} = 14.013 \text{ Mpa}$$

$$\Delta\sigma_p(x) = \left(\frac{2-1}{2 \cdot 2}\right) \frac{190000}{33000} 14.013 = 20.171 \text{ Mpa}$$

$$\sum P_i = \Delta\sigma_{p0} + \Delta\sigma_p = 15.33 + 20.171 = 35.501 \text{ Mpa}$$

Après pertes instantanées

$$\sigma_p = \sigma_{p0} - \sum P_i = 1315.8 - 35.501 = 1280.298 \text{ Mpa}$$

2-Les pertes différées :

$$t_0 = 13 \text{ jours}$$

$$r_m = \frac{\text{Aire}}{\text{Périmètre}} = \frac{53588}{(170 + 330)2} = 107.176 \text{ mm} = 10.718 \text{ cm}$$

$$r(t) = \frac{t}{t + 9 \cdot r_m} = \frac{13}{13 + 9 \cdot 10.718} = 0.1187$$

$$\Delta\sigma_{pr}(\infty, 13) = 190000 \cdot 4 \cdot 10^{-4} (1 - 0.1187) = 66.973 \text{ Mpa}$$

Perte par relaxation :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p(x) &= \frac{6}{100} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_p(x)}{f_{pr}} - u_0 \right) \sigma_p(x) \\ &= \frac{6}{100} 2.5 \left(\frac{1280.30}{1720} - 0.4 \right) 1280.30 \\ &= 66.132 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

Perte par fluage :

$$\Delta\sigma_{PF}(x) = \left(\sigma_b^M(x) + \sigma_b^F(x) \right) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

$$P = \sigma_p(x) A_p = 1280.30 \cdot 309.6 = 396380.419 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sigma_b^M(x) &= \frac{P}{B} + \frac{P \cdot ep^2}{I} + \frac{M_{\min}}{I} ep \\ &= \frac{396380.4}{53588} + \frac{396380.4(-115)^2}{509107249.65} + \frac{17.525 \cdot 10^6(-115)}{509107249.65} = 13.734 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\sigma_b^F\left(x = \frac{L}{2}\right) = \sigma_b^M\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta\sigma_{pd}\left(\frac{L}{2}\right) A_p \left(\frac{1}{B} + \frac{ep^2}{I} \right)$$

Or les pertes finales sont :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{pd}\left(\frac{L}{2}\right) &= \Delta\sigma_{pr} + \Delta\sigma_{PF}\left(\frac{L}{2}\right) + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p\left(\frac{L}{2}\right) \\ &= 66.973 + \Delta\sigma_{PF}\left(\frac{L}{2}\right) + \frac{5}{6} 66.132 \\ &= 122.083 + \Delta\sigma_{PF}\left(\frac{L}{2}\right) \end{aligned}$$

Or :

$$\Delta\sigma_{PF}\left(\frac{L}{2}\right) = \left(\sigma_b^M\left(\frac{L}{2}\right) + \sigma_b^F\left(\frac{L}{2}\right) \right) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

$$\Delta\sigma_{PF}\left(\frac{L}{2}\right) = 2 \cdot 13.73 - 75.28 \cdot 309.6 \left(1/53588 + (-115)^2 / 509107249.7 \right) / \left(33000/190000 + 309.6 \left(1/53588 + (-115)^2 / 509107250 \right) \right)$$

$$\Delta\sigma_{PF} = 140.953 \text{ Mpa}$$

$$\Delta\sigma_{pd}\left(\frac{L}{2}\right) = 75.282 + 140.953 = 216.235 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_p\left(\frac{L}{2}\right) = 1280.299 - 216.235 = 1064.063 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_p \% = (1280.299 - 1064.063) (100 / 1280.299)$$

$$\sigma_p \% = 16.889\%$$

$$\sum \text{Pertes} = 1315.8 - 1064.063 = 251.736 \text{ Mpa}$$

Zone d'appui :

$$R = V_u = 31.963 \text{ KN}$$

$$\tau = \frac{R \cdot S}{I_n \cdot b_n} = (31.963 \cdot 1000 \cdot 2190897.4) / (509107250 \cdot 130) = 1.058 \text{ Mpa}$$

$$\text{tg}2\beta = \frac{2\tau}{\sigma} = \frac{1.058 \cdot 2}{6.21} = 0.340$$

$$\beta = 9.408^\circ$$

$$P_i = \min\left(1.2P_m, \frac{f_{pr}}{1.15} A_p \right)$$

$$P_i = 399419.89 \text{ N}$$

$$\text{Pour un seul câble } P_i = \frac{399419.89}{2} = 199709.945 \text{ N}$$

$$\alpha_i = \text{tg}\alpha_i = \frac{2(ee - ec)x}{(05L)^2}$$

$$ec = -144.64 \text{ mm}$$

$$L = 10.6 \text{ m}$$

Donc on doit trouver le câble (niveau) tel que :

$$\sum \bar{P}_i \cos \alpha_i - H \geq \left(R - \sum_{i=1}^r \bar{P}_i \sin \alpha_i \right) \cot g \beta$$

Le 1^{er} câble :

câble	eei	α_i	$\cos \alpha_i$	$\sin \alpha_i$	$P_i \cos \alpha_i$ (N)	$P_i \sin \alpha_i$ (N)
1	-104,64	0,01509434	0,99988608	0,01509377	199687,199	3014,37534

$$R - P_i \sin \alpha_i = 28949.124 \text{ N}$$

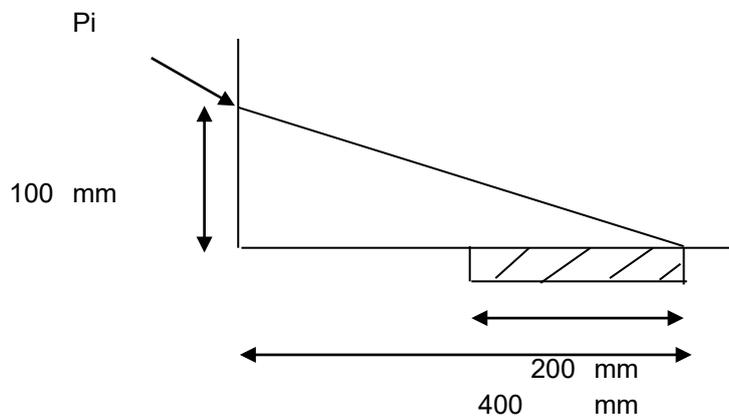
$$d_r = 330 - 100 + 300 \times 0.0151 = 234.5283019 \text{ mm}$$

Hauteur de la bielle :

$$Z_r = d_r - \frac{h}{10} = 234.53 - 330/10 = 201.528 \text{ mm}$$

$$Z = \frac{509107249.65}{21908970.40} = 232.373 \text{ mm}$$

$Z_r < Z$ donc la quantité d'acier calculé à l'état limite ultime est amplifié par Z/Z_r c'est-à-dire l'espacement est réduit pour être $S_t \cdot Z_r / Z$



$$\text{tg} \theta = \frac{400}{100} = 4$$

$$\theta_1 = 1.325 \text{ rad} = 75.963^\circ$$

$$P_i \cos \alpha_i - H \geq \left(R - \sum P_i \sin \alpha_i \right) (1.5 - \text{tg} \theta) / (1 + 1.5 \text{tg} \theta) \quad (*)$$

$$P_i \cos \alpha_i - H = 133124.799 \text{ N} > 0$$

$$(1.5 - \text{tg} \theta) = -2.5 < 0$$

Donc l'équation (*) est vérifié dans l'équilibre du coin inférieur est assuré

$$A_1^{\min} = 0.04R \cdot \gamma_s (5 - 4k) / f_c$$

$$w = \operatorname{atg}\left(\frac{2}{3}\right) = 0.588 \text{ rad}$$

$$w = \operatorname{atg}\left(\frac{2}{3}\right) = 33.69^\circ$$

$$\alpha_1 = 0.588 \text{ rad}$$

$$\alpha_1 + w = \frac{100}{x}$$

$$x = 150 \text{ mm}$$

$$k = 1 \text{ mm}$$

$$A_1^{\min} = 91.895 \text{ mm}^2$$

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Notre projet en génie civil, et plus précisément en béton précontraint nous a amené à aborder l'étude des poutres en béton précontraint et dans ce domaine on a développé en logiciel, les calculs aux états limites de service et de même pour les états limites ultimes ainsi qu'aux calculs des pertes et des zones d'appui.

Ce logiciel a été étudié en langage d'Excel de façon réglementaire, consécutive et a permis d'étudier quelques sections courantes telles que section en T, rectangulaire, et en I. Comme tout projet le notre a aussi contracté quelques difficultés, tels que la diversité des classes différentes l'une de l'autre et les modes de précontrainte qui ne se ressemblent pas. Par conséquent on n'a pas négligé ces états de calcul.

Chaque cellule de l'Excel nous indique une unité ou un nombre quelconque, de même qu'il nous est impossible de les joindre dans même cellule pour éviter toute erreur de calcul mais le fait de ne pas jumeler unité et nombre nous a pris énormément d'espace.

On peut indiquer l'utilisateur à une observation qu'il faut tenir en compte, qui concerne le choix des armatures dont ce dernier est effectué d'une façon compliquée à l'aide des fonctions trouvées dans l'Excel (Max, Min ...), le problème se pose au niveau de ces fonctions elles ne donnent pas toujours le bon choix, alors l'utilisateur est obligé de vérifier ce choix.

Quant aux avantages, les opérations complexes de calcul ont été une tâche facile à réaliser grâce à l'intelligence de la cellule d'Excel.

Faute de renouvellement des opérations presque semblables, on a été contraint de les recopier de manière lucide, et de dessiner les graphes d'une façon facile et rapide etc....

On ce qui concerne la différence entre l'exemple traité en logiciel et l'exemple fait de façon manuelle, la différence demeure presque nulle.

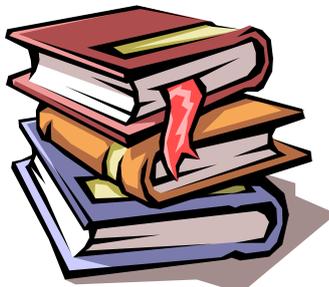
C'est au logiciel seul de s'occuper vite de l'étude de tout ce qui est programmé.

En ce qui concerne l'utilisateur, c'est de son ressort d'introduire ses données pour aboutir à l'étude complète des poutres en béton précontraint.

Souhaitons enfin que ce labeur soit l'objet facile entre les mains de celui qui désire l'utiliser.

Référence Bibliographies

1. Pratique du béton Précontraint (DREUX- GEORGES)
2. Béton précontraint tome I
Principes fondamentaux et dimensionnement (ANDRE PICARD)
3. Le béton précontraint aux états limites (HENRY THONIER)
4. Règles techniques de conception et de calcul (MOGARAY. ING) des
ouvrage et constructions en béton précontraint
suivant la méthode des états limites
5. EXCEL 97 (D- ZEL PHATI)
6. EXCEL 5 (C- KICHANE)
7. EXCEL 97 (R- PERSON)



LISTE DE SYMBOLE

LISTE DE SYMBOLE

1) Actions :

G : charges permanente.

Q : charges variable quelconques

2) sollicitations :

M : Moment fléchissant.

M_g : dû aux charges permanentes.

M_q : dû aux charges variable.

M_u : Moment de calcul en ELU.

V : Effort tranchant.

P : Effort normal dû à la précontrainte.

N_{bt} : résultant des effort de traction

3) contraintes :

f_e : limite élastique des aciers passifs.

f_{pr} : limite d'élastique de l'acier de précontrainte.

f_{cj} : Résistance caractéristique du béton à la compression à j jours (f_{c28} à 28 jours).

f_{tj} : Résistance caractéristique du béton à la traction à j jours (f_{t28} à 28 jours).

σ_s : contrainte de traction dans l'acier passif

σ_p : contrainte de traction dans l'acier de précontrainte.

σ_{bc} : contrainte de compression du béton.

τ_{bt} : contrainte de traction du béton

τ : contrainte de cisaillement

4) Géométrie :

A_s : Aire d'une section d'armature passive.

A_p : Aire d'une section d'armature de précontrainte.

A_t : somme des aires des sections droites d'un cour d'armature passive.

B_t : aire de la zone tendue.

S_t : Espacement des armatures passives transversales.

e_H , e_v : Espacement horizontal et vertical

S : moment statique

l_a : longueur d'ancrage

l_s : longueur de scellement

e_p : excentrement de la précontrainte

α : angle d'une armature passiver avec la fibre moyenne d'une poutre

β : angle d'inclinaison du calcul des bielles

5) Autre valeurs :

E_{ij} : Module d'élasticité longitudinal instantané (module d'yang) du béton à j jours.

E_p : Module d'élasticité longitudinal des acier actifs

ε_s : Allongement relatif de l'acier passif.

ε_{bc} : Raccourcissement relatif du béton comprimé

ε_p : Allongement relatif de l'acier de précontrainte.

u : coefficient sans dimension

ρ₁₀₀₀ : valeur garantie de la perte par relaxation

φ : coefficient de frottement par unité de longueur

RESUME

RESUME

L'évolution des infrastructures et des voies de communication constituent un volet très important dans le développement des pays. La réalisation de ses voies de communication nécessite parfois de franchir des obstacles. Dans ce cas figure, la réalisation des ouvrages d'art tels que les ponts, les viaducs, les passages supérieurs ou inférieurs est nécessaire.

Le but de ce travail est l'étude d'une poutre en béton précontrainte par post-tension.

L'étude des éléments constituant cet ouvrage a été faite manuellement, puis une étude

comparative de l'analyse du tablier a été effectuée en utilisant la théorie des lignes d'influence et la méthode de, et ce, par rapport à un modèle numérique en éléments finis.

Élaboré sur le logiciel de calcul EXEL.

La conception de cet ouvrage a été faite conformément aux guides et aux référentiels techniques.

Mots clé : C.I.P.E.C : Compagnie Industrielle de Précontrainte et D'Équipement des Constructions, BPDL : Bétons Préfabriqués du Lac, BFHP : Béton fibré à haute performance, ELS : État limite de service.

Summary

The evolution of infrastructures and communication routes is a very important aspect

in the development of countries. The realization of its communication channels sometimes requires

to overcome obstacles. In this case, the construction of engineering structures such as bridges,

viaducts, overpasses or underpasses are required.

The purpose of this work is the study of a concrete beam prestressed by post-tension.

The study of the elements constituting this work was done manually, then a study

comparative deck analysis was performed using influence line theory and

the method of, and this, by contribution to a numerical model in finite elements.

Elaborated on the calculation software EXEL.

The design of this work was carried out in accordance with the guides and references

techniques.

C.I.P.E.C: Industrial Company for Prestressing and D'Equipement des Constructions,
BPDL: Prefabricated concrete from the lake, **BFHP:** High-performance fiber-reinforced concrete, **ELS:** Serviceability limit state

ملخص

يعد تطور البنى التحتية وطرق الاتصال جانبًا مهمًا للغاية في تنمية البلدان. يتطلب تحقيق قنوات الاتصال الخاصة بها في بعض الأحيان للتغلب على العقبات. في هذه الحالة ، بناء الهياكل الهندسية مثل الجسور والممرات العلوية والممرات السفلية مطلوبة

الغرض من هذا العمل هو دراسة العارضة الخرسانية المجهدة مسبقًا بواسطة الشد اللاحق تمت دراسة العناصر المكونة لهذا العمل يدويًا ثم دراسة تم إجراء تحليل سطح السفينة المقارن باستخدام نظرية خط التأثير و طريقة ، وهذا ، من خلال المساهمة في النموذج العددي في العناصر المحدودة بالتفصيل في برنامج الحساب .

EXEL

تم تصميم هذا العمل وفقًا للأدلة والمراجع التقنيات

حالة حد **ELS:** الخرسانة المسلحة بالألياف عالية الأداء، **BFHP:** الخرسانة الجاهزة من البحيرة، **BPDL:** الشركة الصناعية للضغط و **C.I.P.E.C:** الخدمة