



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة غرداية
Université de Ghardaïa



كلية العلوم و التكنولوجيا

Faculté de Science et Technologie
Département Automatique

Mémoire de MASTER

Domaine : Science Technologie.
Filière : Automatique
Option : Automatique et systèmes

Présenté par

- Kerroum Fatima Zohra
- Benarouba Naouia .

THEME

Commande d'un pendule rotatif inversé par des techniques optimisées

<u>Membre de jury</u>	<u>Grade</u>	<u>Qualité</u>
Mr. BECHOUAT Mohcene	(MCA)	Encadreur
Mr. BEKKAR Belgacem	(MCB)	Examineur
Mr. BENCHAAABANE Achour	(MAA)	Examineur

Année Universitaire 2020/2021

Remerciements

En tout premier lieu, on remercie le bon Dieu, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail

On voudra adresser toute nos gratitudee au l'encadreur de notre mémoire, *Mr BECHOUAT Mohcene*, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

On désira aussi à remercier les professeurs du département d'Automate de l'université de Ghardaia, pour leurs efforts constants pour nous enseigner, leurs précieuses informations et conseils, ainsi que leurs soutiens et encouragements.

Comme on exprimer notre appréciation envers nos amis et collègues qui ont pris en charge notre soutien moral et intellectuel tout au long de notre préparation de cette mémoire.

Enfin, je remercie tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

À mes chers parents,

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous m'avez consenti pour mon instruction. Je vous remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.

À mon cher mari Abbas

L'homme qui est toujours présent dans tous mes moments heureux et difficiles, qu'il m'a pris par la main pour traverser ensemble des épreuves pénibles, qu'il m'a écouté et conseillé. Les mots ne peuvent exprimer combien je t'aime. Que dieu te garde pour moi.

À Chaïma et Ibtihal et Mouhamed,

Mes petites sœurs et mon petit frère qui ajoutent de la joie et du bonheur à ma vie

À Katia et Hadjer,

Les deux filles qui m'ont accompagné et m'ont aidé, soutenu et encouragé à réaliser ce travail.

À mes chers amis Kayssa, Iman, Hanane

En souvenir de notre sincère et profonde amitié et des moments agréables que nous avons passés ensemble. Je ne peux trouver les mots justes et sincères pour vous exprimer mon affection et mes pensées, vous êtes pour moi des sœurs et des amis sur qui je peux compter.

K. Fatima Zahra



Dédicaces

Je dédie ce travail à

Mes très chers parents,

Comme un gage d'appréciation et d'amour pour tous leurs sacrifices qu'ils ont faits pour moi, ainsi que leurs soutiens et encouragements tout au long de mes études, espérant qu'il soit une source de fierté et de bonheurs pour eux.

Mes frères et mes sœurs,

Pour leurs soutiens, encouragements et conseils, et surtout pour leurs supports dans les moments de détresse.

Mon binôme Zahra,

La fille qui a vraiment travaillé avec moi, m'a soutenu et m'a encouragé et m'a aidée tous ces années que ce soit dans les études ou la vie personnelle.

Khadija et Chaïma et Djawhar et Fatima,

Les personnes qui m'ont toujours conseillé, qui m'ont écouté et qui étaient avec moi dans les bons et les mauvais moments.

Que dieu vous garde tous pour moi.

B. Naouia



تلخيص

يتمثل الهدف من هذا العمل في دراسة ودمج تأثير خوارزميات التحسين (الخوارزميات الجينية (GA)) على أداء الضوابط التقليدية والذكية المطبقة على البندول المقلوب الدوار ، فنحن نأخذ في الاعتبار تطبيق نظريتين ، ثم نقارنها مع تلك المحسنة. النظرية الأولى هي التحكم الخطي التربيعي (LQR) والثانية هي التحكم الضبابي القائم على LQR. ستظهر نتائج المحاكاة فعالية التحسين على النظام الذي نحاول من أجله تحقيق أداء جيد من حيث وقت الاستجابة والدقة والاستقرار.

الكلمات المفتاحية : البندول الدوار المقلوب ، التحكم الخطي التربيعي LQR ، التحكم الضبابي ، الخوارزميات الجينية GA.

Résumé

L'objectif de ce travail consiste à étudier et à intégrer l'influence des algorithmes d'optimisations (les algorithmes génétiques (GA)) sur la performance des commandes conventionnelles et intelligentes appliquées au pendule inversé rotatif, nous considérons l'application de deux théories, puis on les compare avec les optimisées. La première théorie est la commande linéaire quadratique (LQR) et la deuxième est la commande Floue basé sur LQR. Les résultats de simulation démontreront l'efficacité de l'optimisation sur le système pour lequel on cherche à atteindre de bonnes performances en termes de temps de réponse, de précision et de stabilité.

Mots clés : Pendule inversé rotatif, Commande LQR, Commande Floue, Les algorithmes génétiques GA.

Abstract:

The objective of this work is to study and integrate the influence of optimization algorithms (genetic algorithms (GA)) on the performance of conventional and intelligent controls applied to the rotating inverted pendulum, we consider the application of two theories , then we compare them with the optimized ones. The first theory is Quadratic Linear Control (LQR) and the second is LQR based Fuzzy Control. The simulation results will demonstrate the effectiveness of the optimization on the system for which we are trying to achieve good performance in terms of response time, accuracy and stability.

Keywords: Inverted rotating pendulum, Quadratic Linear Control (LQR) , Fuzzy control, GAs genetic algorithms.

Sommaire

Remerciement

Dédicaces

Résumé

Introduction générale **1**

1. Introduction 2

Chapitre1 : Modélisation d'un pendule inversé rotatif

1.1	Introduction	4
1.2	Présentation d'un pendule inversé rotatif	4
1.3	Intérêt de l'étude d'un pendule inversé	6
1.3.1	En médecine	6
1.3.2	En médecine	6
1.3.3	Dans l'aérospatiale	7
1.4	Les équations du mouvement	7
1.5	Energie cinétique du système :	7
1.6	L'énergie potentielle du système	7
1.7	Equation d'Euler-Lagrange	8
1.8	Linéarisation	10
1.9	Modèle linéaire on espace d'état	10
1.10	Représentation du système dans l'espace d'état	12
1.11	Conclusion	15

Chapitre2 : Commande Floue et LQR

2.1	Introduction	17
2.2	Commande linéaire quadratique (LQR)	17
2.3	Présentation de la méthode linéaire quadratique (LQR):	18
2.4	Le critère du compromis	19
2.4.1	Vitesse de rejet de perturbations	19
2.4.2	Energie de commande	19
2.4.3	Critère du compromis	19
2.5	Choix des matrices de pondération	20
2.6	Recherche du gain du retour K	21
2.7	Organigramme de calcul de la loi de commande LQR	22
2.8	Algorithme génétique	24
2.9	Organigramme de l'algorithme génétique	25
2.9.1	Fonction de coût	25
2.10	Conception d'un contrôleur LQR	26
2.11	Présentation de la logique floue	27
2.12	Commande floue	28

2.12.1	Base de règles et définitions	29
2.12.1.1	Partition floue	29
2.12.1.2	Base de règles	30
2.12.2	Interface De Fuzzification	31
2.12.3	Mécanisme d'inférence	32
2.12.4	Interface De Défuzzification	33
2.12.4.1	Méthode Du Centre De Gravité	33
2.12.4.2	Méthode De La Moyenne Des Maximums	34
2.13	Conclusion	35

Chapitre 3 : Algorithme Génétique

3.1	Introduction	37
3.2	Principe de l'algorithme génétique	37
3.3	Structure générale de l'algorithme génétique	38
3.4	Mécanisme de fonctionnement d'un Algorithme génétique	38
3.4.1	Initialisation de La population	39
3.4.2	Codage et décodage des variables	40
3.4.3	La fonction d'adaptation	40
3.4.4	La sélection des parents	41
3.4.4.1	La sélection par tournoi	41
3.4.4.2	La sélection proportionnelle	42
3.5	La recombinaison génétique	42
3.5.1	Le Croisement	42
3.5.2	La mutation	44
3.6	La sélection finale	45
3.6.1	La sélection par descendance	45
3.6.2	La sélection par compétition	45
3.6.3	La sélection de procréation sélective	46
3.7	Les algorithmes génétiques à codage réel	46
3.7.1	L'opérateur du croisement	46
3.7.2	L'opérateur de mutation	47
3.7.3	La mutation uniforme	47
3.7.4	La mutation uniforme multiple	47
3.7.5	La mutation Gaussienne	47
3.8	Avantages et inconvénients les algorithmes génétiques	48
3.9	Conclusion	48

Chapitre 4 : Simulation et Résultat

4.1	Introduction	47
4.2	Commande linéaire quadratique relatif	47
4.2.1	Algorithme génétique LQR	48
4.3	La commande Floue	51
4.3.1	La conception de contrôleur	51
4.3.2	Stabilisation	51
4.3.3	Gains	53
4.3.4	Algorithme génétique floue	54
4.4	Résultats et comparaisent	55
4.5	Conclusion	59

Conclusion générale

60

références.

62

Liste des figures

Figure 1.1 : Composants du pendule inversé rotatif	4
Figure 1.2 : Schéma du pendule inversé rotatif.	5
Figure 1.3 : Le corps de l'être humain vu comme un double pendule	6
Figure 1.4 : Le robot et sa représentation 3D.	7
Figure 2.1 : Principe d'une commande LQR	17
Figure 2.2 : Organigramme de calcul de la loi de commande optimale quadratique	22
Figure 2.3 : Commande optimale en boucle fermée.	23
Figure 2.4 : Organigramme de l'algorithme génétique.	25
Figure 2.5 : Structure du raisonnement humain.	27
Figure 2.2 : Erreur E_1 en fonction de la charge informatique	29
Figure 2.7 : Méthode de fuzzification pour une mesure exacte	31
Figure 2.8 : Méthode de fuzzification pour une mesure incertaine	32
Figure 2.9 : Méthode du centre de gravité.	33
Figure 2.10 : Comparaison des méthodes de défuzzification et sauts de commande par la méthode moyenne des maximums	34
Figure 3.1 : Structure de l'algorithme génétique.	38
Figure 3.2 : Croisement avec un point de croisement	42
Figure 3.3 : Croisement K point ou multipoint.	44
Figure 3.5 : Mutation uniforme.	45
Figure 3.6 : Chromosome d'un individu dans les algorithmes génétiques à codage réel	46
Figure 4.1 : Model linéaire quadratique relatif.	48
Figure 4.2 : Optimisation de la commande LQR.	50
Figure 4.3 : Model algorithme génétique LQR.	50
Figure 4.4 : Model de la commande Floue..	51
Figure 4.5 : Fonction d'appartenance triangulaire de sortie normalité.	53
Figure 4.6 : Surface de flou mappé..	53
Figure 4.7 : Le modèle de stabilisation contient deux blocs Fuzzy.	54
Figure 4.8 : Résultat d'optimisation de la commande floue	55
Figure 4.9 : Model de l'algorithme génétique floue.	55
Figure 4.10 : Les angles de bras $\theta(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme	56
Figure 4.11 : Les angles de pendule $\alpha(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme.	56
Figure 4.12 : Les vitesses angulaires de bras $\dot{\theta}(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme	57
Figure 4.13 : Les vitesses angulaires de pendule $\dot{\alpha}(t)$ pour les deux commandes	57

Floue + LQR et Génétique algorithme	
Figure 4.14 : Les entrées de système $u(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme	58
Figure 4.15 : Zoom Les entrées de système $u(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme	58

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Nomenclature des composants du pendule inversé rotatif	5
Tableau 1.2 : Les paramètres du pendule inversé rotatif.	10
Tableau 2.1 : Trois approches de l'intelligence artificielle	25

Liste des symboles

L : Lagrange.

E_c : l'énergie cinétique

E_p : L'énergie potentielle

θ : L'angle de bras.

α : L'angle de pendule.

A : La matrice.

Q : La force.

τ : Le couple.

Liste des abréviations

LQR : Régulateur Linéaire Quadratique.

BO : Boucle ouverte.

BF : Boucle Fermée.

PIR : Pendule Inversé Rotatif.

FIS: Fuzzy Interface System (en Matlab).

GA : Génétique algorithme.

Introduction générale

Le développement scientifique et technologique s'introduit de plus en plus dans la vie quotidienne de l'homme, l'automatique a pour but de minimiser l'intervention humaine pour accomplir des missions difficiles ou nécessitant des efforts qui dépassent ses capacités physiques

Parmi les cas les plus étudiés en automatique est le pendule inversé qui est le plus célèbre. Ce dernier, représente un référence pour tester les nouvelles méthodes de commande, car il possède plusieurs caractéristiques attrayantes : c'est un système fortement non linéaire, couplé, instable et il possède plusieurs implications pratiques. Il existe de nombreuses formes du Pendule Inversé, parmi les le Pendule Inversé rotatif.

Le pendule inversé rotatif appelé pendule de Furuta consiste en un bras dans le plan horizontal qui est actionné par un moteur à courant continu. Au bout de ce bras horizontal, un second bras est attaché et est libre de tourner dans le plan vertical (les plans de rotation des deux bras sont perpendiculaires). A l'aide d'un contrôleur, il est possible de maintenir le bras vertical en équilibre instable.

Dans ce mémoire, le but est commande la stabilité du pendule autour de son point d'équilibre instable (pointant vers le haut). Nous utilisons deux contrôleurs (commande floue et commande linéaire quadratique LQR)

Ce travail est organisé de la manière suivante :

Dans le premier chapitre, nous présenterons le pendule inversé rotatif ainsi que leurs applications dans plusieurs domaines pour montrer l'intérêt major de l'étude d'un pendule inversé.

Dans le deuxième chapitre, nous déterminons les deux commandes (LQR et Floue) que nous utiliserons pour contrôler notre système et nous présentons leurs principes de fonctionnement.

Le troisième chapitre sera sur l'algorithme génétique qui est un algorithme d'optimisation où nous allons parler sur le principe de fonctionnement de cette technique.

Le quatrième chapitre sera la partie simulation sur Matlab (Simulink) qui est comparaison des deux commandes linéaire quadratique et commande floue

A la fin, nous donnons une conclusion générale pour ce projet, discutant l'intérêt de cette étude, ainsi les travaux futurs à considérer.

Chapitre 1

*M*odélisation d'un pendule inversé rotatif

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous intéressent sur l'étude d'un pendule inversé rotatif. Au début, nous présenterons le pendule inversé rotatif et son intérêt de l'étude de ce système. Puis, nous élaborons son modèle dynamique par le formalisme d'Euler-Lagrange. Enfin, nous présentons ce système dans l'espace d'état

1.2 Présentation d'un pendule inversé rotatif

Le pendule inversé rotatif est une combinaison du pendule inversé qui a un centre de gravité au-dessus de son point de pivot et du pendule simple qui il est stable quand il est suspendu vers le bas.

Le pendule inversé rotatif est composé d'un moteur SVR02, qui entraîne un bras disposant à son extrémité un pendule (tige) lié l'un à l'autre par une liaison pivot. Ce système possède deux capteurs (une roue codeuse chacune, voir N°9 de Tableau 1.1 qui nous renseignent sur l'angle du pendule par rapport au bras et sur l'angle du bras par rapport au bâti. Notons que le pendule inversé rotatif est un système mécanique sous-actionné c'est-à-dire il est caractérisé par un nombre d'entrées de commande inférieur au nombre de degrés de liberté. Les différents éléments du pendule sont décrits par la Figure (1.1) [1].

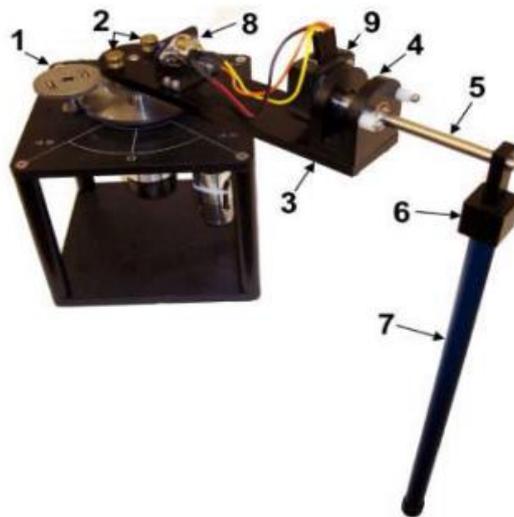


Figure 1.1 : Composants du pendule inversé rotatif [1].

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

Tableau 1.1 : Nomenclature des composants du pendule inversé rotatif [1].

N°	Composant
1	SRV02
2	VIS
3	Bras
4	Logement d'arbre
5	Arbre
6	Raccord
7	Pendule
8	Connecteur de l'encodeur
9	Encodeur

Une représentation schématique du pendule est donnée dans la Figure (1.2). Le pendule inversé est relié à l'extrémité du bras rotatif L_r (son moment d'inertie J_r et son angle θ). Il a une longueur totale de L_p . Le moment d'inertie autour de son centre de masse est J_p . L'angle du pendule inversé α est nul lorsqu'il est parfaitement droit en position verticale et augmente positivement lorsqu'il est tourné dans le sens antihoraire [2].

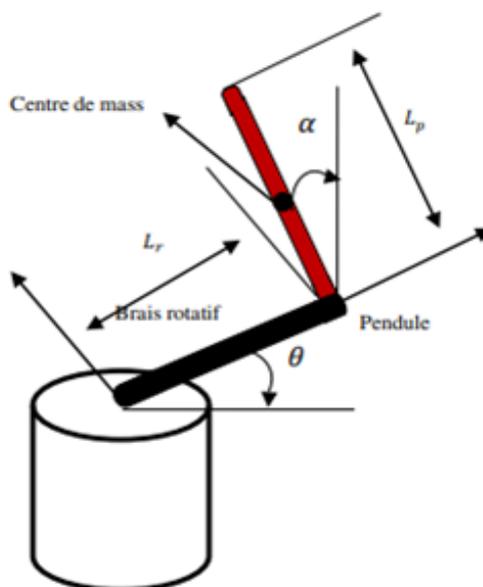


Figure 1.2 : Schéma du pendule inversé rotatif [1].

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

1.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé

L'étude des systèmes à pendule est illustrée par les exemples d'application cités ci-dessous [3] :

1.3.1 En médecine

L'homme est en fait un pendule inversé double dont les deux axes de rotations sont les chevilles et les hanches. Afin de tenir debout, les articulations travaillent sans cesse, et l'étude de ce modèle est importante pour la construction de prothèses.

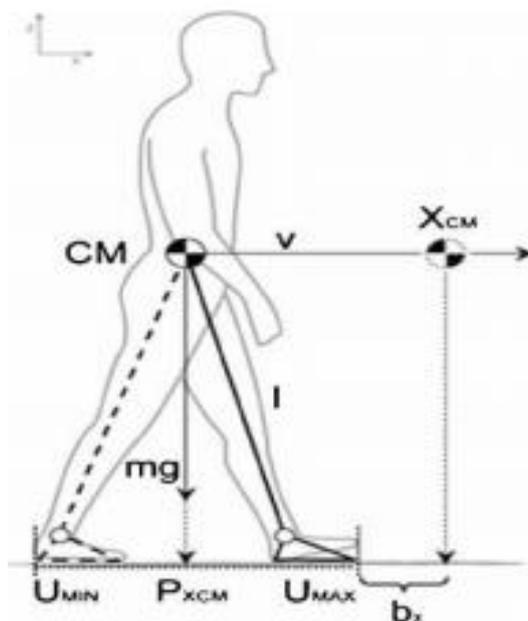


Figure 1.3 : Le corps de l'être humain vu comme un double pendule [1].

1.3.2 En robotique

Dans le même ordre d'idée, un robot est vu comme un pendule inversé. Pour maintenir le robot en équilibre il suffit de stabiliser le pendule inversé correspondant à sa position verticale au cours de son déplacement et en présence d'autres perturbations



Figure 1.4 : Le robot et sa représentation 3D [1].

1.3.3 Dans l'aérospatiale

Dans ce domaine aussi, l'étude des systèmes à pendules a une grande importance, par exemple pour commander et stabiliser l'attitude du satellite, le lancement des fusées ...etc.

1.4. Les équations du mouvement

Il existe deux méthodes de détermination des équations du mouvement d'un pendule inversé : celle de la loi fondamentale de la dynamique (LFD) de Newton qui est basée sur le concept de force, et celle de formalisme d'Euler-Lagrange, qui est basée sur le principe de la conservation d'énergie mécanique. Dans ce travail on s'intéresse au formalisme d'Euler-Lagrange dans lequel le lagrangien (L) est *défini* comme une différence entre l'énergie cinétique (E_c) et l'énergie potentielle (E_p) du système :

$$L = E_c - E_p \quad (1.1)$$

1.5. Energie cinétique du système

L'énergie cinétique totale du système est

$$E_c = E_{c \text{ pend}} + E_{c \text{ bras}} = \frac{1}{2} m_p v^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}^2 \quad (1.2)$$

1.6. L'énergie potentielle du système

L'énergie potentielle totale du système est :

$$E_p = \frac{1}{2} m_p g L_p \cos \alpha \quad (1.3)$$

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

Pour atteindre la vitesse de centre du pendule, les coordonnées de centre de masse p du pendule sont déterminées dans l'équation. [1.4] à l'équation [1.3].

$$P_x = L_r \cos(\theta) + \frac{1}{2} L_p \sin(\alpha) \sin(\theta) \quad (1.4)$$

$$P_y = L_r \cos(\theta) - \frac{1}{2} L_p \sin(\alpha) \sin(\theta) \quad (1.5)$$

$$P_z = \frac{1}{2} L_p \cos(\alpha) \quad (1.6)$$

En prenant des dérivées des positions, on trouve la vitesse de la masse p , donc l'équation de Lagrange devient comme :

$$L = \frac{1}{2} \left(J_r + m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \sin^2(\alpha) \right) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \dot{\alpha}^2 - \frac{1}{2} m_p L_r L_p \cos \alpha \dot{\theta} \dot{\alpha} - \frac{1}{2} m_p g L_p \cos \alpha \quad (1.7)$$

1.7. Equation d'Euler-Lagrange

La méthode de Lagrange, mise de l'avant en 1788 dans son célèbre traité la mécanique analytique, a pour but d'établir de manière systématique les équations différentielles déterminant le mouvement du système mécanique étudiée en fonction des coordonnées généralisées, à partir simplement de l'expression de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle Cette méthode systématique est souvent utilisée pour modéliser des systèmes complexes tels que des manipulateurs de robots à plusieurs articulations .

Plus précisément, les équations décrivant le mouvement du bras rotatif et du pendule par rapport à la tension du servomoteur seront obtenues à l'aide de l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1.8)$$

Les coordonnées généralisées Pour le système, posons

$$q(t)T = [\theta(t) \alpha(t)] \quad (1.9)$$

Où $\theta(t)$ est l'angle du bras rotatif et $\alpha(t)$ est l'angle du pendule. Les équations d'Euler-Lagrangien du pendule rotatif sont :

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_1 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = Q_2 \quad (1.11)$$

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

Les forces généralisées Q_1 sont utilisées pour décrire les forces non conservatives appliquées au système par rapport aux coordonnées généralisées. Dans ce cas, la force généralisée agissant sur le bras rotatif où Q_1 et Q_2 sont les forces non conservatrices (par exemple, le frottement) appliquées au système. Pour les forces qui concernent le bras (Q_1), il y a des frottements visqueux et le couple résultant du moteur à courant continu et pour le pendule (Q_2), il y a seulement des frottements visqueux qui sont pris en compte. Alors Q_1 peut être défini comme suit :

$$Q_1 = \tau - B_r \dot{\theta} \quad (1.12)$$

et Q_2 comme suit :

$$Q_2 = -B_p \dot{\alpha} \quad (1.13)$$

Où τ est le couple appliqué aux bras rotatif et B_p et B_r sont respectivement les coefficients de frottement visqueux du pendule du bras. Le lagrangien du système est décrit comme suit :

$$L = T - V \quad (1.14)$$

Où T est l'énergie cinétique totale et V est l'énergie potentielle totale du système. Finalement, après des calculs on obtient un jeu de deux équations différentielles qui décrivent le mouvement du procédé :

$$\left(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \sin(\alpha)^2 + J_r \right) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \right) \ddot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\theta} \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha}^2 = \tau - B_r \dot{\theta} \quad (1.15)$$

$$-\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) - \frac{1}{2} m_p L_p g \sin(\alpha) = -B_p \dot{\alpha} \quad (1.16)$$

Avec le couple τ , qui généré par un servomoteur, est décrit par l'équation suivant :

$$\tau = \frac{\eta_g k_g \eta_m k_t (v_m - k_g k_m \dot{\theta})}{R_m} \quad (1.17)$$

Les paramètres du moteur et du pendule inversé rotatif sont donnés avec leurs unités dans le Tableau 1.2 :

Tableau 1.2 : Les paramètres t du pendule inversé rotatif.

paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Masse du pendule	m_p	0.024	Kg
Longueur de bras total	L_r	0.85	M
Longueur de pendule total	L_p	0.129	M
Moment d'inertie du bras	J_r	0.036	$Kg.m^{-2}$
Moment d'inertie du pendule	J_p	0.0012	$Kg.m^{-2}$
Coefficient d'amortissement visqueux équivalent du bras	B_r	0.0015	N.m.s/rad
Coefficient d'amortissement visqueux équivalent du pendule	B_p	0.005	N.m.s/rad
La gravite	G	9.81	$Kg.m^{-1}$

1.8 Linéarisation

Les équations non linéaires(1.15) et(1.16) sont linéarisées autour du point de fonctionnement $[\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}, \ddot{\theta}, \ddot{\alpha}]$ Les équations du mouvement linéaires résultantes du pendule inversé sont définies comme suit :

$$(m_p L_r^2 + J_r)\ddot{\theta} - \frac{1}{2}m_p L_p L_r \ddot{\alpha} = \tau - B_r \dot{\theta} \tag{1.18}$$

$$\frac{1}{2}m_p L_r L_p \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4}m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} + \frac{1}{2}m_p L_p g \alpha = -B_p \dot{\alpha} \tag{1.19}$$

1.9 Modèle linéaire on espace d'état

Linéarisation de la première équation pendulaire rotative inversée non linéaire, équation (1.15) Les conditions initiales pour toutes les variables sont zéro, c'est-à-dire $\theta_0 = 0, \alpha_0 = 0, \dot{\theta} = 0, \dot{\alpha}_0 = 0$

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

$$f(z) = (m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \sin(\alpha)^2 + J_r) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha)\right) \ddot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)\right) \dot{\theta} \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha)\right) \dot{\alpha}^2 = \tau \quad (1.20)$$

Linéarisation de la première équation pendulaire rotative inversée non linéaire, équation (1.15). Les conditions initiales pour toutes les variables sont zéro.

La linéarisation de $f(z)$ par rapport à $\ddot{\theta}$ donne :

$$\left(\frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\theta}}\right) |_{z=z_0} = m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \sin(0)^2 + J_r = m_p L_r^2 + J_r \quad (1.21)$$

En linéarisant $f(z)$ par rapport à $\ddot{\alpha}$ on obtient :

$$|_{z=z_0} = \frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(0) = \frac{1}{2} m_p L_p L_r \quad (1.22)$$

Tous les autres termes sont les suivants :

$$\left(\frac{\partial f(z)}{\partial \dot{\theta}}\right) |_{z=z_0} = 0 \quad \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \dot{\alpha}}\right) |_{z=z_0} = 0 \quad (1.23)$$

$$\left(\frac{\partial f(z)}{\partial \theta}\right) |_{z=z_0} = 0 \quad \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \alpha}\right) |_{z=z_0} = 0 \quad f(0) = 0 \quad (2.4)$$

$$f_{lin}(z) = f(0) + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\theta}}\right) |_{z=z_0} \ddot{\theta} + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\alpha}}\right) |_{z=z_0} \ddot{\alpha} + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \dot{\theta}}\right) |_{z=z_0} \dot{\theta} + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \dot{\alpha}}\right) |_{z=z_0} \dot{\alpha} + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \theta}\right) |_{z=z_0} \theta + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \alpha}\right) |_{z=z_0} \alpha \quad (1.25)$$

En évaluant l'équation(1.21) on obtient :

$$f_{lin}(z) = (m_p L_r^2 + J_r) \ddot{\theta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r \ddot{\alpha} \quad (1.25)$$

En intégrant cela dans l'équation d'origine, nous obtenons l'équation du mouvement linéaire suivante :

$$(m_p L_r^2 + J_r) \ddot{\theta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r \ddot{\alpha} = \tau - B_r \dot{\theta} \quad (1.26)$$

Linéariser la deuxième équation du pendule rotatif inversé non linéaire, équation (1.16) avec les conditions initiales $\theta_0 = 0, \alpha_0 = 0, \dot{\theta} = 0, \dot{\alpha}_0 = 0$

Les mêmes principes que ceux utilisés pour linéariser la première l'équation du mouvement non linéaire peuvent être utilisés à cet effet. Le côté gauche de l'équation (1.16) est :

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

$$f(z) - \frac{1}{2}m_p L_p L_r \cos(\alpha)\ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4}m_p L_p^2\right)\ddot{\alpha} - \frac{1}{4}m_p L_p^2 \cos(\alpha)\sin(\alpha)\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}m_p L_p g \sin(\alpha) \quad (1.27)$$

La linéarisation donnée dans l'équation (1.21) est utilisée pour cette équation. La solution aux dérivés à base de $\ddot{\theta}$, $\ddot{\alpha}$ et α est :

$$\left(\frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\theta}}\right) |_{z=z_0} = -\frac{1}{2}m_p L_p L_r \quad (1.28)$$

$$\left(\frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\alpha}}\right) |_{z=z_0} = J_p + \frac{1}{4}m_p L_p^2 \quad (1.29)$$

$$\left(\frac{\partial f(z)}{\partial \alpha}\right) |_{z=z_0} = -\frac{1}{2}m_p L_p g \quad (1.30)$$

Les autres dérivés à base de $\dot{\theta}, \dot{\alpha}$ et θ sont zéro et $f(z_0) = 0$. En évaluant la fonction $f_{lin}(z)$, on obtient :

$$f_{lin}(z) = -\frac{1}{2}m_p L_p L_r \ddot{\theta} + J_p + \left(\frac{1}{4}m_p L_p^2\right)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}m_p L_p g \alpha \quad (1.31)$$

$$-\frac{1}{2}m_p L_p L_r \ddot{\theta} + J_p + \left(\frac{1}{4}m_p L_p^2\right)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}m_p L_p g \alpha = -B_p \dot{\alpha} \quad (1.32)$$

1.10 Représentation du système dans l'espace d'état

L' équation linéaire d'état-espace sont :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.33)$$

$$y = Cx + Du \quad (1.34)$$

Soit x est l'état, u est l'entrée de contrôle. A, B, C, D sont les matrices d'état. Pour le système à pendule inversé rotatif, les équations d'état et de sortie sont définies comme suit :

$$x^T = [\theta \ \alpha \ \dot{\theta} \ \dot{\alpha}] \quad \dot{x}^T = [\dot{\theta} \ \dot{\alpha} \ \ddot{\theta} \ \ddot{\alpha}] \quad (1.35)$$

$$y^T = [\theta \ \alpha]$$

L'équation d'état devient :

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

$$\begin{bmatrix} m_p L_r^2 + J_r & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ -\frac{1}{2} m_p L_p L_r & J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_r & 0 \\ 0 & B_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} m_p L_p g \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

$$\begin{bmatrix} m_p L_r^2 + J_r & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ -\frac{1}{2} m_p L_p L_r & J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - B_r \dot{\theta} \\ \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

$$\begin{bmatrix} m_p L_r^2 + J_r & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ -\frac{1}{2} m_p L_p L_r & J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{J_T} \begin{bmatrix} J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 & \frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ \frac{1}{2} m_p L_p L_r & m_p L_r^2 + J_r \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

En utilisant l'allusion en haut, l'inverse de la matrice est :

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \frac{1}{J_T} \begin{bmatrix} J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 & \frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ \frac{1}{2} m_p L_p L_r & m_p L_r^2 + J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau - B_r \dot{\theta} \\ \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

Le déterminant de la matrice est égal à :

$$J_T = (m_p L_r^2 + J_r) \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) - \frac{1}{4} m_p^2 L_p^2 L_r^2 = J_p m_p L_r^2 + J_r J_p + \frac{1}{4} J_r m_p L_p^2 \quad (1.40)$$

Résoudre les conditions d'accélération :

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \frac{1}{J_T} \begin{bmatrix} J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 & \frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ \frac{1}{2} m_p L_p L_r & m_p L_r^2 + J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau - B_r \dot{\theta} \\ \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

La première équation est :

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_T} \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) (\tau - B_r \dot{\theta}) + \frac{1}{2 J_T} m_p L_p L_r \left(\frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \right) \quad (1.42)$$

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

Élargir l'équation et collecter des termes similaires nous donne :

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_T} \left(-\left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) B_r \dot{\theta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_p \dot{\alpha} + \frac{1}{4} m_p^2 L_p^2 L_r g \alpha + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \tau \right) \quad (1.43)$$

Pour la deuxième équation, la multiplication de la matrice conduit à :

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{2J_T} m_p L_p L_r (\tau - B_r \dot{\theta}) + \frac{1}{J_T} (J_r + m_p L_r^2) \left(\frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \right) \quad (1.44)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{J_T} \left(-\frac{1}{2} m_p L_p L_r B_r \dot{\theta} - (J_r + m_p L_r^2) B_p \dot{\alpha} + \frac{1}{2} m_p L_p g (J_r + m_p L_r^2) \alpha + \frac{1}{2} m_p L_p L_r \tau \right) \quad (1.45)$$

La substitution de x dans l'équation (1.44) et l'équation (1.46) donne :

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{J_T} \left(-\left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) B_r x_3 - \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_p x_4 + \frac{1}{4} m_p^2 L_p^2 L_r g x_2 + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) u \right) \quad (1.46)$$

et

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{J_T} \left(-\frac{1}{2} m_p L_p L_r B_r x_3 - (J_r + m_p L_r^2) B_p x_4 + \frac{1}{2} m_p L_p g (J_r + m_p L_r^2) x_2 + \frac{1}{2} m_p L_p L_r u \right) \quad (1.47)$$

Forme $\dot{x}_1 = x_3$ en $x_2 = x_4$ substituant x dans les termes d'accélération, les matrices spatiales A et B peuvent être calculés

Les matrices A et B dans l'équation $\dot{x} = Ax + Bu$ sont :

$$A = \frac{1}{J_T} \begin{bmatrix} 0 & 0 & J_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{4} m_p^2 L_p^2 L_r g & -\left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) B_r & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r B_p \\ 0 & \frac{1}{2} m_p L_p g (J_r + m_p L_r^2) & \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_r & -(J_r + m_p L_r^2) B_p \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Modélisation d'un pendule inversé rotatif

$$B = \frac{1}{J_r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_p + \frac{1}{4}m_p L_p^2 \\ \frac{1}{2}m_p L_p L_r \end{bmatrix} \quad (1.49)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

1.11 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué une étude détaillée sur le pendule inversé rotatif et sur le développement de son modèle mathématique, ensuite on a utilisé le formalisme d'Euler-Lagrange pour établir les équations dynamiques. Enfin on a présenté ce système dans l'espace d'état par la linéarisation du modèle autour le point d'équilibre. Le chapitre suivant sera consacré à l'application des deux commandes floue et LQR afin de découvrir qui est le meilleur.

Chapitre 2

*C*ommande *lQR* et *Floue*

2.1 Introduction

Les problèmes de la commande optimale se rencontrent dans la vie de tous Les jours : comment arriver à destination le plus rapidement possible, comment minimiser sa consommation...etc. Pour un système dynamique donné et dont les équations sont connues, Ce chapitre a pour but, d'implémenter les deux commandes floue et LQR pour un pendule inversé rotatif de Quanser [1], qui doit être contrôlé dans sa position désiré, pour un seul objectif est de diminuer le dépassement, diminuer le temps de réponse et le temps de monté afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation et d'avoir un système précis et stable.

A la fin on va faire une comparaison des résultats de simulation obtenus entre les deux commandes et déduire la mieux adaptée

2.2 Commande linéaire quadratique (LQR)

La commande linéaire quadratique : LQ ou LQR pour « linéaire Quadratique régulateur », est une loi de commande optimale $u(t)$ en boucle fermée qui permet d'assurer les performances désirées. Est l'une des méthodes de conception la plus largement ré pondue pour le contrôle et la stabilité de système selon les différents critères.

Des études ont réalisé comparant des propriétés de contrôleurs dans différent applications. On parle de la commande linéaire quadratique lorsque le système est linéaire et le critère à minimisé est quadratique, cette commande est définie comme étant une commande optimale par retour d'état [8] Le principe de la commande LQR est présenté dans la figure [2.1]

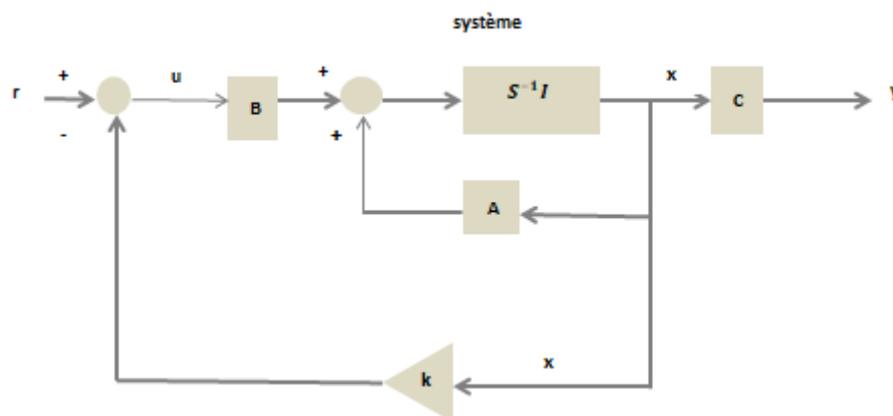


Figure 2.1 : Principe d'une commande LQR.

On a :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = cx(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Le paire (A, B) est stabilisable, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de mode instable et ingouvernable dans le système. Soit un régulateur par retour d'états dont le processus obéit à une équation d'état. Le problème simplifié du régulateur linéaire quadratique consiste à trouver la matrice du correcteur K.

Le calcul de la matrice de gain K optimal est un retour d'état sous la forme :

$$u = -K.x(t) \quad (2.2)$$

Est déterminé pour but la minimisation du critère quadratique suivant :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (2.3)$$

Où Q est une matrice diagonale de pondération d'ordre (n*n) qui assure la pénalisation du vecteur d'état pour chaque variable d'état selon le coefficient attribué, x présente le vecteur d'état, et R est un scalaire qui représente la pénalisation sur l'énergie fournie en entrée. [14]. On veut amener x à un état désiré :

- A moindre cout.
- Bien réagir aux perturbations.
- Contrôler u linéairement grâce à x de manière optimale.

2.3 Présentation de la méthode linéaire quadratique (LQR)

On utilise la loi de commande : $u(t) = -K.x(t)$, pour contrôler U grâce à x. Le problème est de trouver un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité, performance et énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état K, Si on travaille en temps fini, R varie avec le Temps. On observe tout de même que R est constant sur une grande portion ; il ne varie qu'au début de l'asservissement, par exemple lors du décollage d'un avion, ou bien à son atterrissage. On sépare donc le problème en deux :

- Trouver le K de la partie constante, qui servira pour la plus grande partie du temps d'asservissement.

- Trouver tous les K correspondant à tous les de la partie critique, mais cela nécessite des calculs lourds, car il faut effectuer des calculs en récurrence inversée. C'est pour cela que dans les cas d'asservissements non critiques, on choisit souvent de les ignorer.

2.4 Le critère du compromis

2.4.1 Vitesse de rejet de perturbations

$$J_x = \sum_{n=1}^{\infty} X_d^T(k) Q X_d(k) \quad (2.4)$$

2.4.2 Energie de commande

On peut évaluer l'énergie de commande par le critère :

$$J_U = \sum_{n=1}^{\infty} u^T(K) R u(K) \quad (2.5)$$

2.4.3 Critère du compromis

$$J(x_0, k_0, u) = J_x + J_U = \sum_{n=1}^{\infty} X_d^T(k) Q X_d(k) + \sum_{n=1}^{\infty} U^T R U (k)^2 \quad (2.6)$$

Où : R et Q : Sont des matrices de pondération symétriques définies positive et semi positive respectivement.

$$U^T(k) R U (k) > 0, X_d^T(k) Q X_d(k) \geq 0 \quad (2.7)$$

Dans le cas d'un problème LTI (linéaire à temps invariant) le gain du retour statique l est une constante, les matrices Q et R doivent être spécifiées : les performances de la commande dépendent fortement des valeurs numériques des coefficients de ces matrices.

L'opérateur doit choisir les matrices de pondération. Ce résultat est important du point de vue des applications, car il permet de mettre en œuvre une commande en boucle fermée Fonction de l'état du système ; le gain de retour K est constant et ne dépend que des Paramètres du système et des matrices de pondérations Q et R du critère d'optimisation.

2.5 Choix des matrices de pondération

La commande LQR permet de calculer une loi de commande linéaire optimale grâce à une fonction de cout J , que LQR minimise. Q et R sont alors les matrices de pondération de x et u de la fonction de cout.

La détermination du signal de commande demande de fixer les matrices de pondération R et Q . Ce degré de liberté permet de gérer quelques problèmes pratiques. Par exemple, Q peut être choisi relativement large dans les premiers instants pour pénaliser les erreurs initiales généralement importantes puis diminuer en régime permanent. Cependant, pour simplifier la détermination de ces matrices, il est généralement préféré de les rendre invariantes et diagonales. En effet, en procédant ainsi, on se ramène au choix de m scalaires pour R et n scalaires pour Q . Une approche simple consiste à :

- Choisir simplement des matrices de pondération de type identité.
- Accélérer ou décélérer globalement la dynamique du système en multipliant la matrice Q par un scalaire supérieur ou inférieur à 1, jusqu'à obtenir une dynamique moyenne adaptée. Si l'analyse du système met en évidence que certains états présentent des dynamiques relatives trop lentes (resp. Rapides), les éléments diagonaux correspondants peuvent alors être augmentés.
- Modifier les valeurs des éléments diagonaux de la matrice R en fonction des sollicitations admissibles au niveau des actionneurs.

Ces étapes sont généralement réitérées jusqu'à obtenir un correcteur satisfaisant le cahier des charges. Remarquez que la multiplication de ces matrices par un même scalaire laisse inchangée la matrice K. Cependant, Q doit être semi-définie positive et R définie positive. Elles expriment les préférences de l'ingénieur pour le contrôle sur A et B. Pour commencer, on se limite à l'élaboration de matrices de pondération diagonales. Il n'existe pas de manière systématique pour les calculer car elles ne représentent que des préférences mais il existe certaines heuristiques pour se donner une valeur de départ selon la règle de Bryson qui suggère de choisir des matrices de pondération diagonales, dont les coefficients diagonaux sont égaux au carré de l'inverse de l'écart maximum souhaité sur la variable correspondante. Bryson indique également que cette règle ne fournit que des valeurs initiales, que l'on peut ensuite améliorer par simulation successives [14].

Le choix des matrices de pondération favorise notamment l'économie d'énergie [8]. On peut ensuite affiner les matrices initiales jusqu'à un résultat satisfaisant avec la méthode de tâtonnement.

$$R = \text{diag} (r_1, r_2 \dots r_m) ; \quad (2.8)$$

$$Q = \text{diag} (q_1, q_2 \dots q_n) \quad (2.9)$$

$$r_i = \frac{1}{\text{sup}(u_i)}; \quad q_i = \frac{1}{\text{sup}(y_i)} \quad i= 1,2, \dots, n \quad , \quad i= 1,2, \dots, m. \quad (2.10)$$

2.6 Recherche du gain du retour (K)

Pour trouver le gain du retour K en temps infini, on applique la formule suivante :

$$K = (R + B_d^T P B_d)^{-1} B_d^T P B_d \quad (2.11)$$

P est obtenu par la résolution de l'équation de Riccati :

$$K = Q + A_d^T (p - p B_d (R + B_d^T P B_d)^{-1} B_d^T P) A_d = 0 \quad (2.12)$$

L'équation différentielle décrivant le comportement du système en boucle fermée :

$$\dot{x}(k) = (A_d - B_d k) x(k) \quad (2.13)$$

2.7 Organigramme de calcul de la loi de commande LQR

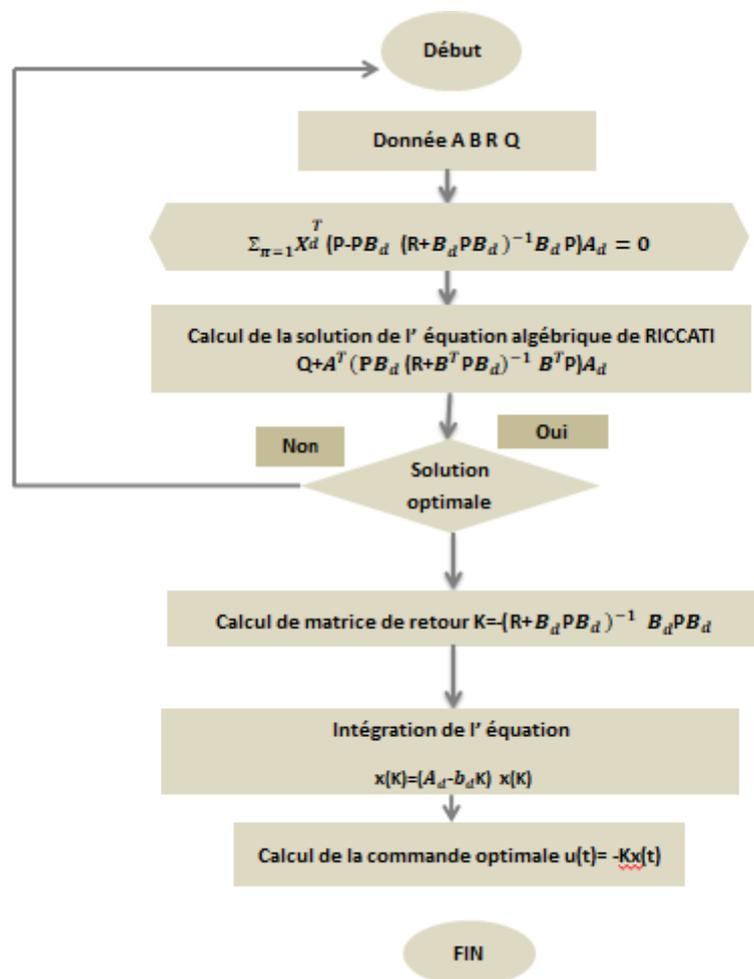


Figure 2.2 : Organigramme de calcul de la loi de commande optimale quadratique

Un schéma explicite du système de commande optimale avec critère quadratique est donné comme suit :

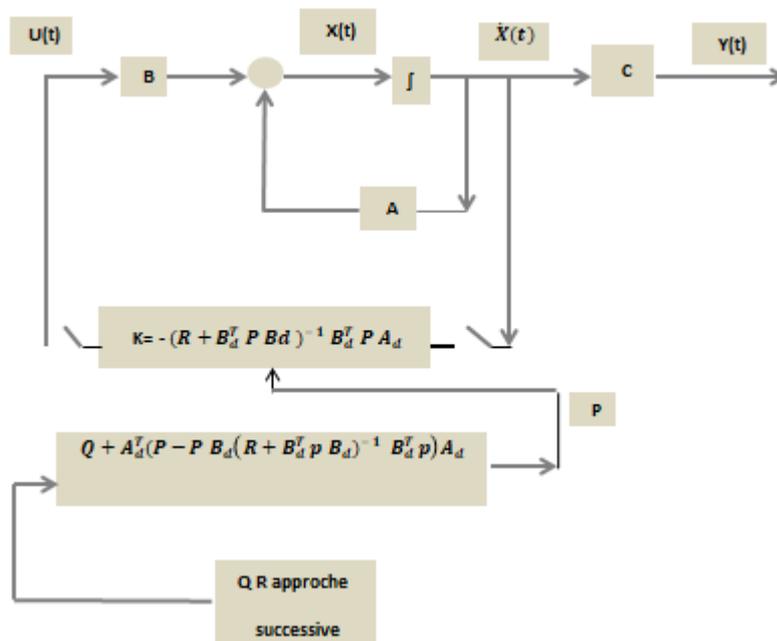


Figure 2.3 : Commande optimale en boucle fermée.

La différence avec la commande par placement de pôles apparaît dans le fait que la matrice de gain K est calculée en fonction des contraintes imposées sur le système, contraintes qui s'expriment à travers les pondérations R et Q .

Où :

$X(t)$: vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$.

A : matrice d'état du système de dimension $(n \times n)$.

$U(t)$: vecteur de commande de dimension $(q \times 1)$.

B : matrice de commande de dimension $(n \times q)$.

$Y(t)$: vecteur de mesure en sortie de dimension $(p \times 1)$.

C : matrice d'observation de dimension $(n \times n)$.

D : est la matrice d'intervention directe de l'entrée sur la sortie de dimension $(p \times q)$.

2.8 Présentation de la logique floue

L'être humain, pour parvenir à prendre une décision, analyse les informations peu précises ou incomplètes du monde extérieur en fonction de ses expériences antérieures sur des situations semblables.

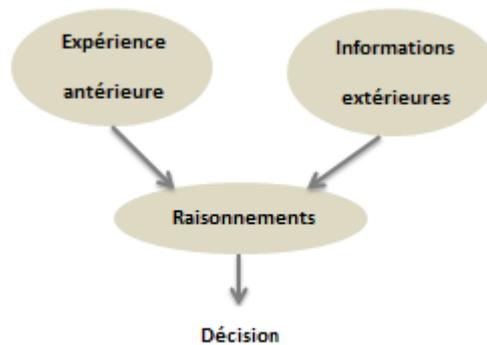


Figure 2.3 : Structure du raisonnement humain.

Dans les machines, la logique floue est l'une des approches envisagées afin d'accroître "l'intelligence" des machines, c'est-à-dire à analyser l'environnement extérieur et à s'adapter à celui-ci. Pour ce faire, ces approches tentent d'imiter le raisonnement humain.

Le tableau 2.1 présente trois approches particulières utilisées afin d'approcher ce schéma de raisonnement : *les réseaux de neurones, l'intelligence artificielle et la logique floue.*

	Réseaux de Neurones	Intelligence Artificielle	Logique floue
Expérience	Mémoire distribuée	Base de règles	Base de règles
Informations extérieures	Couche de neurones En contact avec l'extérieur	Fait déterminé	Fait observé, non déterminé
Méthode de raisonnement	Interaction entre les Neurones	Inférence	Inférence floue

Tableau 2.1 : Trois approches de l'intelligence artificielle [9].

La logique floue peut être envisagée comme une extension de la logique booléenne. Ainsi, alors qu'en logique classique l'appartenance d'un élément à un sous-ensemble donné est une valeur binaire (0 ou 1), la théorie des sous-ensembles flous considère cette appartenance comme une valeur réelle dans l'intervalle $[0 ; 1]$. Comme dans le cas de la logique conventionnelle, une valeur nulle n'implique la non-appartenance de l'élément au sous ensemble, tandis que la valeur 1 indique que l'élément appartient au sous-ensemble considéré.

2.9 Commande floue

De façon générale, un système de commande a pour objectif de piloter l'entrée d'un processus afin d'obtenir un fonctionnement correct de ce dernier. Lorsqu'on dispose d'un modèle plus ou moins précis du système à commander, on peut utiliser un contrôleur de structure standard, dont les paramètres seront évalués à partir du modèle. Malheureusement, lorsque le système est difficilement modélisable, la conception du contrôleur peut s'avérer très complexe, sinon impossible [10].

Lorsqu'un opérateur humain commande manuellement un système, les actions qu'il réalise sont dictées par une connaissance subjective du fonctionnement de ce système. Ce principe est à la base de la commande floue. La mesure réalisée sur le système est prise en compte par l'intermédiaire d'une variable linguistique, qui est issue d'une analyse par un expert humain. Ensuite, l'action à réaliser est déduite à la fois d'un ensemble de règles de commande et de l'état du système, qualifié par la variable linguistique. Enfin, la commande finale du système est créée en utilisant les conclusions de la déduction. Un contrôleur flou comporte les différents éléments suivants :

- Une base de connaissances : «base de règles linguistiques de commande».
- Un sous-système réalisant un raisonnement en utilisant des méthodes issues de la logique floue. (L'inférence floue).
- Un sous-système d'interface avec le non flou, qui fournit la commande envoyée au système

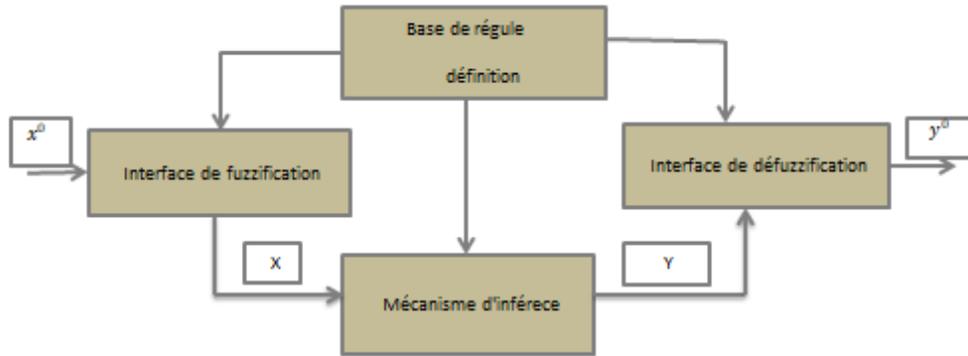


Figure 2.6: Structure d'une commande floue [9].

2.9.1 Base de règles et définitions

Bien que n'ayant pas d'existence réelle, on regroupe dans ce bloc l'ensemble des définitions utilisées dans la commande floue (univers de discours, partition floue, choix des opérateurs,...), ainsi que la base de règles, transcription sous forme de règles floues de la stratégie de commande fournie par l'expert [9].

2.9.1.1 Partition floue

La création et l'utilisation d'une base de règles nécessite l'existence, pour chaque univers de discours considéré, de sous-ensembles flous particuliers. La partition floue consiste à définir ces sous-ensembles flous de façon à recouvrir l'univers de discours.

Dans la théorie des ensembles, une partition consiste à définir, sur un ensemble U , des sous-ensembles F_i ayant les propriétés suivantes:

$$\bigcup_{i=1}^n F_i = U \tag{2.14}$$

$$\forall i \neq j; F_i \cap F_j = \emptyset \tag{2.15}$$

En logique floue, l'union de sous-ensembles flous est un sous-ensemble flou caractérisé par une fonction d'appartenance à valeurs dans $[0 ; 1]$. Par conséquent, la partition floue par n sous-ensembles flous F_i d'un univers de discours U peut être considérée qu'à un niveau ε . Ce niveau ε représente le degré minimum d'appartenance d'un élément x de l'univers de discours U à l'union des sous-ensembles flous F_i . Effectuer une partition floue de niveau ε consiste donc à définir n sous-ensemble flous satisfaisant :

$$\bigcup_{i=1}^n F_i \supseteq U \tag{2.16}$$

$$\text{Avec } Uz = \{ x \in U; \mu_{F_n}(x) = \varepsilon \} \tag{2.17}$$

Cette condition se traduit au niveau des fonctions d'appartenance par :

$$\forall x \in U; \mu_{F_n}(x) \vee \dots \vee \mu_{F_n}(x) \geq \varepsilon \tag{2.18}$$

Où \vee est une T-co norme utilisée comme opérateur d'union.

Comme la fonction max minore toutes les T –conormes (Remarque 1 sur les opérateurs d'union), pour assurer une partition floue de niveau E, il faut et il suffit que

$$\min \max(\mu_{F_n}(x) \geq \varepsilon) \tag{2.19}$$

2.9.1.2 Base de règles :

Une fois la partition des différents univers de discours réalisée, il est possible de définir la base de règles. Celle-ci définit les relations entre les classes d'événements considérés en entrée et les commandes correspondantes.

Si l'on considère n univers de discours U_i pour les prémisses des règles floues et si pour chaque univers U_i on définit une partition en m_i sous-ensembles flous, le nombre maximum de règles r_{max} est [9] :

$$r_{max} = \prod_{i=1}^n m_i \tag{2.20}$$

Le nombre de règles définies par l'expert peut être inférieur à r_{max} . C'est le cas, en particulier, s'il existe des configurations des prémisses des règles floues non pertinentes. Par exemple dans le cas d'un freinage automatique de véhicule la configuration Vitesse importante ET Distance de l'obstacle nulle n'est pas considérée.

De plus, le nombre de sous-ensembles flous définis sur l'univers de discours de la commande n'est pas forcément égal au nombre de règles. En effet, il est possible de considérer des combinaisons de sous-ensembles flous différentes aboutissant à la même conclusion. Par exemple, dans le cas de la commande automatique de freinage, les cas Vitesse petite ET Distance de l'obstacle faible et Vitesse moyenne ET Distance de l'obstacle importante amènent toutes deux à la conclusion Freinage faible.

Enfin, on peut remarquer qu'une augmentation de la sensibilité de la commande floue obtenue par une partition plus fine (en augmentant le nombre m_i de sous-ensembles flous) des univers de discours des prémisses aboutit à un accroissement important du nombre de règles à définir.

2.9.2 Interface De Fuzzification

L'opération de fuzzification permet de passer du domaine réel au domaine du flou. Il permet d'associer à chacune des entrées réelles, par le biais de fonctions d'appartenances, un degré d'appartenance pour chacun des sous-ensembles flous définis sur l'ensemble du discours. Alors il Transforme les entrées numériques (vecteurs précises) en des ensembles flous.

Le choix de l'opérateur de fuzzification dépend de la confiance que l'on accorde aux mesures effectuées. Ainsi si la mesure x_0 est exacte, le sous-ensemble flou F_i doit être représenté par un fait précis. Par conséquent, on utilise comme opérateur de fuzzification la transformation dite de singleton. La fonction d'appartenance du sous ensemble flou F_i est alors définie par :

$$\mu_{F_x} = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in x_0 \\ 0 & \text{si } x \notin x_0 \end{cases} \quad (2.21)$$

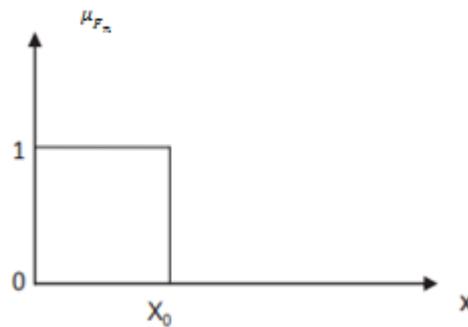


Figure 2.7: Méthode de fuzzification pour une mesure exacte [10].

Par contre, si la mesure de la variable est incertaine, par exemple à cause du bruit, le sous-ensemble flou F_x doit être représenté par un fait imprécis. On utilise alors la méthode de fuzzification qui associé à la variable de mesure x_0 une fonction d'appartenance telle que, par exemple :

$$\mu_{F_n} = \left\{ 0; 1 - \frac{|x-x_0|}{\varepsilon} \right\} \quad (2.22)$$

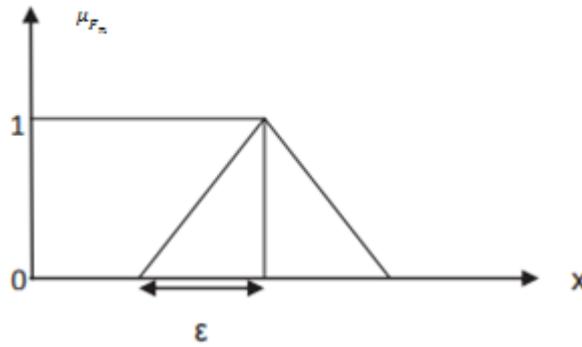


Figure 2.8: Méthode de fuzzification pour une mesure incertaine [10].

La base du triangle (ϵ) est fonction de l'importance relative des erreurs de mesures. En effet, plus elles sont importantes, plus la mesure de la variable x_0 devient imprécise, et donc, plus le triangle doit s'élargir.

2.9.3 Mécanisme d'inférence

A partir de la base de règles (fournie par l'expert) et du sous-ensemble flou X^0 correspondant à la fuzzification de la variable mesurée $x_0 = [x_0^1, \dots, x_n^1]^T \in U \subseteq \mathfrak{R}^n$, le mécanisme d'inférence calcule le sous-ensemble flou Y relatif à la commande à appliquer au système :

x est X_0 ,

$$m \text{ règles } R^i : \text{ Si } x_1 \text{ est } X_0^1, \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } X_0^1, \text{ Alors } y \text{ est } Y^i, \quad (2.23)$$

y est Y ,

où $X_j^1, i = 1 \text{ à } m \text{ et } j = 1 \text{ à } n$, est le sous-ensemble flou de la règle R^i sur l'univers de discours de la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur x ; Y^i est le sous-ensemble flou relatif à la commande à appliquer pour la règle R^i . On utilise l'opérateur d'inférence sur l'union des m règles floues R^i et on obtient :

$$\begin{aligned} \mu_Y(x) &= \sup(\mu_{X^0}(x) \wedge_1 \mu_{R^1}(x,y)) \\ &= \sup(\mu_{X^0}(x) \wedge_1 \mu_{R^1}(x,y) \vee \dots \vee \mu_{R^m}(x,y)), \end{aligned} \quad (2.24)$$

Où :

$$\mu_{R^1}(x, y) = \mu_{X_1^1}(x_1) \wedge_2 \dots \wedge_2 \mu_{X_n^1}(x_n) \wedge_3 \mu_{Y^0}(y). \quad (2.25)$$

Dans ces deux équations, les opérateurs Λ_i , $i= 1$ à 3 , sont T-normes (voir la section sur les opérateurs d'intersection). L'opérateur Λ_1 correspond au produit cartésien ; Λ_2 représente la fonction ET utilisée dans les prémisses des règles floues ; Λ_3 est une implication floue (décrite dans la section sur l'inférence floue).

2.9.4 Interface De Défuzzification

La stratégie de commande utilisée est décrite par un ensemble de déclaration linguistique ou règles. Puisque le processus exige à ses entrées des valeurs non floues, l'ensemble flou de sortie du régulateur doit être défuzzifié. La défuzzification est l'opération qui consiste à extraire d'un ensemble flou une valeur numérique considérée comme valeur significative.

Dans la commande en temps réel, un critère de choix de la commande de défuzzification est la simplicité de calcul. Récemment, ils ont proposé une nouvelle méthode de défuzzification qui permet d'améliorer les inconvénients des méthodes classiques. Même, ils ont suggéré trois nouvelles méthodes de défuzzification. En ce qui concerne les méthodes classiques, on peut citer les plus utilisées c'est la méthode du centre de gravité et La méthode de la moyenne des maximums [9][10].

2.9.4.1 Méthode Du Centre De Gravité

Il s'agit de calculer la position du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante, l'abscisse de ce centre de gravité devient la sortie du régulateur et donc la commande du système.

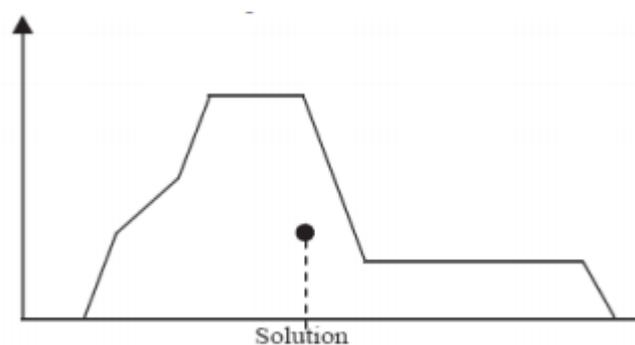


Figure 2.9: Méthode du centre de gravité [10].

Ce centre de gravité est relativement facile à calculer lorsque la fonction d'appartenance résultante est constituée de morceaux de droites. Dans les autres cas, ce calcul peut être gourmand en temps de calcul et donc pénalisant lors de l'implantation sur un microprocesseur. C'est l'une des raisons qui font préférer la fonction d'appartenance de formes trapézoïdales (triangulaires) et les opérateurs logiques de type min- max.

Les valeurs extrêmes des sorties atteignables sont les centres de gravité des fonctions d'appartenance extrêmes des sorties. Aussi, et afin de minimiser le temps d'établissement, il faut choisir les fonctions d'appartenance des sorties maximales tels que leur centre de gravité corresponde aux valeurs maximales de commande.

2.9.4.2 Méthode De La Moyenne Des Maximums

Celle-ci dérive d'une autre méthode encore plus simple, la méthode du maximum. Pour cette dernière, la valeur de la sortie est simplement l'abscisse du maximum de la fonction d'appartenance résultante. Si cette fonction présente plusieurs fois le même maximum, il y a indécision.

La méthode de la moyenne des maximums lève cette ambiguïté en prenant la moyenne de ces maximums (voir Figure 2.5 (a)). Rapide à calculer, elle présente néanmoins un inconvénient majeur en effet, la valeur de la sortie peut présenter des sauts très importants pour des variations d'entrées très faibles comme illustré sur la Figure 2.5 (a) :

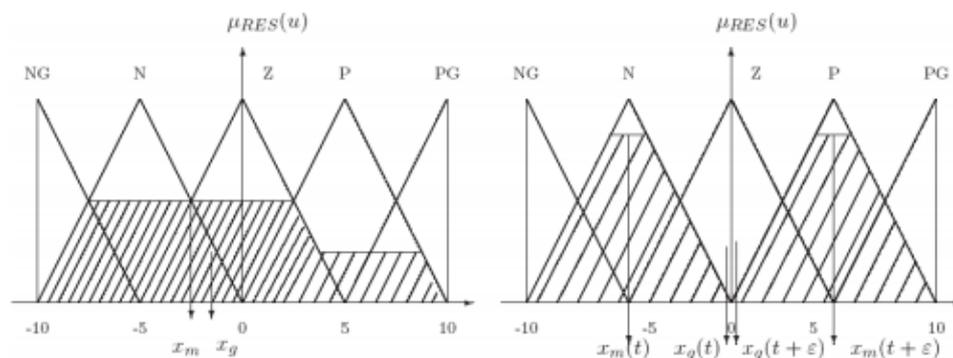


Figure 2.10: Comparaison des méthodes de défuzzification et sauts de commande par la méthode moyenne des maximums [10].

2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe de deux commandes Floue et LQR. Parmi les avantages essentiels de la commande floue est qu'elle nécessite pas une modélisation du processus à commander, ainsi que d'une analyse mathématique profonde et aussi, elle a la possibilité de bénéficier et d'implémenter des connaissances et des expertises humaines sur le système à commander [12].

Pour la commande LQR, elle a une efficacité dans la stabilisation du système ainsi le réglage de la commande est plutôt simple, puisque les deux paramètres de pondération sont les seuls à définir par l'utilisateur pour obtenir un compromis entre les performances souhaitées et l'effort de commande admis [13].

Mais ces avantages de ces deux commandes ne sont pas satisfaisants pour commander notre système à pendule inversé et ce que nous verrons dans les prochains chapitres.

Chapitre 3

*A*lgorithme Génétique

3.1 Introduction

Les algorithmes génétiques fournissent des solutions aux problèmes n'ayant pas de solutions calculables en temps raisonnable de façon analytique ou algorithmique. Selon cette méthode, des milliers de solutions (génotypes) plus ou moins bonnes sont créés au hasard puis sont soumises à un procédé d'évaluation de la pertinence de la solution mimant l'évolution des espèces : les plus "adaptés", c'est-à-dire les solutions au problème qui sont les plus optimales survivent davantage que celles qui le sont moins et la population évolue par générations successives en croisant les meilleures solutions entre elles et en les faisant muter, puis en relançant ce procédé un certain nombre de fois afin d'essayer de tendre vers la solution optimale.

Dans ce chapitre, nous allons parler sur le mécanisme de fonctionnement de cette technique d'optimisation

3.2 Principe de l'algorithme génétique

Les principales différences des algorithmes génétiques par rapport aux autres paradigmes sont les suivantes [15]:

1. Un principe de codage de l'élément de population. Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité. La qualité du codage des données conditionne le succès des algorithmes génétiques. Les codages binaires ont été très utilisés à l'origine. Les codages réels sont désormais largement utilisés, notamment dans les domaines applicatifs pour l'optimisation de problèmes à variables réelles.
2. Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures. Le choix de la population initiale est important car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaît rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche.
3. Une fonction à optimiser. Celle-ci retourne une valeur de plus appelée fitness ou fonction d'évaluation de l'individu.
4. Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace d'états.
5. Des paramètres de dimensionnement : taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt, probabilité d'application des opérateurs de croisement et de mutation.

3.3 Structure générale de l'algorithme génétique

La structure de l'algorithme génétique est donnée par l'organigramme de la figure 3.1 :

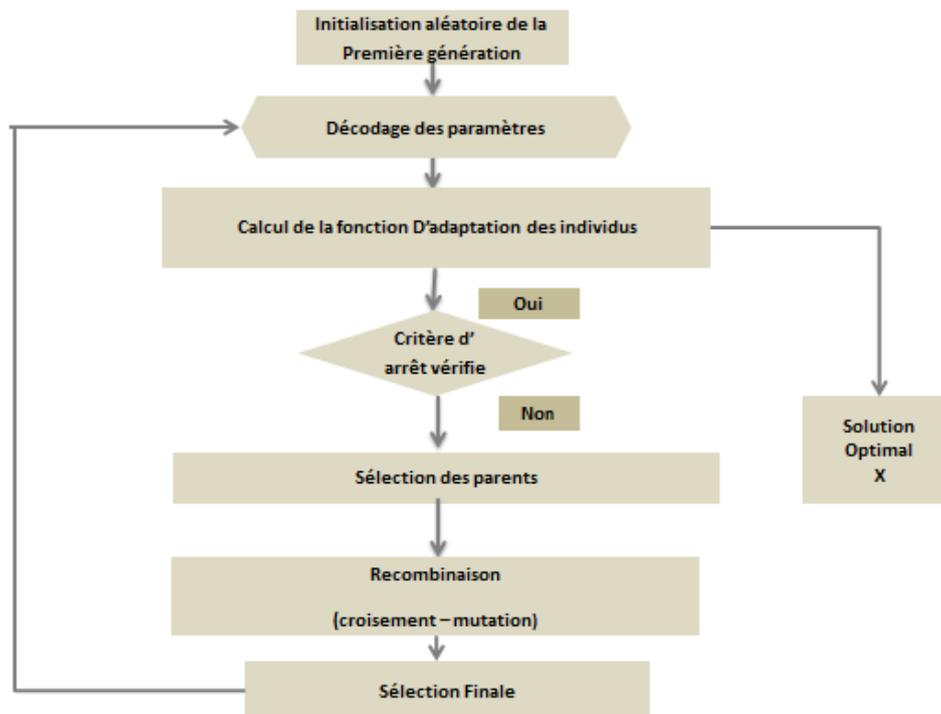


Figure 3.1 : Structure de l'algorithme génétique.[15]

3.4 Mécanisme de fonctionnement d'un Algorithme génétique

Les différentes étapes de fonctionnement des (AG) se résument à qui suit :

- **Initialisation** : Une population initiale de N individus est générée aléatoirement.
- **Évaluation** : Chaque individus est décodé, puis évalué
- **Sélection**: Création d'une nouvelle population par l'utilisation d'une méthode de sélection appropriée.

- **Recombinaison:** croisement et mutation au sein de la nouvelle population.
- **Retour** à la phase d'évaluation jusqu'à la vérification du critère d'arrêt de l'algorithme.

La mise en œuvre des algorithmes génétiques nécessite donc plusieurs étapes. L'idée fondamentale est que: la population choisie contient potentiellement la solution, ou plutôt la meilleure solution, à un problème donné. Cette solution n'est pas exprimée car la combinaison génétique sur laquelle elle repose est dispersée chez plusieurs individus.

Ce n'est que par l'association de ces combinaisons génétiques au cours de la reproduction que la solution pourra s'exprimer. Lors de la reproduction et de la recombinaison génétique associée, un individu hérite, par hasard, d'un des gènes de chacun de ses parents. L'originalité des mécanismes repose en particulier sur le fait qu'il n'a pas considéré les seules mutations comme source d'évolution mais aussi et surtout les phénomènes de croisement. C'est en croisant les solutions potentielles existant que l'on peut se rapprocher de l'optimum [16].

3.4.1 Initialisation de La population

Comme dans tout problème d'optimisation, une connaissance de "bons" points de départ conditionne la rapidité de la convergence vers l'optimum. Si la position de l'optimum dans l'espace d'état est totalement inconnue, il est naturel de générer aléatoirement des individus en faisant des tirages uniformes dans chacun des domaines associés aux composantes de l'espace d'état, en veillant à ce que les individus produits respectent les contraintes [15].

La génération de la population initiale peut se faire en prenant des individus régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser. Les valeurs N des gènes est alors tirées au hasard selon une distribution uniforme.

Le choix de la population initiale peut conditionner fortement la rapidité de l'algorithme. Il doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures, et capable de rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global.

Dans le cas où l'on ne connaît rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit assez bien répartie sur tout le domaine de recherche.

Une population trop petite évoluera probablement vers un optimum local intéressant alors qu'une population trop grande sera inutile car le temps de

convergence sera excessif. La taille de la population doit être choisie de façon à réaliser un bon compromis entre temps de calcul et qualité du résultat [15].

3.4.2 Codage et décodage des variables

Le codage est une partie très importante des algorithmes génétiques. Il permet de représenter l'individu sous la forme d'un chromosome. Ce chromosome est constitué de gènes qui prennent des valeurs dans un alphabet binaire ou non. Certains auteurs n'hésitent pas à faire le parallèle avec la biologie et parlent de **génotype** en ce qui concerne la représentation binaire d'un individu, et de **phénotype** pour ce qui est de sa valeur réelle correspondante dans l'espace de recherche [16].

Le choix du codage est délicat, il doit permettre de coder toutes les solutions et permettre la mise en œuvre des opérateurs de reproduction. C'est ainsi que le bon déroulement des algorithmes génétiques sera assuré. Plusieurs type de codages sont utilisés, on citera à titre d'exemple: codage réel, codage binaire, Gray.

3.4.3 La fonction d'adaptation

Pour calculer le coût d'un point de l'espace de recherche, on utilise une fonction d'évaluation ou d'adaptation $F(x)$. L'évaluation d'un individu ne dépendant pas de celle des autres individus, le résultat fournit par la fonction d'évaluation va permettre de sélectionner ou de refuser un individu pour ne garder que les individus ayant le meilleur coût en fonction de la population courante : c'est le rôle de la fonction $F(x)$. Cette procédure permet de s'assurer que les individus performants seront conservés, alors que les individus peu adaptés seront progressivement éliminés.

La fonction d'adaptation, associe une valeur pour chaque individu. Cette valeur a pour but d'évaluer le degré d'adaptation d'un individu à son environnement. Les individus peuvent être aussi comparés entre eux. Cette fonction, propre au problème, est souvent simple à formuler lorsqu'il y a peu de paramètres. Au contraire, lorsqu'il y a beaucoup de paramètres ou lorsqu'ils sont corrélés, elle est plus difficile à définir. Dans ce cas, la fonction devient une somme pondérée de plusieurs fonctions. La fonction d'adaptation doit exprimer le plus fidèlement possible, la problématique posée sous forme mathématique. Sa définition peut être simplement analytique, ou elle peut éventuellement faire appel au jugement de l'utilisateur. En raison de l'analogie avec la théorie de l'évolution (survie des individus les mieux adaptés à leur environnement), les algorithmes génétiques sont naturellement formulés en terme de maximisation. Ils servent donc à déterminer le maximum d'une fonction $F(x)$ Réelle à une ou plusieurs variables. Le problème d'optimisation sur l'espace de recherche E est formulé comme suit [15]:

$$\max_{x \in E} F(x) \quad (3.1)$$

Si le problème à résoudre est un problème de minimisation d'une fonction $J(\mathbf{x})$.

$$\min_{\mathbf{x} \in E} J(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

Ceci équivaut au problème de maximisation de $F(\mathbf{x})$ que l'on définit comme suit:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{1+J(\mathbf{x})} \quad (3.3)$$

Le choix de $F(\mathbf{x})$ n'est pas unique, mais cette transformation est la plus utilisée dans la littérature.

3.4.4 La sélection des parents

La sélection des parents est un mécanisme qui fixe à partir de la génération précédente, quels individus pourront se reproduire pour former la génération suivante. L'opérateur de sélection ne crée pas de nouveaux individus mais identifie les individus sur la base de leur fonction d'adaptation, les individus les mieux adaptés sont sélectionnés alors que les moins adaptés sont écartés. La sélection doit favoriser les meilleurs éléments selon le critère à optimiser. Ceci permet de donner aux individus dont la valeur est plus grande une probabilité plus élevée de contribuer à la génération suivante. Il existe plusieurs méthodes pour la reproduction. On citera à titre d'exemple[20]:

- La sélection par roulette ou proportionnelle
- La sélection par tournoi.
- La sélection à reste stochastique.
- La sélection stochastique à reste stochastique.
- La sélection par le rang.
- La sélection uniforme.

3.4.4.1 La sélection par tournoi

Cette technique de la sélection s'affecte en deux phases. Tout d'abord, on réalise un tirage aléatoire sur l'ensemble de la population des n individus qui participent au tournoi. Dans cette première phase, tous les individus ont la même chance d'être sélectionnés, on compose les notes des n individus sélectionnés pour garder le meilleur.

Cette technique de sélection est plus élitiste car la probabilité qu'un mauvais individu soit sélectionné est très faible. Mais cet élitisme peut être contrôlé en limitant le nombre de participants au tournoi. Plus ce nombre est élevé plus cette technique est élitiste [14].

3.4.4.2 La sélection proportionnelle

Ce mode de sélection des parents consiste à dupliquer chaque individu de la population proportionnellement à son adaptation dans son milieu :

$$p_s(a_i^t) = \frac{f(a_i^t)}{\sum_{j=1}^N f(a_j^t)} \quad (3.4)$$

Cette sélection, uniquement basée sur la performance, présente l'inconvénient de favoriser injustement la prolifération de "super-individus" et de faire disparaître de nombreux génotypes dans la population. Pour éviter une convergence prématurée de l'algorithme et préserver la diversité, il est recommandé de réaliser un réajustement de la fonction d'adaptation avant la sélection [9].

3.5 La recombinaison génétique

Pour créer un nouvel individu à partir des meilleures solutions précédemment sélectionnées, il est nécessaire de procéder à la combinaison des gènes des parents pris de manière aléatoire et d'après la théorie de l'évolution, pour que la génération suivante soit plus adaptée au problème et plus performante on doit combiner les meilleurs individus de la population actuelle. Une étape d'identification et de sélection de ces meilleurs individus est donc nécessaire pour que chaque individu ait une chance proportionnelle à son adaptation de devenir parent.

On distingue deux opérateurs principaux : le croisement et la mutation qui permette d'explorer l'ensemble des solutions possibles. Ces opérations sont appliquées aléatoirement, à l'aide de deux paramètres, la probabilité de croisement et la probabilité de mutation. Ces probabilités sont des paramètres très importants, qui influent de façon considérable sur la convergence.

3.5.1 Le Croisement

Le croisement a pour but de produire une nouvelle génération d'individus en recombinant les individus sélectionnés par l'opérateur de sélection, C'est l'opération de l'algorithme génétique qui permet le plus souvent de se rapprocher de l'optimum d'une fonction en combinant les gènes. Ainsi, dans un premier temps ; Les individus sélectionnés sont répartis aléatoirement en couple de parents .Puis chaque couple de parents subit une opération de recombinaison afin de générer un ou deux enfants .Bien qu'il soit aléatoire, cet échange d'information offre aux algorithmes génétiques une

part de leur puissance ; quelque fois de "bons" gènes d'un parent viennent remplacer les "mauvais" gènes d'un autre et créent des fils mieux adaptés aux parents [15].

Le type de croisement le plus ancien est le croisement à découplage de chromosomes, ou croisement 1-point (Figure 3.2). Pour effectuer ce type de croisement sur des chromosomes constitués de L gènes. On tire une position inter-gènes dans chacun des parents C1 et C2. Ce mécanisme présente l'inconvénient de privilégier les extrémités des individus. Et selon le codage choisi, il peut générer des fils plus ou moins tendre ce principe, en découpant le chromosome non pas en 2 sous-chaines mais en 3, 4, etc[21].

On parle alors de croisement K point ou multi-point (Figure 3.3).

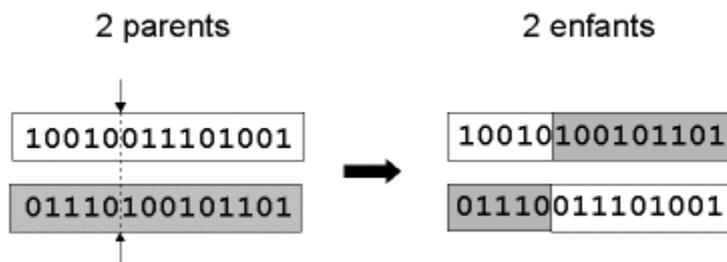


Figure 3.2: Croisement avec un point de croisement

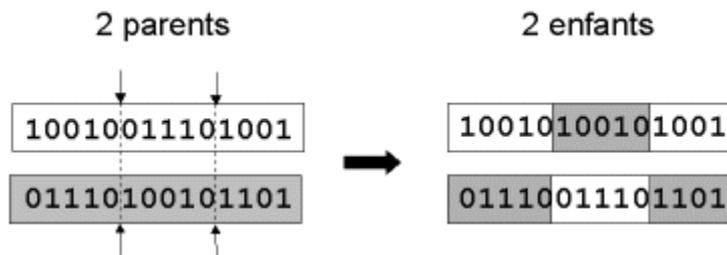


Figure 3.3 : Croisement K point ou multipoint.[16]

L'autre type de croisement est le croisement uniforme. Le croisement uniforme consiste à générer un enfant en échangeant chaque gène de deux individus parents avec une probabilité uniforme égale à 0.5 (Figure 3.4). Cet opérateur peut être vu comme le cas extrême du croisement multipoint dans lequel le nombre de coupure est déterminé aléatoirement au cours de l'opération.

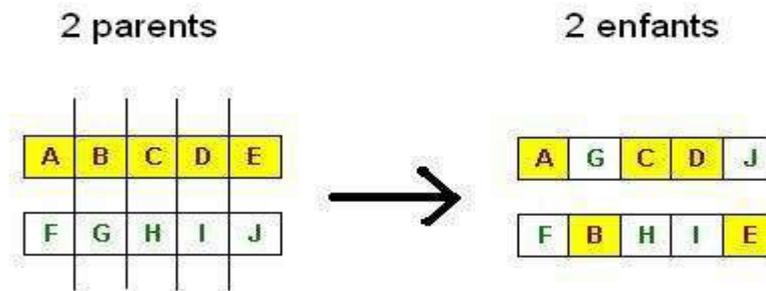


Figure 3.4: Croisement uniforme[20].

3.5.2 La mutation

La mutation prend une place de plus en plus importante dans les algorithmes génétiques, alors qu'il y a encore quelques années son rôle était encore considéré comme accessoire. Comme les individus les mieux adaptés sont les plus susceptibles d'être choisis lors de la sélection, la perte de certains gènes est inévitable avec le temps.

La mutation est l'opérateur qui permet d'éviter la dégénérescence de la population. Cette dégénérescence peut se traduire par une convergence des individus vers un optimum local, d'où l'importance de la mutation. Ce phénomène génétique d'apparition de "mutants" est rare mais permet d'expliquer les changements dans la morphologie des espèces, toujours dans le sens d'une meilleure adaptation au milieu naturel. Classiquement, la mutation modifie aléatoirement, un petit nombre de gènes, avec un faible taux de probabilité, ceci revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif. Les individus de la population issus du croisement vont ensuite subir un processus de mutation avec une probabilité **P_m** qui est exécuté bit à bit. Comme pour le croisement, la mutation dépend du problème posé, la principale différence se situe dans le taux de mutation qui est généralement faible et se situe entre 0.5% et 1% de la population totale. Ce taux faible permet d'éviter une dispersion aléatoire de la population et n'entraîne que quelques modifications sur un nombre limité d'individus[20].

La mutation a pour rôle de maintenir une certaine diversité dans la population et protège les individus contre une perte des informations essentielle contenues dans leurs gènes. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale et garantit la convergence vers l'optimum.

Comme pour les croisements, de nombreuses méthodes de mutation ont été développées dans la littérature mais l'une des plus efficaces est celle qui consiste à muter chaque paramètre de la fonction à optimiser avec une probabilité dépendant des informations contenues dans les gènes des individus. Dans le cas du codage binaire, chaque bit est remplacé selon une probabilité P_m par son inverse. C'est ce qu'illustre la Figure 3.5.

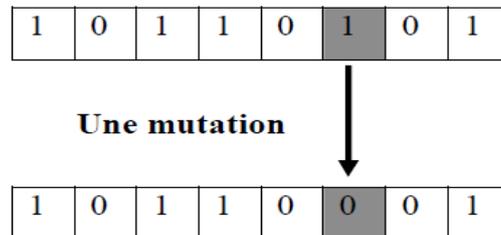


Figure 3.5 : Mutation uniforme.[16]

3.6 La sélection finale

Cette étape consiste à garder seulement les solutions les plus intéressantes, tout en maintenant une population assez grande et assez diversifiée. C'est pourquoi la taille de la population doit rester la même d'une génération à l'autre.

La sélection revient à choisir les meilleurs individus pour former la nouvelle génération, c'est à dire éliminer N individu parmi les 2N individus (N parents et N enfants) pour cela plusieurs méthodes sont proposées[21].

3.6.1 La sélection par descendance

Dans cette méthode, on garde toujours les enfants, quel que soit leur adaptation la population de la nouvelle génération est obtenue par descendance ; les enfants remplaçant automatiquement leurs parents[20].

L'inconvénient de cette sélection est que l'on risque de voir disparaître les caractéristiques génétiques des parents les mieux adaptés si elles n'ont pas été totalement transmises lors de la recombinaison génétique.

3.6.2 La sélection par compétition

Une compétition a lieu entre parents et enfants pour déterminer ceux qui feront partie de la génération suivante. Les enfants sont insérés dans la population si et seulement si leurs performances sont supérieures à celles de leurs parents, à rang équivalent.[17].

3.6.3 La sélection de procréation sélective

On garde les N meilleurs individus parmi la population intermédiaire de parents et d'enfants.

3.7 Les algorithmes génétiques à codage réel

Le codage réel est le type de codage récemment utilisé. Ce codage présente des avantages majeurs. Il est plus précis que le codage binaire et l'espace de recherche est le même que l'espace du problème. Il a le mérite d'être simple à utiliser, l'évaluation de la fonction d'adaptation est plus rapide parce qu'il permet d'éviter l'étape de décodage des variables à chaque itération.

Dans les algorithmes génétiques à codage réel sont similaires à l'algorithme génétique standard, par contre, ils sont caractérisés par des opérations de recombinaison génétique qui utilisent directement les valeurs des paramètres pour évoluer vers l'optimum. Le chromosome des individus comporte N gène dont chacun est un paramètre réel figure 3.6.

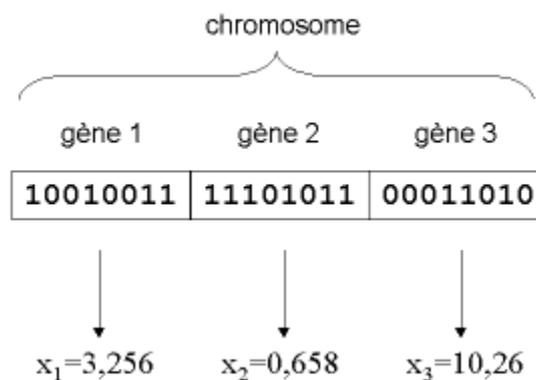


Figure 3.6 : Chromosome d'un individu dans les algorithmes génétiques à codage réel[18]

3.7.1 L'opérateur du croisement

Le croisement de type BLX- α : Ce type de croisement est appliqué paramètre par paramètre en utilisant le mécanisme suivant:

x'_f : est choisi aléatoirement de l'intervalle $[C_{min} - I\alpha, C_{max} + I\alpha]$

Avec :

$$C_{max} = \max [x_f, y_f] \tag{3.5}$$

$$C_{min} = \min [x_f y_f] \quad (3.6)$$

$$I = C_{max} - C_{min} \quad (3.7)$$

α : est un nombre aléatoire $\alpha \in [0, 1]$

x_f et y_f sont des paramètres de même rang de deux parents x'_f le paramètre de rang correspondant d'un enfant obtenu. Ce type de croisement permet de créer une diversité dans la population et de s'éloigner du risque d'uniformité des chromosomes produits. Le taux de croisement est de 90 % .[17]

3.7.2 L'opérateur de mutation

La mutation consiste à perturber une variable du problème. Elle est généralement appliquée paramètre par paramètre. Comme le croisement plusieurs modes de mutation sont possibles :

3.7.3 La mutation uniforme

L'élément sélectionné aléatoirement $x_k, k = \{1, 2, \dots, N\}$ est remplacé par x'_k qui est une valeur aléatoire qui appartient à l'intervalle $[x_k^{min}, x_k^{max}]$. Le résultat est alors le chromosome $X' = (x_1, \dots, x_1', \dots, x_N)$.

3.7.4 La mutation uniforme multiple

Le même principe que la méthode précédente mais n variables du même chromosome sont sélectionnés aléatoirement, ou n est aléatoirement choisi l'ensemble $\{1, 2, \dots, N\}$. [18]

3.5.1 La mutation Gaussienne

Tous les éléments du chromosome sont mutés tel que :

$$X' = (x_1, \dots, x_1', \dots, x_N) \quad (3.8)$$

Ou

$$x'_k = x_k + F_k \quad (3.9)$$

$$k = \{1, 2, \dots, N\} \quad (3.10)$$

F_k : est un nombre aléatoire tiré d'une distribution gaussienne de moyenne nulle et une variance adaptative:

$$\sigma_k = \left(\frac{T-t}{T}\right) \cdot (x_k^{min} - x_k^{max}) \quad (3.11)$$

3.8 Avantages et inconvénients les algorithmes génétiques

Le grand avantage des algorithmes génétiques est fait que pour parvenir au résultat, on n'a pas besoin de connaître les caractéristiques de la solution du problème, mais seulement de déterminer parmi deux solutions quelle est la meilleure. Par contre ce genre d'algorithme est très coûteux en temps de calcul, difficile à programmer (les paramètres comme la taille de la population et la fonction d'évolution sont difficiles à établir).

3.9 Conclusion

Les algorithmes génétiques (AG) sont des algorithmes d'optimisation stochastique fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Leur fonctionnement est extrêmement simple. On part avec une population de solutions potentielles (chromosomes) initiales arbitrairement choisies. On évalue leur performance (fitness) relative. Sur la base de ces performances on crée une nouvelle population de solutions potentielles en utilisant des opérateurs évolutionnaires simples: la sélection, le croisement et la mutation. On recommence ce cycle jusqu'à ce que l'on trouve une solution satisfaisante.

Chapitre 4

*S*imulations et Résultats

4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté théoriquement le pendule inversé rotatif ainsi les principes de fonctionnement des commandes LQR et Floue et les algorithmes génétiques GA

notre but de ce chapitre est la comparer les deux commandes LQR et commande floue pour contrôlé la position d'un PIR, pour un seul objectif est de diminuer le temps de réponse et le temps de monté afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation et d'avoir un système précis et stable.

4.2 Commande linéaire quadratique relatif

Pour appliquer la commande LQR, nous avons exécuté sous un fichier script sur Matlab, les matrices A et B sont respectivement les matrices d'état et d'entrée du système, l'algorithme LQR calcule une loi de contrôle u tel que le critère de performance ou la fonction de coût:

$$J = \int (x_{ref} - x(t))^t Q (x_{ref} - x(t)) + u(t)^t R u(t) dt$$

Est minimisé. Les matrices de conception Q et R contiennent les pénalités sur les écarts des variables d'état par rapport à leur point de consigne et les actions de contrôle, respectivement. Lorsqu'un élément de Q est augmenté, par conséquent, la fonction de coût augmente la pénalité associée à tout écart par rapport au point de consigne souhaité de cette variable d'état, et ainsi le gain de contrôle spécifique sera plus important. Lorsque les valeurs de la matrice R sont augmentées, une pénalité plus importante est appliquée à l'agressivité de l'action de contrôle, et les gains de contrôle sont uniformément diminués.

Dans notre cas le vecteur d'état x est défini:

$$X = [\theta \ \alpha \ \dot{\theta} \ \dot{\alpha}]$$

La stratégie de contrôle utilisée pour minimiser la fonction de coût J est donc donnée par

$$u = K (x_{ref} - x) = k_{p,\theta} (\theta_r - \theta) - k_{p,\alpha} \alpha - k_{d,\theta} \dot{\theta} - k_{d,\alpha} \dot{\alpha} .$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.7840 & -0.0765 & -0.0258 \\ 0 & 12.4764 & 0.0774 & -0.4108 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.9187 \\ 51.6254 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = 1$$

À l'aide Simulink, nous avons réalisé le modèle d'un pendule inversé rotatif commandé par la commande linéaire quadratique relatif illustré dans la figure 3.1 :

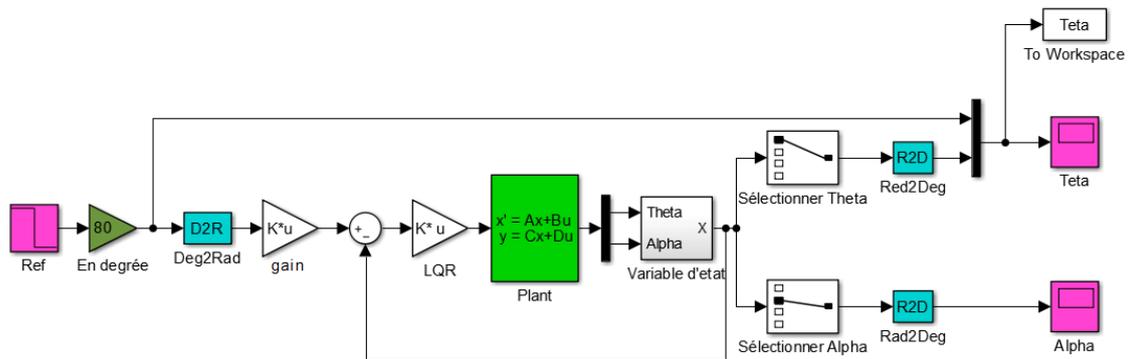


Figure 4.1 : Model linéaire quadratique relatif.

4.2.1 Algorithme génétique LQR

LQR est un contrôleur optimal de retour d'état complet qui minimise la fonction de coût quadratique en fonction des états de système et vecteurs d'entrée.

$$Fit = \int_0^{t_{sim}} e^2(t) dt = \int_0^{t_{sim}} (\theta_{ref}(t) - \theta(t))^2 dt \quad (4.1)$$

Lors de la conception du contrôleur LQR, afin de contrôler un système de haute qualité, nous avons besoin pour calculer le vecteur de contrôle K est affecté par matrice de pondération Q , nous devons changer de manière appropriée parties de la matrice de pondération Q , ne serait-ce que les augmenter afin le système peut être instable. Ainsi, les auteurs proposent une méthode pour matrice de recherche Q qui limite les temps transitoires. La génétique l'algorithme est appliquée dans cet article pour rechercher paramètres de la matrice de pondération Q .

Afin d'optimiser la commande LQR, on a modifié les paramètres suivants :

$$R=0.0010$$

$$J=0.000292752$$

Matrice K est déterminé pour le contrôle de rétroaction :

$$K = [16.0024 \ 0.1104 \ 0.1313 \ 7.6413]$$

Ainsi, le contrôleur LQR1 est conçu avec le contrôle vecteur ci-dessus. L'utilisation de l'algorithme génétique est pour concevoir d'autres LQR mieux que LQR.

$$Q = \begin{bmatrix} 16.0024 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1104 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.13131 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.6413 \end{bmatrix}$$

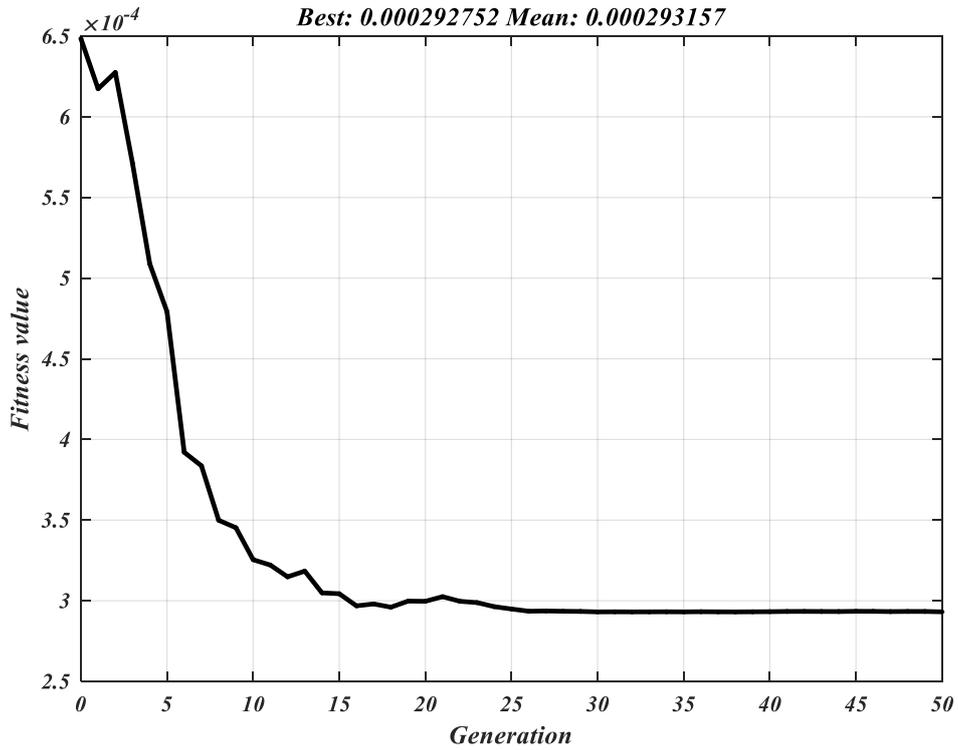


Figure 4.2 : Optimisation de la commande LQR.

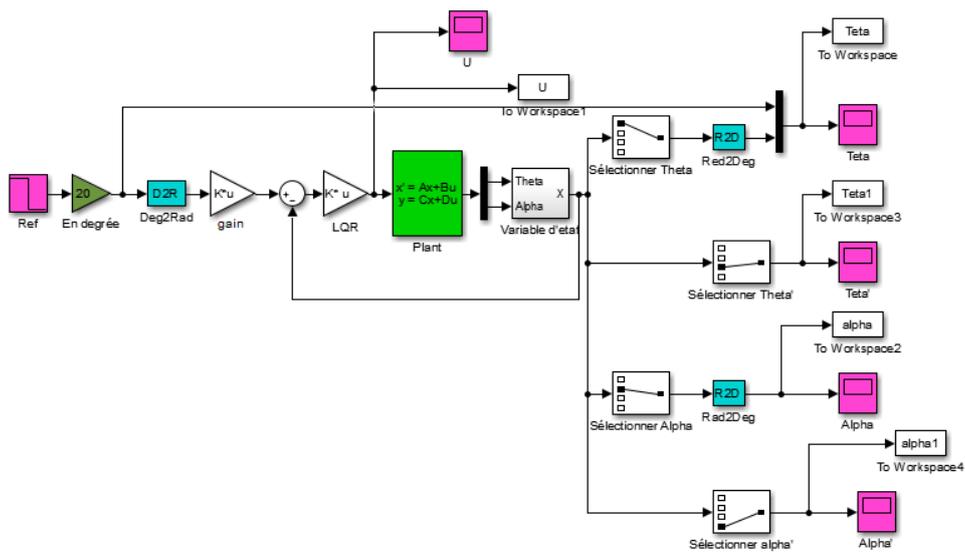


Figure 4.3 : Model algorithme génétique LQR.

4.3 La commande Floue

4.3.1 La conception du contrôleur

Dans cette section, on veut ramener notre système vers le point d'équilibre à l'aide d'un contrôleur flou. Pour cela, on a changé le bloc LQR dans Simulink par un bloc Fuzzy Logic Controller (Fuzzy) qui est montré dans (la Figure 4.4) :

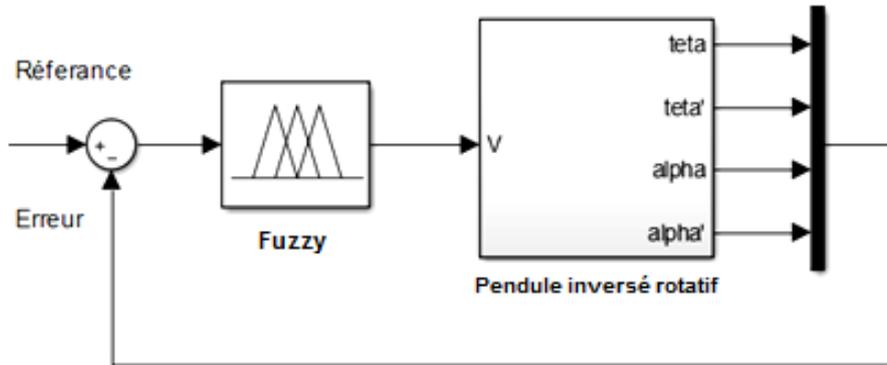


Figure 4.4 : Model de la commande Floue.

4.3.2 Stabilisation

La méthode du régulateur linéaire quadratique (LQR) minimise la fonction objective :

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (4.2)$$

Sujet à :

$$\dot{x} = Ax + Bu ; x(0) = x_0 \quad (4.3)$$

Où Q et R sont les matrices de pondération correspondant aux états x et u respectivement. La minimisation de J se traduit par un déplacement de l'état x à zéro avec le moins d'énergie de contrôle et de déviations d'état possible. La loi de contrôle a le formulaire de rétroaction de l'État.

$$u(t) = -\sum K_i x_i \quad (4.4)$$

Où K est la matrice de gain que l'on trouve en résolvant l'équation algébrique de Riccati :

$$0 = G + A^T S + PA - SBR^{-1}B^T P + Q \quad (4.5)$$

Pour minimiser la fonction de coût $J = R^{-1}B^T S$.

Considérant un pendule rotatif inversé à quatre entrées et une seule sortie, à partir de l'équation (4.4) :

$$u = -K_1x_1 - K_2x_2 - K_3x_3 - K_4x_4 \quad (4.6)$$

L'équation (4.6) est soumise sur le système d'inférence floue. Utilisant la même méthode pour un système à quatre entrées et cinq fonction d'appartenance, le nombre de règles obtenues est de 625, la compilation de Fuzzy a été extrêmement lente car les besoins en mémoire RAM augmentent avec le nombre des fonctions d'appartenance, Pour surmonter une telle limitation, on a divisé la loi de contrôle floue en deux sous-systèmes, l'un prenant les entrées du bras et l'autre prenant les entrées du pendule. Le signal de contrôle de rétroaction est calculé en additionnant les sorties des deux Fuzzy.

Pour le sous-système de bras, qui a deux entrées et une sortie, Fuzzy 1 se rapproche à l'équation linéaire :

$$u_1 = -K_1x_1 - K_2x_2 \quad (4.7)$$

De même, le sous-système du pendule est un système à deux entrées et une sortie unique, et Fuzzy 2 se rapproche de l'équation linéaire :

$$u_2 = -K_3x_3 - K_4x_4 \quad (4.8)$$

Enfin, les sorties de deux Fuzzy sont additionnées pour obtenir un signal de contrôle unique sur la base du tableau [4.1] :

$$u = u_1^{(Fuzzy1)} + u_2^{(Fuzzy2)} \quad (4.9)$$

Comme représente la Figure (4.5) :

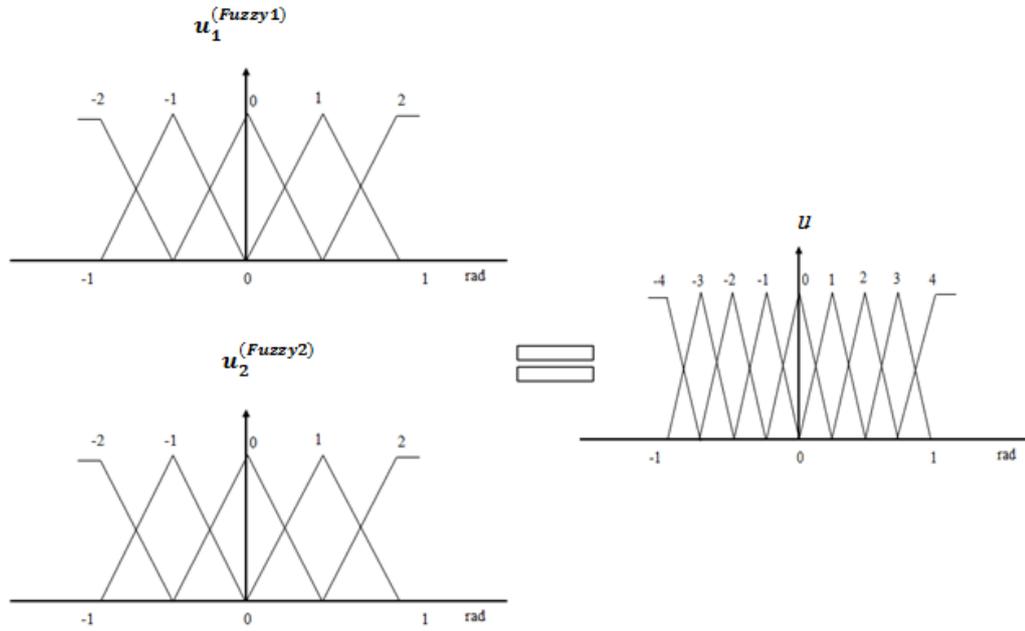


Figure 4.5 : Fonction d'appartenance triangulaire de sortie normalité.

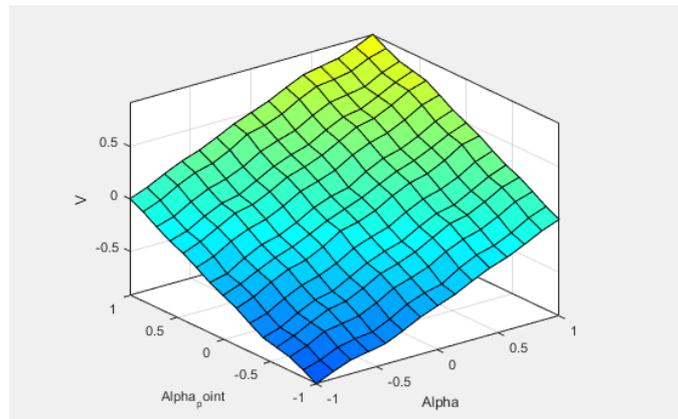


Figure 4.6 : Surface de flou mappé.

4.3.3 Gains

On choisit la matrice de pondération :

$$R = 1.$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = [-1 \quad 1.8687 \quad -3.9336 \quad 1.3278]$$

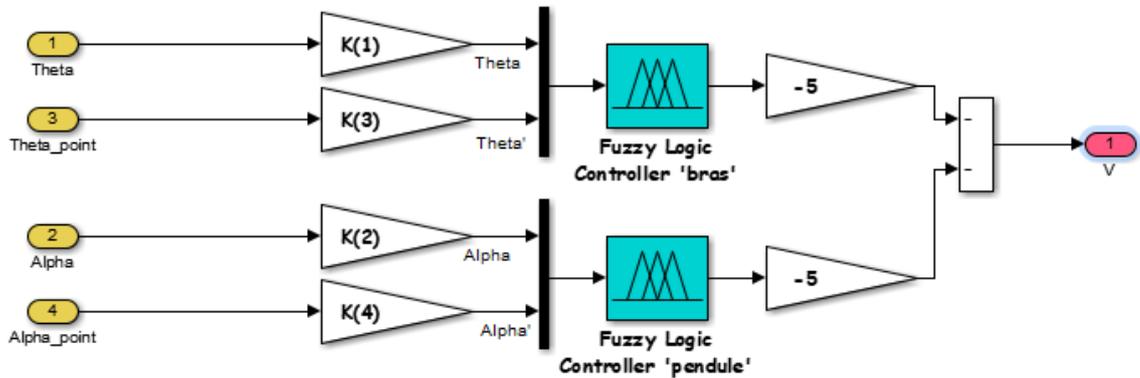


Figure 4.7 : Le modèle de stabilisation contient deux blocs Fuzzy.

4.3.4 Algorithme génétique floue

Nous appliquant une optimisation sur la commande floue pour avoir la meilleure solution pour cette commande par les matrices suivant

$$J= 0.000213587.$$

$$R= 17.9836.$$

$$Q = \begin{bmatrix} 20.2594 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.8087 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.9329 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.8491 \end{bmatrix}$$

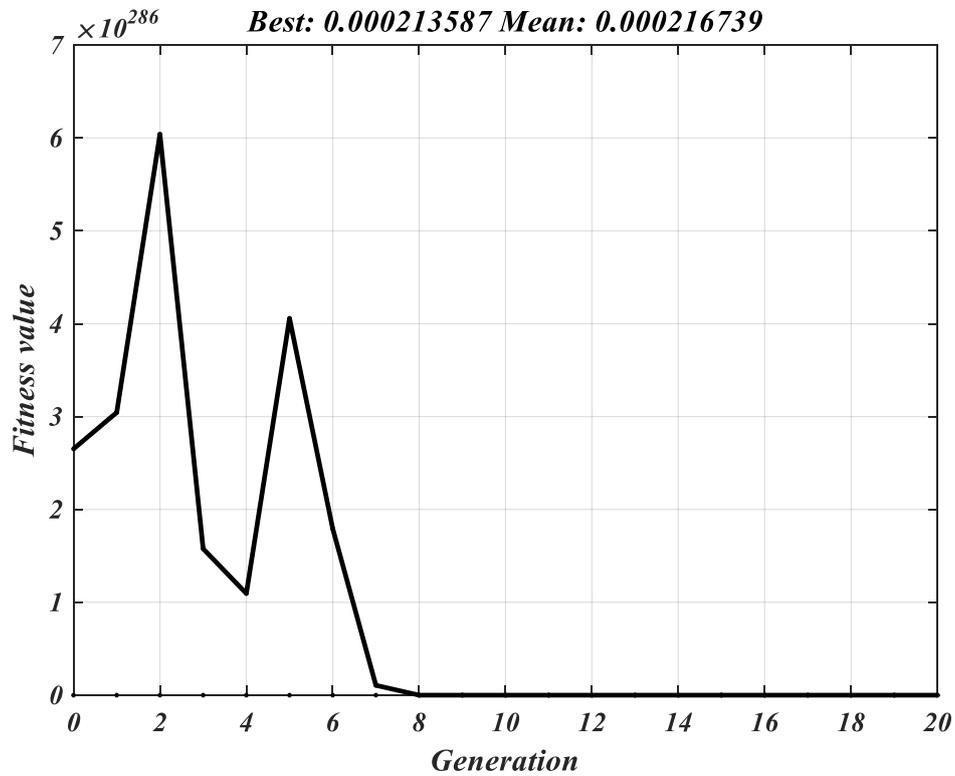


Figure 4.8 : Résultat d'optimisation de la commande floue.

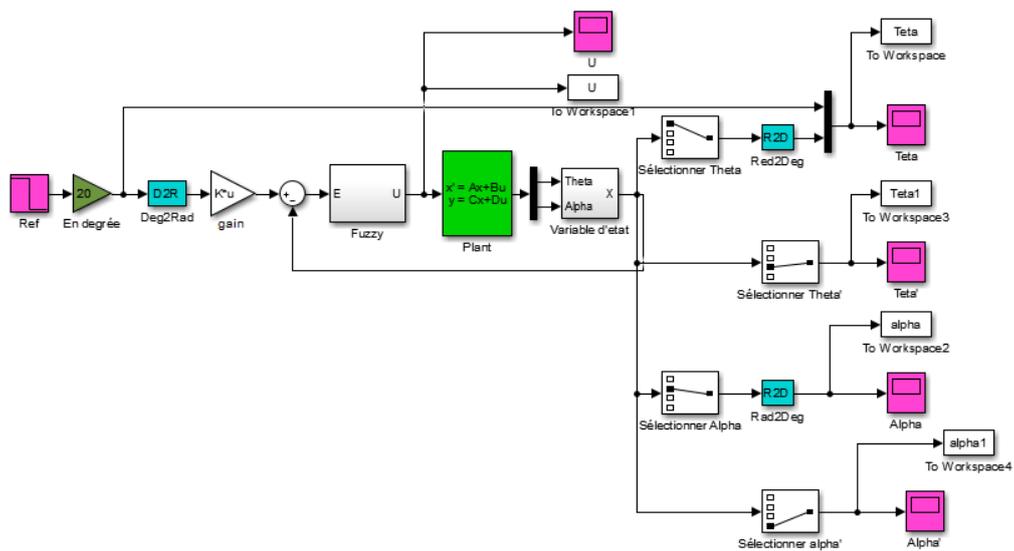


Figure 4.9 : Model de l'algorithme génétique floue.

4.3 Résultats et comparaisent

Les résultats obtenu par les deux commandes LQR et Floue (LQR, LQR_{GA}, Floue, Floue_{GA}) qui montre l'évolution de la position et de la vitesse angulaire de α et θ [α , $\dot{\alpha}$; θ , $\dot{\theta}$] sont illustré dans les figures suivants :

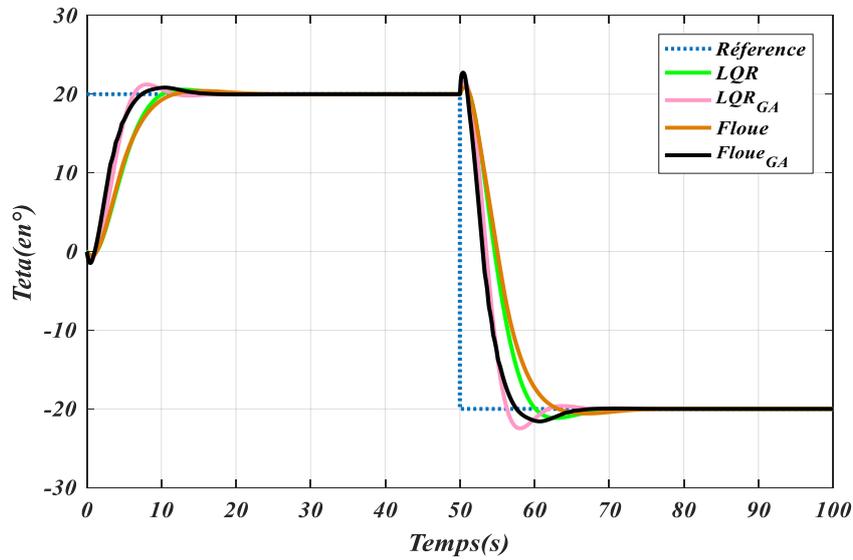


Figure 4.10 : Les angles de bras $\theta(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme.

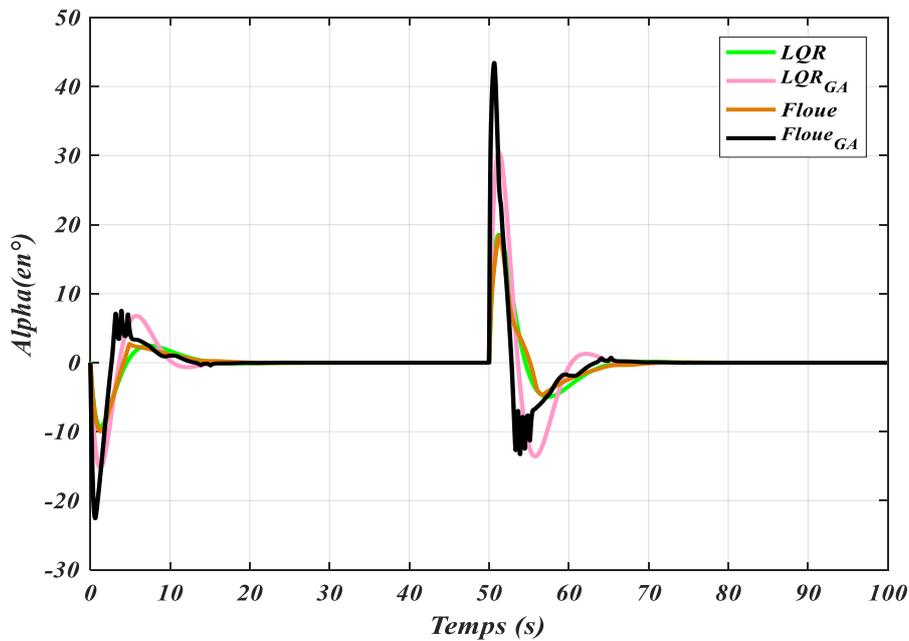


Figure 4.11 : Les angles de pendule $\alpha(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme.

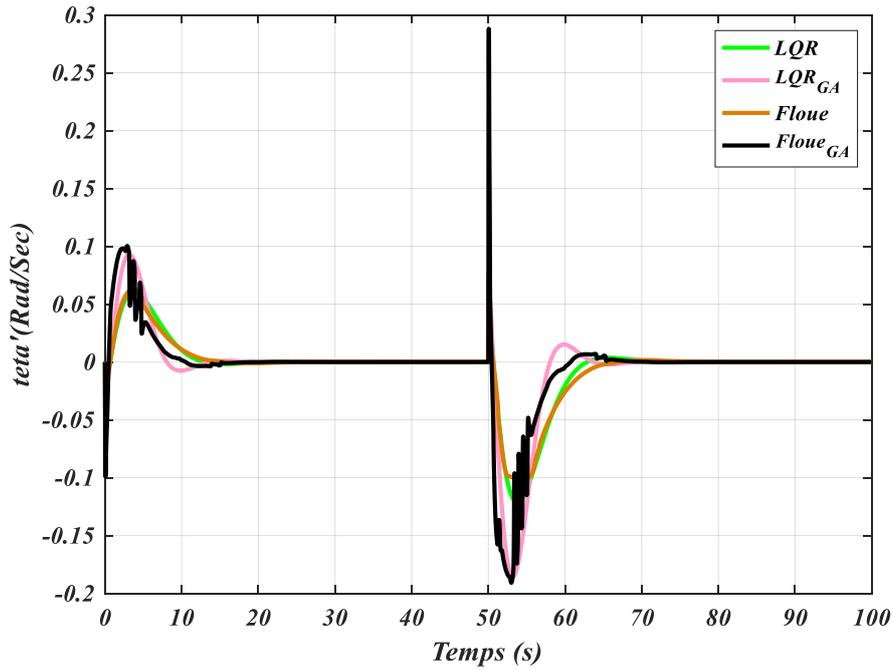


Figure 4.12 : Les vitesses angulaires de bras $\dot{\theta}(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme

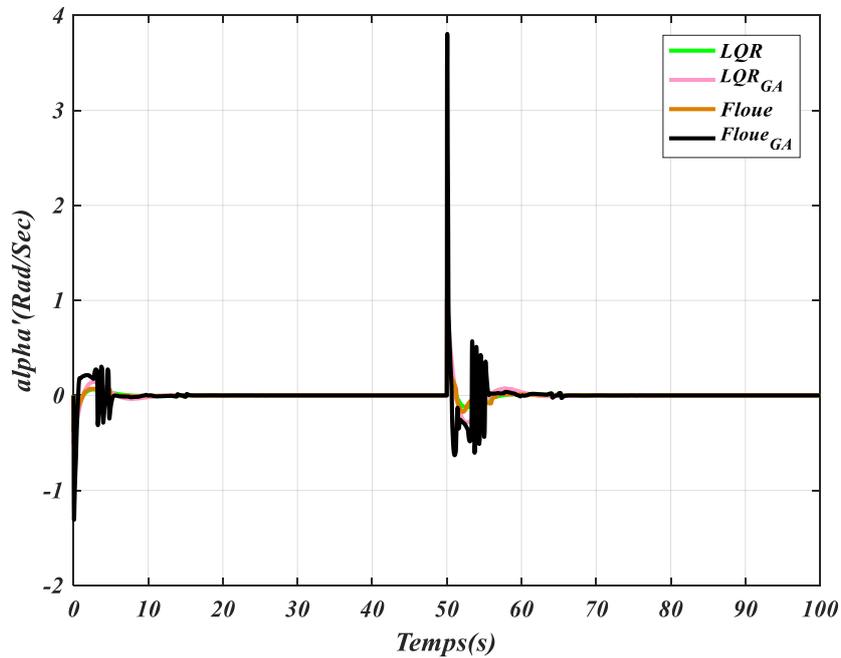


Figure 4.13 : Les vitesses angulaires de pendule $\dot{\alpha}(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme

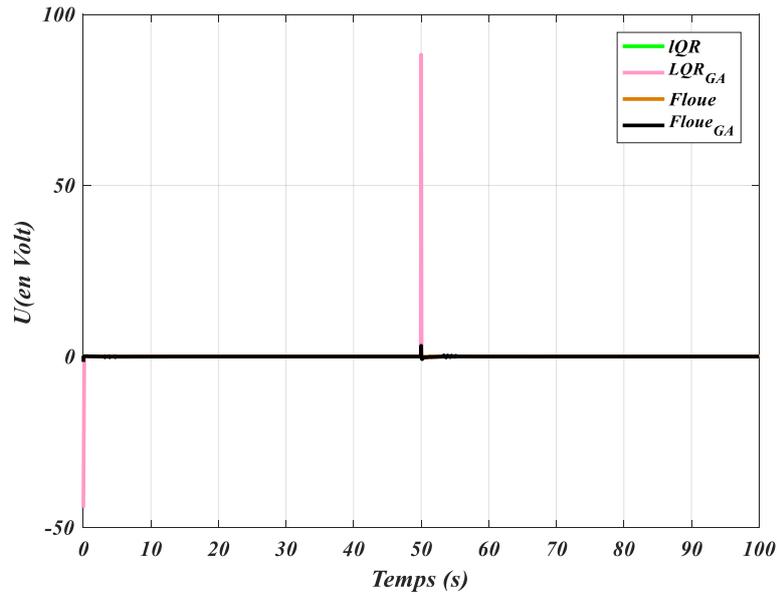


Figure 4.14 : Les entrées de système $u(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme

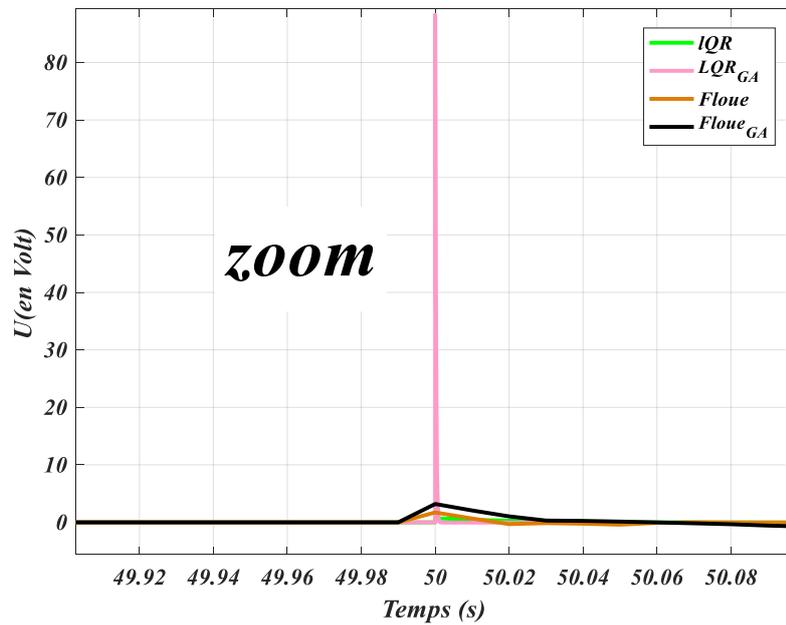


Figure 4.15: Zoom des entrées de système $u(t)$ pour les deux commandes Floue + LQR et Génétique algorithme

Les résultats illustrés dans les précédents courbes (4.10...4.15) montrent que la commande floue génétique algorithmique a une performance mieux par rapport à la commande LQR génétique algorithmique. Le bras qui est caractérisé par l'angle θ accueillant à la position souhaitée dans un temps plus court, aussi la stabilisation du pendule est plus rapide et moins oscillant.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a appliqué les deux commandes étudiées précédemment (la commande floue et la commande linéaire quadratique relatif) sur un pendule inversé rotatif optimisé par l'algorithme génétique, afin de faire la comparaison entre eux.

Après avoir nos résultats, nous constatons que la meilleure commande qui nous donne le moins de temps de réponse et moins temps de montée est la commande algorithmique génétique floue.

*C*onclusion générale

Les travaux exposés dans ce mémoire concernent principalement la synthèse des lois de commande (Floue et LQR) afin de stabiliser un système non linéaire sous actionné, le cas du pendule inversé rotatif.

Le pendule inversé rotatif est un système non-linéaire, sous-actionné à dynamique interne instable. Il fait l'objet de plusieurs études, car il représente un moyen pratique à faible coût pour la synthèse des commandes.

Nous sommes intéressées particulièrement de faire la comparaison de deux commandes qui sont optimisées à l'aide d'un algorithme génétique afin de savoir quelle est la meilleure méthode de contrôle pour obtenir un système précis et stable.

Les résultats obtenus matérialisés par les courbes de variation de la position de bras et l'angle de pendule montrent le comportement du pendule inversé rotatif pour chacun des deux types de commandes étudiés.

D'après les résultats obtenus, on voit que la commande algorithmique génétique floue est la mieux adaptée pour la commande du pendule inversé rotatif par rapport à la commande algorithmique génétique LQR.

Les perspectives de ce travail sont :

- L'étude des effets de linéarisation pour améliorer la robustesse des commandes
- La proposition d'autres lois de commande non-linéaire
- L'implémentation sur un prototype réel des commandes proposées

- [1] **Saadallah Ala eddine**, Commande PID robuste d'un pendule inversé rotatif, Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme Master en Automatique, Université Mohammed Seddik Benyahia – Jije.2018
- [2] **ADDAOUD Hocine**, Étude comparative d'un contrôleur flou basé sur LQR et Un contrôleur de mode glissant Application sur un pendule inversé rotatif , Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de MASTER, Université de Ghardaïa, 2020
- [3] **M Ahmed KASRI**, Modélisation et simulation d'un pendule inversé, Mémoire de fin d'étude de Master Académique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 27/09/2016.
- [4] **Bouallaoui Boubakar**, COMMANDE PAR INTERVALLE FLOUE D'UN SYSTEME LINEAIR, Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master, Université de Ghardaïa, 2019
- [5] **H. Goldstein**, Classical Mechanics, Addison Wesley (1980). H. Goldstein, Mécanique Classique (traduit par Annette et Charles Moubacher), Presses universitaires de France 1964
- [6] **M. Christian Kunze**, Modélisation et régulation d'un pendule inverse, mémoire de Magister en électronique ,Octobre 2003.
- [7] **AISSAT Nesrine**, Modélisation et commande d'un système non linéaire : Application au pendule inversé rotatif, Mémoire de fin d'étude Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur, Université HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES T L E M C E N , 09 / 09 / 2020
- [8] **HAMADI NASSIM**, Commande robustes LQR et PRLQR dédiées a un système aeroelastique, Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master, Université de SAAD DALEB de Blida1,2014
- [9] **Sarthak Kukreti**, Genetic Algorithm Based LQR for Attitude Control of a Magnetically Actuated CubeSat, Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, College of Engineering and Applied Science, University of Cincinnati, Cincinnati, OH 45221
- [10] **SAHRAOUI Dallal** et **MEGHERBI Hassina**, Identification paramétrique d'un pendule inversé simple par un algorithme génétique, Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master, Université Mohamed Khider Biskra,2013
- [11] **Ssaadi Thininane** et **Saad Malika**, conception de la commande linéaire quadratique régulation (LQR) Robustifiée en utilisant l'optimisation H2H , Applique a la commande d'un drone , Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master en commande de système ,université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou septembre 2014
- [12] **Kouidri Aiss Abdelkatim** et **Bellila Mouhamed**, Etude et réalisation expérimentale d'une commande destinée a contrôler un pendule inverse, mémoire pour obtenir le Master en Automatique des systèmes de production , université de Djilali Bounaama de Khemis Meliana 2016/2017

[13] **Tioura Amira et Zeroual Wassila**, Commende du système pendule-chhriot par les techniques l'espace d'état, mémoire pour obtenir le Master en informatique industrielle, université Larbi Ben M'hidi Oum el Bouaghi ,2010/2011

[14] **Touati Taoufik**, analyse et commande d'un pendule inverse, présente en vue de l'obtention du diplôme de mastère ,2020

[15] **Terki Amel**, Analyse des performances des algorithmes génétiques utilisant différentes techniques d'évolution de la population, mémoire de magister, le diplôme de Magister En Electronique, université MENTOURI CONSTANTINE ,

[16] **Nicolas Durand**, Algorithmes Génétiques et autres méthodes d'optimisation appliqués à la gestion de trafic aérien, L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE École Doctorale : Informatique et Télécommunications.

[17] **Amèdèe et Francois**, Algorithmes Génétiques, TF de fin d'année ,2014

[18] **Alliot,J ,M et Durand,N**, Algorithmes Génétiques, Centre d'Etude de la Navigation Aérienne

[19] **Mirjalili, S.** Genetic algorithm. In *Evolutionary algorithms and neural networks* (pp. 43-55). Springer, Cham.(2019)

[20] **Yong-Jie, M., & Wen-Xia, Y.** Research progress of genetic algorithm. *Application Research of Computers*, 4, 1201-1206.(2012)

[21] **Maulik, U., & Bandyopadhyay, S.** Genetic algorithm-based clustering technique. *Pattern recognition*, 33(9), 1455-1465 (2000)

ANNEXE

Tableau 4.1 : Tableau des règles de stabilisation automatique

Var1	Var2	O/P	poids	Connectivité
1	1	1	1	1
1	2	2	1	1
1	3	3	1	1
1	4	4	1	1
1	5	5	1	1
2	1	2	1	1
2	2	3	1	1
2	3	4	1	1
2	4	5	1	1
2	5	6	1	1
3	1	3	1	1
3	2	4	1	1
3	3	5	1	1
3	4	6	1	1
3	5	7	1	1
4	1	4	1	1
4	2	5	1	1
4	3	6	1	1
4	4	7	1	1
4	5	8	1	1
5	1	5	1	1
5	2	6	1	1
5	3	7	1	1
5	4	8	1	1
5	5	9	1	1